

## Capítulo 4

# ÁLGEBRA DE DIAGRAMA DE BLOQUES

 <https://doi.org/10.25100/peu.1416.cap4>

### Objetivos y resultados de aprendizaje

#### Objetivo general

Hallar funciones de transferencia equivalentes de sistemas representados en diagramas de bloques.

#### Objetivos específicos

- Utilizar la técnica de álgebra de diagrama de bloques para encontrar las relaciones entrada-salida de SAC.
- Determinar las funciones de transferencia SISO entre una entrada y una salida, a partir de configuraciones complejas de varias entradas y salidas

#### Resultados de aprendizaje

Al finalizar, el estudiante:

- Establece relaciones equivalentes de señales y sistemas para encontrar las relaciones entrada-salida de SAC.
- Aplica las técnicas del álgebra de ecuaciones para encontrar relaciones equivalentes de señales y sistemas.
- Reduce diagramas de bloques usando técnicas del álgebra de diagramas de bloques de SAC para el análisis y diseño de controladores de SAC.
- Simula diagramas de bloques de sistemas complejos y sus equivalentes obtenidos a partir de técnicas de reducción de bloques y herramientas computacionales para el análisis y diseño de controladores de SAC.

#### Marco teórico

Un sistema dinámico tiene complejidades asociadas a las interrelaciones que ocurren entre las variables y el proceso. Por ejemplo, en el lazo típico de realimentación se pudo observar cómo la realimentación cambia la dinámica del sistema; en este proceso se observan las relaciones de causa-efecto entre bloques simples; por ejemplo, entre la planta y el actuador (ver Figura 4.1) donde:

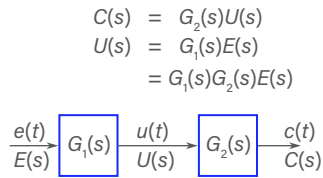


Figura 4.1: Diagrama de bloques en serie o cascada.

Existen otras interacciones como la ilustrada en la Figura 4.2a donde se ve entre una cadena de bloques una señal aditiva que cambia la relación de la dinámica entre  $C(s)$  y  $E(s)$ .

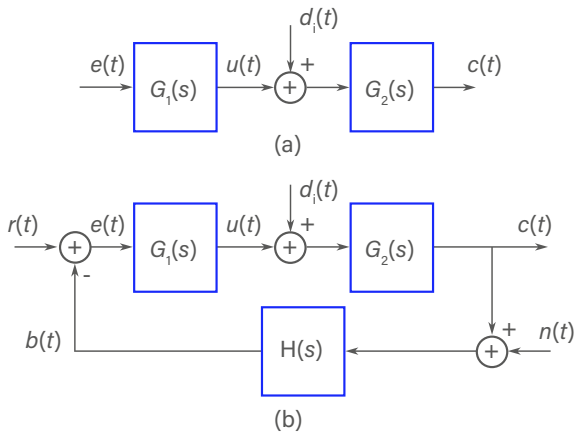


Figura 4.2: Diagrama de bloques con disturbio.

En este caso, la salida es la suma de los aportes a través de las dinámicas que estas señales encuentran en su trayectoria (ver flechas para comprender el sentido de la información y el flujo de señales).

La solución algebraica para calcular la salida

$$c(t) = \mathcal{L}^{-1}\{C(s)\}$$

se obtiene aplicando superposición.

$$\begin{aligned}
 C(s) &= G_2(s)[U(s)+D_i(s)] \\
 &= G_2(s)[G_1(s)E(s)+D_i(s)] \\
 &= G_1(s)G_2(s)E(s)+G_2(s)D_i(s)
 \end{aligned}$$

El caso de la Figura 4.2b ilustra cómo en un sistema en lazo cerrado con realimentación negativa, se adicionan al sistema dos señales de ruido  $D_i(s)$  y  $N(s)$ , donde

$$\begin{aligned}
 C(s) &= G_1(s)G_2(s)E(s)+G_2(s)D_i(s) \\
 B(s) &= H(s)(C(s)+N(s)) \\
 E(s) &= R(s)-B(s)
 \end{aligned}$$

después del álgebra,

$$\begin{aligned}
 C(s) &= \frac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}R(s) \\
 &+ \frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}D_i(s) \\
 &+ \frac{-G_1(s)G_2(s)H(s)}{1-G_1(s)G_2(s)H(s)}
 \end{aligned}$$

Existen otros casos en los que no es directo el procedimiento para obtener la relación salida-entrada; por ejemplo, ver la Figura 4.3.

