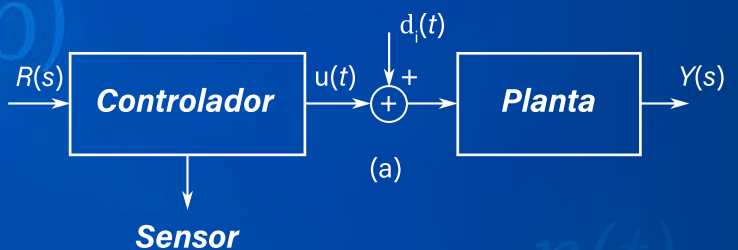
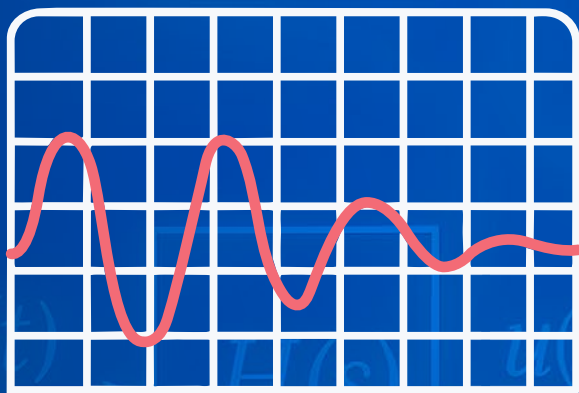


• Experimentación en sistemas automáticos de control **SISO** •

Guía de laboratorio para prácticas en análisis, modelado y sintonía de controladores



Este texto tiene como objetivo principal servir como material de guía para los cursos de Laboratorio en Sistemas Automáticos de Control que se ofrece tradicionalmente en los programas de formación tecnológica y de ingeniería eléctrica. Busca aportar en la capacitación del estudiante para el uso de herramientas y técnicas que permitan analizar y controlar sistemas automáticos de control continuos de una entrada y una salida (SISO).

Entre sus objetivos específicos están:

- Manejar herramientas como sistemas de adquisición de datos, procesadores de señales, sistemas de procesamiento de datos (como MyDAQ).
- Manejar herramientas para el análisis y simulación de sistemas dinámicos (como MATLAB, Simulink, LabVIEW).
- Hallar el modelo matemático de sistemas dinámicos típicos por la técnica de curva de reacción.
- Establecer las características de los sistemas realimentados versus los sistemas de lazo abierto mediante técnicas experimentales.
- Establecer estabilidad, ganancia del lazo, sensibilidad, error permanente.
- Convalidar la respuesta de un sistema lineal tanto en el dominio del tiempo como en el de frecuencia.

Está conformado por seis prácticas: (1) Introducción a tecnologías para control; (2) Reconocimiento de la bucla típica de realimentación; (3) Modelado heurístico y respuesta transitoria; (4) Características de sistemas de control y sintonía de controladores PID; (5) Ajuste de compensadores mediante la técnica del *lugar geométrico de las raíces*; (6) Ajuste de compensadores mediante técnicas de respuesta en frecuencia.

Cada práctica contiene una primera sesión denominada resultados de aprendizaje, la segunda sección presenta el marco teórico, la tercera continúa con los materiales y equipos, la cuarta contiene el procedimiento, y la quinta sesión, una recomendación de informe.

Como novedad, esta guía está construida para permitir la experimentación híbrida, entendida como el uso de recursos locales con asistencia física al laboratorio y también en la modalidad remota.