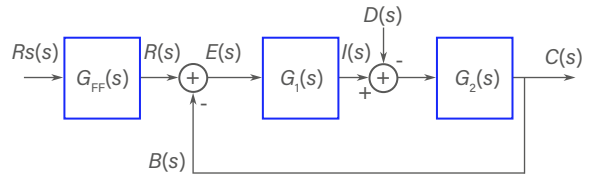


Figura 4.3: Diagrama de bloques con disturbio y filtro a la entrada.

Se requiere manipular el diagrama de bloques para tener la salida  $I(s)$  libre y obtener la relación salida-entrada  $I(s)/R(s)$ . A continuación se presenta paso a paso el desarrollo de la solución:

**Paso 1:** Es necesario mover el punto de suma entre  $G_1(s)$  y  $G_2(s)$  hacia la izquierda; esto es, antes del bloque  $G_1(s)$  (ver Figura 4.4). Como la información no puede cambiar, a través del álgebra de diagrama de bloques se manipulan las señales y las funciones de transferencia. Para que la salida  $Y(s)$  no sea modificada al adelantar el bloque de suma, se debe filtrar la señal  $D(s)$  con la función de transferencia  $F(s)$  (desconocida).

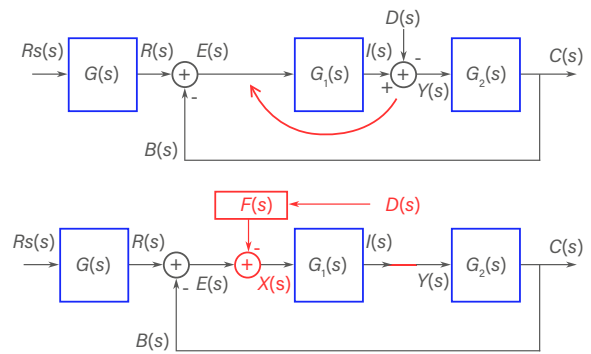


Figura 4.4: Paso 1, movimiento diagrama de bloques con disturbio.

" $F(s)$ " se calcula a través de unos pocos cálculos algebraicos, considerando la señal  $Y(s)=I(s)-D(s)$ . Por lo tanto, algebraicamente

$$Y(s) = I(s) - D(s) = G_1(s)E(s) - D(s) \quad (4.1)$$

con el movimiento

$$\begin{aligned} Y(s) &= I(s) = G_1(s)X(s) \\ &= G_1(s)[E(s) - F(s)D(s)] \end{aligned} \quad (4.2)$$

Igualando 4.1 y 4.2

$$G_1(s)E(s) - D(s) = G_1(s)E(s) - G_1(s)F(s)D(s) \quad (4.3)$$

$$-D(s) = -G_1(s)F(s)D(s) \quad (4.4)$$

despejando,

$$F(s) = \frac{-D(s)}{-D(s)} \frac{1}{G_1(s)} = \frac{1}{G_1(s)} \quad (4.5)$$

**Paso 2:** Para tener el lazo típico libre, es necesario mover el sumador de la entrada de disturbo hacia la izquierda. Por la propiedad conmutativa de la suma, solo es necesario intercambiar las posiciones de los bloques, como se ilustra en la Figura 4.5.

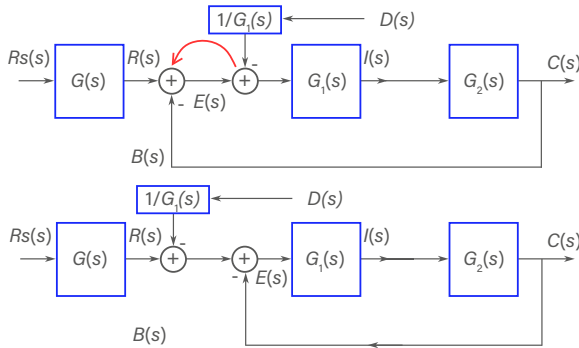


Figura 4.5: Paso 2, movimiento puntos de suma.

**Paso 3:** Es necesario mover el punto de toma de la salida a la izquierda del bloque  $G_2(s)$  para que  $I(s)$  quede libre, como se ve en la Figura 4.6.

Antes del movimiento  $B(s) = C(s) = G_2(s)I(s)$  y después del movimiento  $B(s) = F(s)I(s)$ , por lo que aplicando álgebra al igualar las  $B(s)$ :

$$G_2(s)I(s) = F(s)I(s)$$

por lo tanto,  $F(s) = G_2(s)$  y el diagrama de bloques ajustado se observa en la Figura 4.7 superior.

Finalmente, por inspección es posible obtener  $I(s)/R_s(s)$ :

$$\frac{I(s)}{R_s(s)} = \frac{G(s)G_1(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)}$$

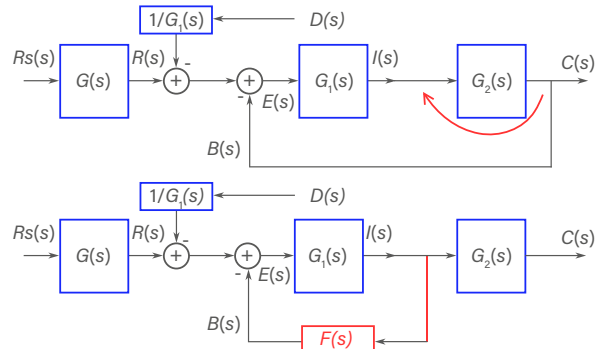


Figura 4.6: Paso 3, movimiento punto de toma hacia atrás.

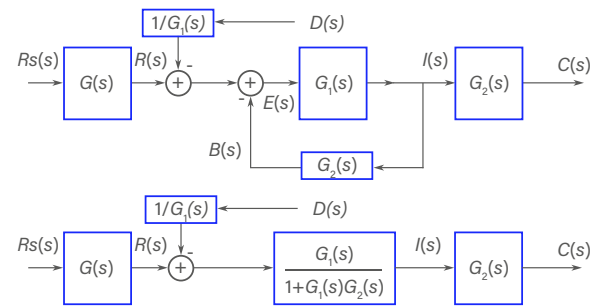


Figura 4.7: Paso 4, resolviendo bloques realimentados.

La salida  $C(s)$  se puede obtener por superposición de los aportes de  $D(s)$  y  $R_s(s)$

*Diagramas de bloques y su equivalente*

Para otros casos en los que se requiere realizar movimientos de bloques o señales, a continuación se presentan los movimientos típicos (Distefano et al., 1995):

1. Combinando bloques en cascada.

Ecuación:	$Y(s) = (G_1(s)G_2(s))X(s)$
Diagrama de bloques:	$X \rightarrow G_1(s) \rightarrow G_2(s) \rightarrow Y$
Diagrama de bloques equivalente:	$X \rightarrow G_1G_2(s) \rightarrow Y$

## 2. Combinando bloques en paralelo o eliminando un lazo hacia adelante.

Ecuación:  $Y = G_1 X \pm G_2 X$

Diagrama de bloques:

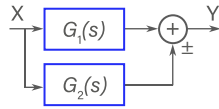
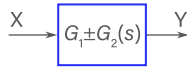


Diagrama de bloques equivalente:



## 3. Removiendo un bloque de un camino hacia adelante.

Ecuación:  $Y = G_1 X \pm G_2 X$

Diagrama de bloques:

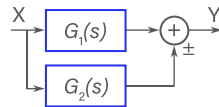
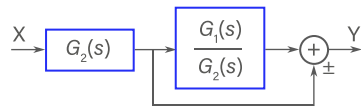


Diagrama de bloques equivalente:



## 4. Eliminando un lazo de realimentación.

Ecuación:  $Y = G_1 (X \mp G_2 Y)$

Diagrama de bloques:

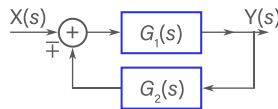
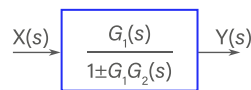


Diagrama de bloques equivalente:



## 5. Removiendo un bloque desde un camino de realimentación.

Ecuación:  $Y = G_1 (X \mp G_2 Y)$

Diagrama de bloques:

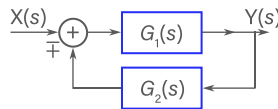
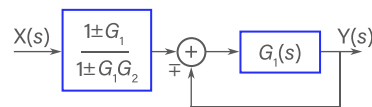


Diagrama de bloques equivalente:



## 6a. Reorganizando puntos de suma.

Ecuación:  $Z = W \mp X \pm Y$

Diagrama de bloques:

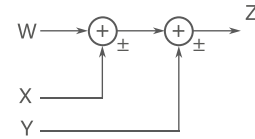
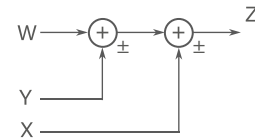


Diagrama de bloques equivalente:



## 6b. Reorganizando puntos de suma.

Ecuación:  $Z = W \pm X \pm Y$

Diagrama de bloques:

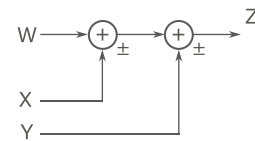
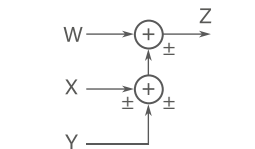