• Experimentación en sistemas automáticos de control SISO•

Guía de laboratorio para prácticas en análisis modelado y sintonía de controladores



Colección Ingeniería

Franco Mejía, Édinson
Experimentación en sistemas automáticos de control SISO / Édinson Franco Mejía -
Primera edición
Cali : Universidad del Valle - Programa Editorial, 2026.
122 páginas; 21.5 x 28 cm. -- (Colección: Ingeniería)
1. Ingeniería de control -- 2. Sistemas dinámicos -- 3. Realimentación (Electrónica) --
4. Automatización -- 5. Sistemas automáticos de control -- 6. Control en frecuencia
-- 7. Diagramas de bloques
629.8 CDD. 22 ed.
F825
Universidad del Valle - Biblioteca Mario Carvajal

Universidad del Valle

Programa Editorial

Título: Experimentación en sistemas automáticos de control SISO.
Guía de laboratorio para prácticas en análisis, modelado y sintonía de controladores

 Édinson Franco-Mejía

ISBN-PDF: 978-958-507-561-0

<https://doi.org/10.25100/peu.1416>

Colección: Ingeniería

Primera edición

Rector de la Universidad del Valle: Guillermo Murillo Vargas

Vicerrector de Investigaciones: Mónica García Solarte

Director del Programa Editorial: John Willmer Escobar Velasquez

© Universidad del Valle

© Édinson Franco-Mejía

Diseño de carátula: Stephanía Orozco Valencia

Diagramación: Stephanía Orozco Valencia, Hugo H. Ordóñez Nievas

Corrección de estilo: Juan Carlos García (G&G Editores)

Esta publicación fue sometida al proceso de evaluación de pares externos para garantizar altos estándares académicos. El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión del autor y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad del Valle, ni genera responsabilidad frente a terceros. El autor es el responsable del respeto a los derechos de autor y del material contenido en la publicación, razón por la cual la Universidad no puede asumir ninguna responsabilidad en caso de omisiones o errores.

CC BY-NC-ND 4.0 

Cali, Colombia, junio de 2026

Édinson Franco-Mejía

• Experimentación en sistemas automáticos de control SISO •

Guía de laboratorio para prácticas en análisis modelado y sintonía de controladores



Colección Ingeniería

ÉDINSON FRANCO MEJÍA

✉ edinson.franco@correounivalle.edu.co

Profesor titular de la Escuela de Ingeniería Eléctrica y Electrónica de la Universidad del Valle. Ingeniero electricista (1991), magíster en Automática (1993) y doctor en Ingeniería (2008) de la misma institución.

Profesor tutor del programa de Tecnología en Electrónica de la Universidad Abierta y a Distancia de la Universidad del Valle entre los años 1989 y 1991; profesor hora cátedra de la Universidad San Buenaventura (1992), la Universidad ICESI (1993) y, desde el año 1993, profesor nombrado de tiempo completo en la Universidad del Valle. Coordinador de los programas de Especialización en Automatización Industrial y Maestría en Automática (1994-2001, 2007, 2018), director de los programas de posgrado en Ingeniería Eléctrica y Electrónica (2011-2015), director de los programas de posgrado de la Facultad de Ingeniería (2022-2023), director del Grupo de Investigación en Control Industrial (GICI, 2021, 2023, hasta la fecha). Miembro activo del Instituto de Ingenieros Electricistas y Electrónicos (IEEE) desde 2013, de la sociedad de Sistemas de Control desde el 2017 y de la Sociedad en Aplicaciones Industriales desde el año 2014.

En el año 2002 ganó la beca Bonpland (Francia), con la que realizó dos estancias doctorales en el Instituto Politécnico Nacional de Grenoble (2003 y 2005). Distiguado en el año 2021 como finalista y ganador de los premios docentes universitarios Cidesco con el grupo LIUR en la categoría "Docente de proyección social".

Autor de 72 artículos científicos. Sus áreas de interés incluyen tópicos en dinámica y control de convertidores electrónicos de potencia, control de generación de energía renovable en microrredes aisladas, accionamientos eléctricos, tecnologías para el control en la industria y educación en ingeniería.

INTRODUCCIÓN

 <https://doi.org/10.25100/peu.1416.intr>

Los Sistemas Automáticos de Control (SAC) son transversales a muchas áreas del conocimiento y de la vida misma. La formación en SAC es el paso inicial a los procesos de automatización.