Diagrama de bloques equivalente:



## 7. Moviendo un punto de suma adelante de un bloque.

Ecuación:  $Z = G_1 X \pm Y$

Diagrama de bloques:

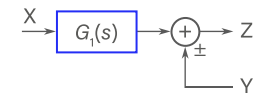
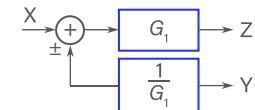


Diagrama de bloques equivalente:



## 8. Moviendo un punto de suma atrás de un bloque.

Ecuación:  $Z = G_1 (X \pm Y)$

Diagrama de bloques:

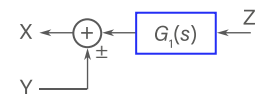
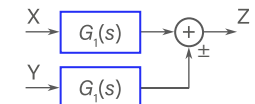
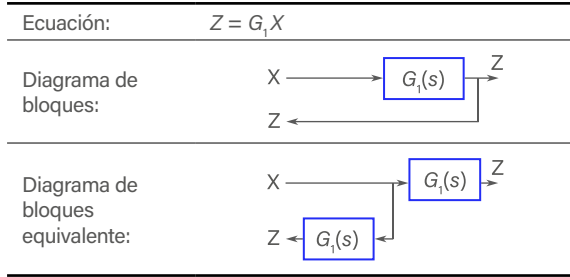


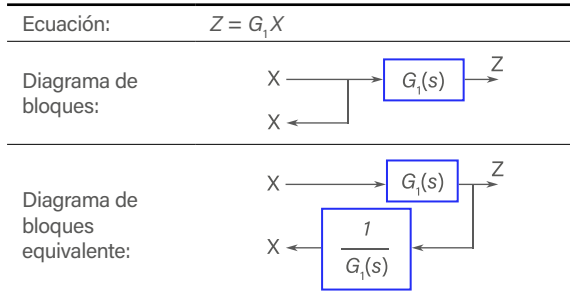
Diagrama de bloques equivalente:



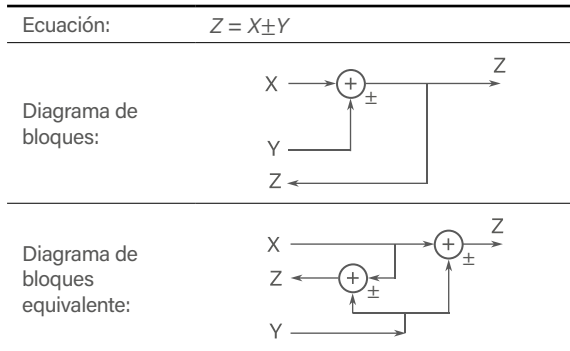
9. Moviendo un punto de toma adelante de un bloque.



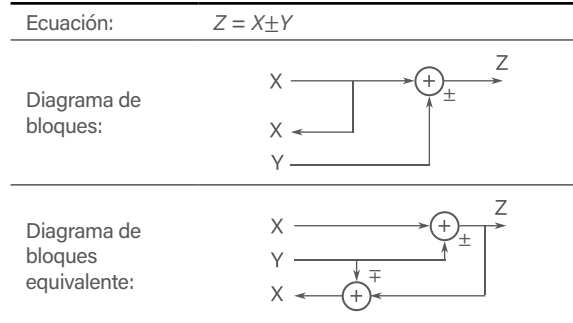
10. Moviendo un punto de toma atrás de un bloque.



11. Moviendo un punto de toma adelante de un punto de suma.



12. Moviendo un punto de toma atrás de un punto de suma.



**Materiales y equipos**

Debido a que la experimentación se realiza en simulación, solo se requiere un PC y el software MATLAB®. En la Tabla 4.1 se listan los elementos necesarios para adelantar la experimentación.

**Procedimiento**

Implemente en Simulink® cada uno de los 12 casos, para los diagramas de bloque y diagrama de bloque equivalente. Luego inyecte una señal de prueba y verifique el funcionamiento igual.

**Informe**

Elabore su reporte donde, de forma estructurada, organizada y profesional, informe los datos obtenidos en cada punto del procedimiento, su análisis de resultados y las conclusiones.

**Tabla 4.1:** Materiales y equipos.

Hardware			
Cantidad	Nombre	Marca / Modelo	Especificaciones
1	PC	Intel / AMD	Procesador para trabajar con MATLAB® local : Intel I5 o Ryzen 5, para MATLAB® online: Intel I3 o Ryzen 3. Memoria RAM: 8 GB. Espacio en disco duro: 20 GB.
Software			
1	Software	MATLAB®	Versión 2020b.