Este texto tiene como objetivo servir como material de guía para la realización de prácticas o experimentación en SAC, que se ofrece tradicionalmente en los programas de formación tecnológicos y de Ingeniería Eléctrica.

El objetivo general es aportar en la capacitación del estudiante para el uso de herramientas y técnicas que permitan analizar y controlar los sistemas dinámicos continuos, de una entrada y una salida (SISO).

Los objetivos específicos son:

- Manejar herramientas como sistemas de adquisición de datos, procesadores de señales, sistemas de procesamiento de datos (como MyDAQ).
- Manejar herramientas para el análisis y simulación de sistemas dinámicos (como MATLAB®, Simulink®, LabVIEW®).
- Emplear la terminología de los sistemas de control.
- Hallar el modelo matemático de sistemas dinámicos típicos por la técnica de curva de reacción.
- Establecer las características de los sistemas realimentados, versus los sistemas de lazo abierto mediante técnicas experimentales. Establecer estabilidad, ganancia del lazo, sensibilidad, error permanente.
- Convalidar la respuesta de un sistema lineal tanto en el dominio del tiempo como en el de frecuencia.
- Sintonizar controladores Proporcionales-Integrales-Derivativos (PID), mediante las técnicas heurísticas.
- Ajustar compensadores dinámicos mediante la técnica del lugar geométrico de las raíces.
- Ajustar compensadores dinámicos mediante técnicas de respuesta en frecuencia.

El material está organizado de la siguiente manera:

- Práctica 1. Introducción a tecnologías para control.
- Práctica 2. Reconocimiento del lazo típico de realimentación.

- Práctica 3. Modelado heurístico y respuesta transitoria.
- Práctica 4. Características de sistemas de control.
- Práctica 5. Sintonía de controladores PID.
- Práctica 6. Ajuste de compensadores mediante la técnica del lugar geométrico de las raíces.
- Práctica 7. Ajuste de compensadores mediante técnicas de respuesta en frecuencia.

Cada práctica contiene una descripción o marco teórico de los conceptos necesarios para la solución, no pretende revisar en detalle (ni con ejemplos) cada uno de los temas; esos conceptos son abordados en cursos teóricos y presentados en numerosos textos.

Las prácticas de esta guía tienen una estructura fija de cinco secciones. En la primera sección, **Resultados de aprendizaje**, se indican los objetivos de la práctica. En la segunda sección, **Marco teórico**, se presentan

los fundamentos teóricos necesarios para la práctica. En la tercera sección, **Materiales y equipos**, se describen los recursos necesarios para la práctica.

En la cuarta sección, **Procedimiento**, se detallan los pasos a seguir para realizar la práctica. En la quinta sección, **Informe**, se proporcionan recomendaciones y orientaciones para la elaboración del informe de la práctica.

Como novedad, esta guía permite la experimentación híbrida, que combina el uso de recursos locales con asistencia física al laboratorio y la modalidad remota.

El texto ha sido escrito para su uso en prácticas de laboratorio de SAC impartidas en la Universidad del Valle; sin embargo, puede ser adaptado para su uso en otras instituciones de educación superior si disponen de los equipos adecuados.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	7
Capítulo 1	
INTRODUCCIÓN A TECNOLOGÍAS PARA CONTROL	
Objetivos y resultados de aprendizaje	11
Marco teórico	11
Materiales y equipos	17
Procedimiento	18
Informe	21
Capítulo 2	
RECONOCIMIENTO DEL LAZO TÍPICO DE REALIMENTACIÓN	
Objetivos y resultados de aprendizaje	23
Marco teórico	23
Materiales y equipos	26
Procedimiento	27
Informe	27
Capítulo 3	
MODELADO HEURÍSTICO DEL PROCESO	
Objetivos y resultados de aprendizaje	29
Marco teórico	29
Materiales y equipos	38
Procedimiento	39
Informe	41
Capítulo 4	
ÁLGEBRA DE DIAGRAMA DE BLOQUES	
Objetivos y resultados de aprendizaje	43
Marco teórico	43
Materiales y equipos	47
Procedimiento	47
Informe	47

Capítulo 5

CARACTERÍSTICAS DE REALIMENTACIÓN EN SAC

Objetivos y resultados de aprendizaje49
Marco teórico49
Materiales y equipos57
Procedimiento57
Informe58

Capítulo 6

CONTROLADOR PID

Objetivos y resultados de aprendizaje59
Marco Teórico59
Materiales y equipos64
Procedimiento64
Informe65

Capítulo 7

ANÁLISIS Y COMPENSACIÓN EN DOMINIO DEL TIEMPO CON LUGAR GEOMÉTRICO DE LAS RAÍCES

Objetivos y resultados de aprendizaje67
Marco teórico68
Materiales y equipos80
Procedimiento81
Informe82

Capítulo 8

ANÁLISIS Y COMPENSACIÓN EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA

Objetivos y resultados de aprendizaje83
Marco teórico83
Materiales y equipos	101
Procedimiento	101
Informe	103

REFERENCIAS	107
------------------------------	-----

ANEXOS

Formato sugerido para el informe	109
Diagramas de proceso de flujo y de tubería e instrumentación resumen norma ASA s5.1111

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN A TECNOLOGÍAS PARA CONTROL

 <https://doi.org/10.25100/peu.1416.cap1>

Las herramientas tecnológicas permiten al profesor y al estudiante realizar experimentos en SAC de forma sistemática y estructurada, lo que facilita la apropiación de los conceptos y el desarrollo de las habilidades prácticas necesarias para el futuro ingeniero.

Objetivos y resultados de aprendizaje

Objetivos de la práctica

Objetivo general

Manejar herramientas de *hardware* y *software*, empleadas para realizar experimentación en SAC; cómo, por ejemplo: sistemas de adquisición de datos, procesadores de señales, sistemas de procesamiento de datos (como MyDAQ), entre otros.

Objetivos específicos

- Distinguir los equipos disponibles en el Laboratorio de Automática de la Universidad del Valle, para experimentación en SAC.
- Distinguir las herramientas de software disponibles en el Laboratorio de Automática de la Universidad del Valle, para experimentación en SAC.

Resultados de aprendizaje

Al finalizar la práctica, el estudiante:

- Identifica las herramientas hardware y software, necesarias para experimentación de SAC.
- Utiliza la Plataforma de Experimentación Remota (PERI) para experimentación de SAC.
- Realiza la reserva en PERI para el uso de los equipos de laboratorio.
- Utiliza los equipos de laboratorio, manipulándolos y recopilando los datos resultantes de la experimentación para experimentación de SAC.

Marco teórico

A continuación se desarrolla la explicación de las herramientas disponibles, clasificadas como *hardware* y *software*, además de las herramientas informáticas para la experimentación remota.

Herramientas *hardware*

En el caso de los laboratorios para experimentación en SAC SISO, se dispone de maquetas o plantas a escala usadas para replicar los fenómenos dinámicos y estáticos que se encuentran en sistemas industriales, Wang *et al.*, (2020). Existen en el mercado empresas dedicadas a su diseño, construcción y venta. Entre ellas se reconocen en el mercado de Colombia los equipos de "Edibom[®]", "Festo[®]", "Feedback[®]" y "Quanser[®]".

Para aprender los conceptos de SAC, se dispone en el Laboratorio de Automática de un área con servomecanismos y otra con emuladores de procesos industriales comerciales de la marca Feedback[®], donde se pueden identificar (entre otros) dispositivos como los que se relacionan en la Tabla 1.1. Igualmente, se cuenta con equipos desarrollados por los investigadores del Grupo de Investigación en Control Industrial (GICI), que en esta etapa de formación básica no son considerados.

Servomecanismos modulares

Los módulos de experimentación para control de servomecanismos de la empresa Feedback permiten formación amplia usando motores de DC y AC; igualmente, hacen posible la experimentación con sistemas de control en tiempo continuo y discreto. En la Figura 1.1 se ilustran los equipos del servomecanismo instruccional modular; en él se observa cada componente del servo, con lo que cada estudiante interioriza de forma didáctica los diferentes componentes constitutivos de un servomecanismo.

En la Figura 1.2 se presenta la vista de componentes empleados para el control de velocidad y posición con servomecanismos DC.

Los diagramas conceptuales de la solución para el control de velocidad y de posición se aprecian en las Figuras 1.3 y 1.4, respectivamente. Para detalles de conexión se remite al estudiante a la lectura de los manuales que se encuentran en el laboratorio.

Tabla 1.1: Equipos disponibles en el laboratorio de Automática de la Universidad del Valle.

Marca	Modelo	Descripción	VARIABLES A CONTROLAR
Feedback	ES 151	Servosistema	Velocidad (RPM) y posición angular (grados)
Feedback	ESP 721	Servosistema	Posición angular (grados)
Feedback	MS 150	Servosistema	Velocidad (RPM)
Feedback	PE 483	Servosistema	Velocidad (RPM)
Quanser	SRV02	Servosistema	Posición angular (grados)
Feedback	PCT-9	Proceso de flujo	Flujo (cm ³ /min)
Feedback	PCT-13	Proceso de temperatura	Temperatura (°C)
Feedback	PCT-14	Proceso de presión	Presión (PSI)

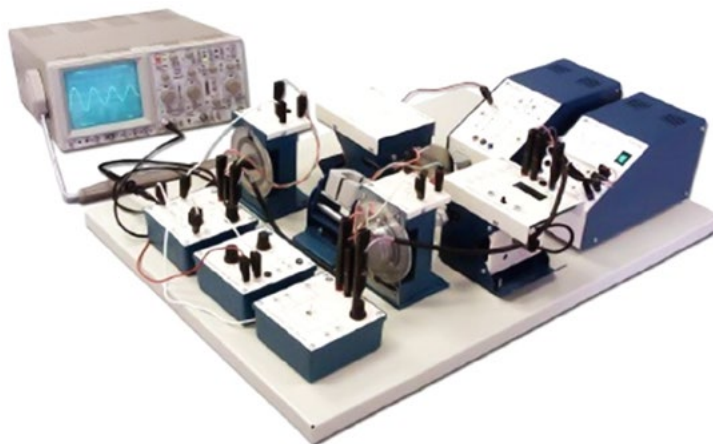


Figura 1.1: Servomecanismo instruccional modular.
 Fuente: Feedback[®] (2013).

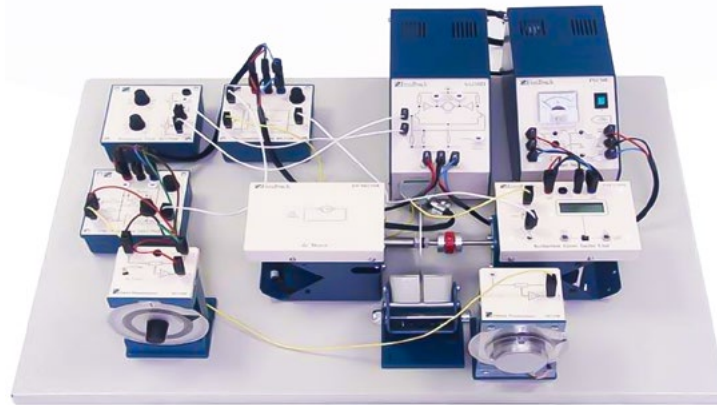


Figura 1.2: Módulo de servomecanismo modular en DC.
 Fuente: Feedback® (2013).

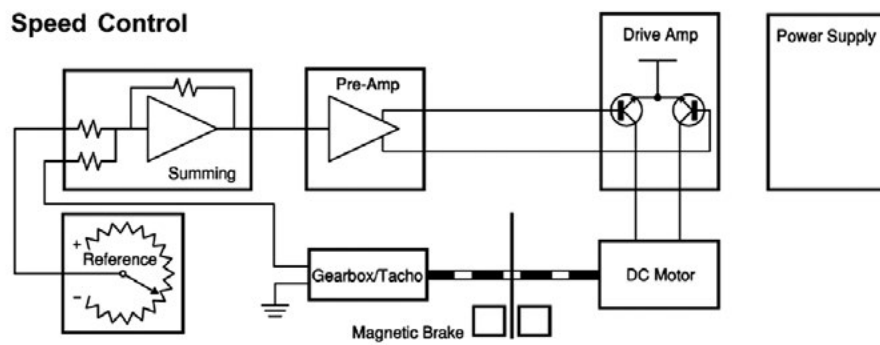


Figura 1.3: Esquema conceptual de control de velocidad.
 Fuente: Feedback® (2013).

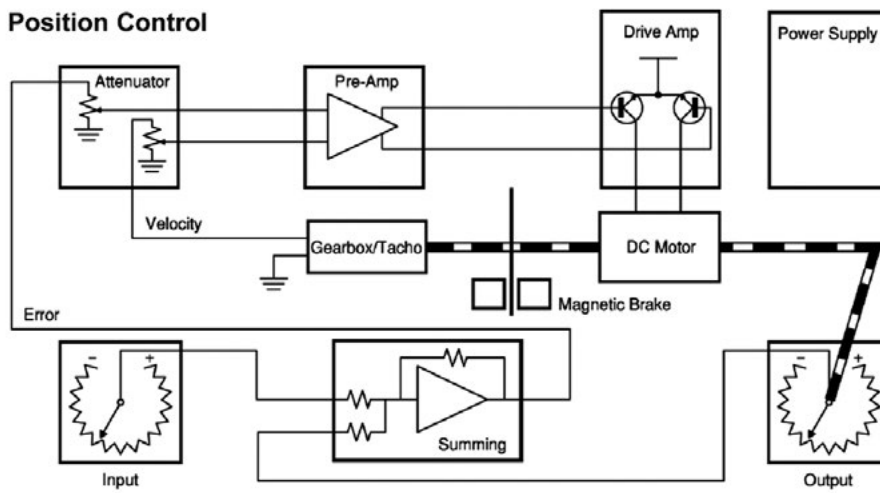


Figura 1.4: Esquema conceptual de control de posición.
 Fuente: Feedback® (2013).

Procesos modulares

Para experimentación de control de las variables típicas de procesos industriales (Ph, flujo, nivel, temperatura, presión) se cuenta con simuladores de procesos (Tabla 1.1).

El módulo PCT-9 se usa para experimentación con variable de control flujo, el PCT-13 para experimentación con variable de control temperatura y el PCT-14 para experimentación con variable de control presión.

Sistema de adquisición de datos

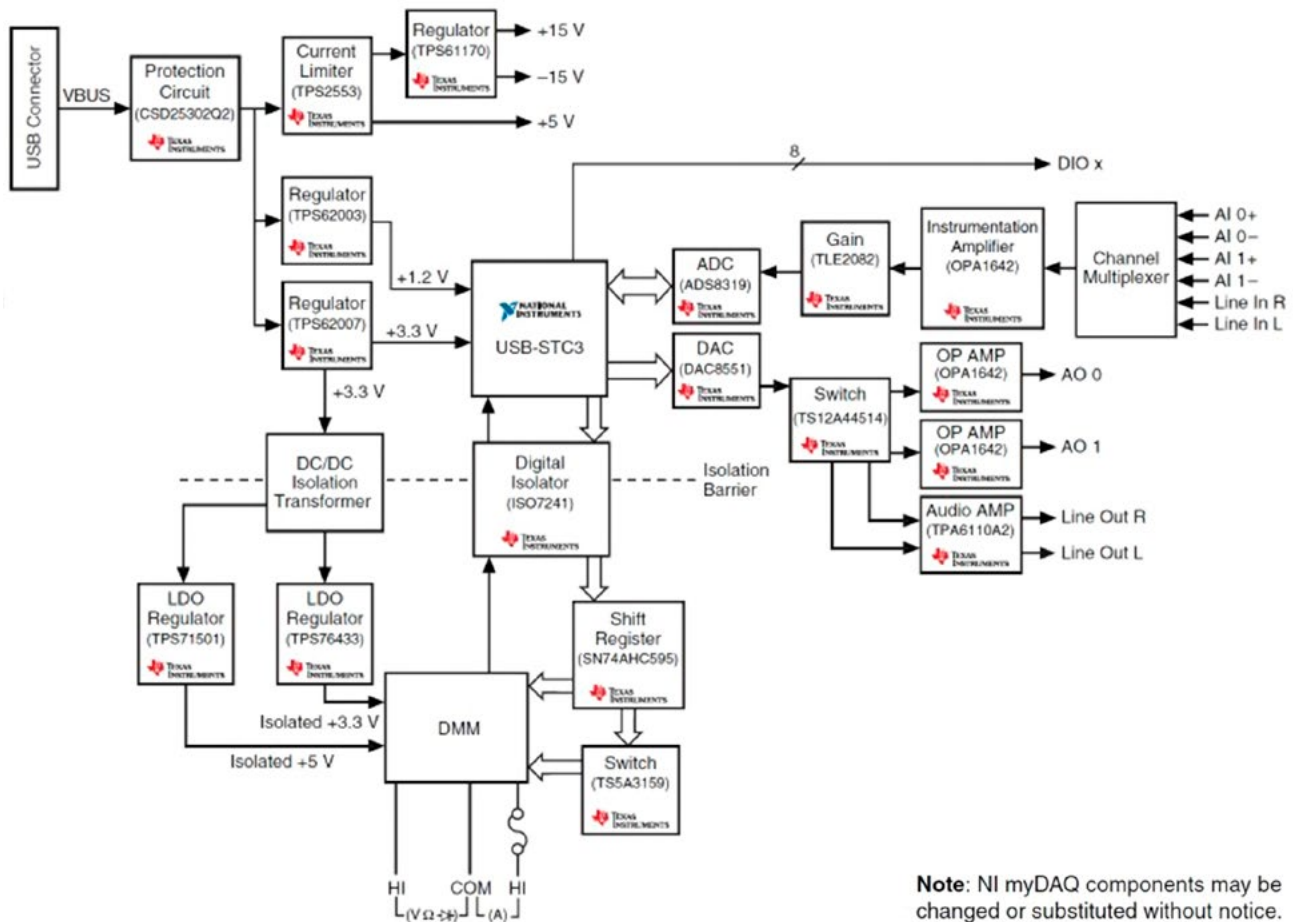
Para el intercambio de datos (información) entre el PC y el proceso o planta que se va a controlar, se tiene como interfaz el sistema de adquisición de datos MyDAQ® (ver Figura 1.5) fabricado por la empresa National Instruments®.



Figura 1.5: Fotografías de la tarjeta MyDAQ®.
 Fuente: National Instruments® (2020).

Esta tarjeta se configuró para trabajar con MATLAB® o con LabVIEW®, herramientas que serán introducidas a continuación.

Los diagramas que componen el MyDAQ se presentan en la Figura 1.6. Es importante que al diseñar el experimento se conozcan con claridad los niveles de tensión que se van a manejar, y los pines de conexión, National Instruments® (2020).



Note: NI myDAQ components may be changed or substituted without notice.

Figura 1.6: Componentes de la tarjeta MyDAQ.
 Fuente: National Instruments® (2020).

Herramientas software

MATLAB®

Tomando la definición de Wikipedia, "MATLAB (abreviatura de MATrix LABoratory [laboratorio de matrices]) es un sistema de cómputo numérico que ofrece un entorno de desarrollo integrado (IDE) con un lenguaje de programación propio (lenguaje M). Está disponible para las plataformas Unix, Windows, macOS y GNU/Linux.

Entre sus prestaciones básicas se hallan la manipulación de matrices, la representación de datos y funciones, la implementación de algoritmos, la creación de interfaces de usuario (GUI) y la comunicación con programas en otros lenguajes y con otros dispositivos *hardware*. El paquete MATLAB® dispone de dos herramientas adicionales que expanden sus prestaciones, a saber: Simulink® (plataforma de simulación multidominio) y GUIDE (editor de interfaces de usuario - GUI). Además, se pueden ampliar las capacidades de MATLAB® con las cajas de herramientas (*toolboxes*); y las de Simulink® con los paquetes de bloques (*blocksets* o *Apps*).

Es un *software* muy usado en universidades y centros de investigación y desarrollo. En los últimos años, ha aumentado el número de prestaciones, como la de programar directamente procesadores digitales de señal o crear código de Lenguaje de Descripción de Circuitos Digitales (VHDL)."

El Simulink® trae consigo librerías para instrumentación y control de sistemas que permiten intercambio de datos. Empresas como National Instruments® y Texas Instruments® proporcionan librerías para que sus desarrollos se conecten con MATLAB®-Simulink®. Haciendo uso de esas herramientas se dispone una simple interfaz para comunicación que se ilustra en la Figura 1.7.

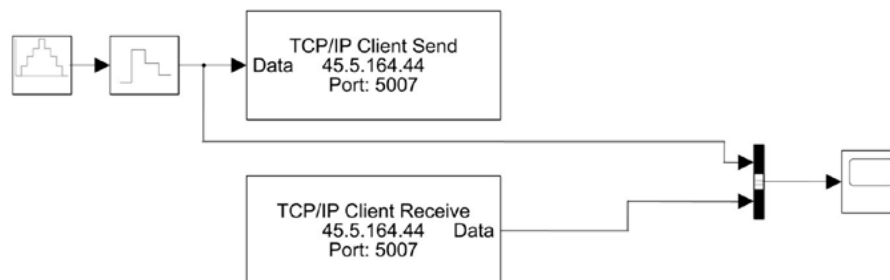


Figura 1.7: Diagrama Simulink® para la interfaz de datos.

A partir de esta interfaz, los profesores y estudiantes pueden montar los desarrollos de control para sus procesos en función de sus necesidades particulares. Para detalles que permitan aprender a usar el MATLAB®, se recomienda consultar a Pinto y Matía (2010).

En la Figura 1.7 se observa que para el intercambio de datos se usan los bloques de comunicación "TCP/IP client Send" y "TCP/IP client Receive". En ellos se requiere especificar la dirección IP y el puerto del elemento que entrega y del que recibe los datos; los bloques son independientes y es necesario configurarlos por separado. El resto de bloques son los comunes del Simulink®.

LabVIEW®

Los equipos de la National Instruments vienen desarrollados para trabajar con el *software* LabVIEW®. El laboratorio de Automática dispone del LabVIEW® para sus procesos de experimentación.

El LabVIEW® ofrece a los usuarios (tecnólogos e ingenieros) un entorno de programación gráfica. Cuando el usuario abre el LabVIEW® trabaja con dos interfaces: una gráfica, donde encuentra botones y subventanas de visualización (ver Figura 1.8), y la otra ventana conocida como instrumento virtual o "VI", donde encuentra el código fuente de la aplicación en formato gráfico (ver Figura 1.9).

En los servidores de servomecanismos, el estudiante dispone de tres herramientas "VI", que puede tomar como base para su experimentación: en lazo abierto, en lazo cerrado y con controlador PID ISA¹; los códigos son abiertos y pueden ser modificados en función de las necesidades de estudiantes y profesores.

¹ El estándar de la "International Society of Automation" (ISA).

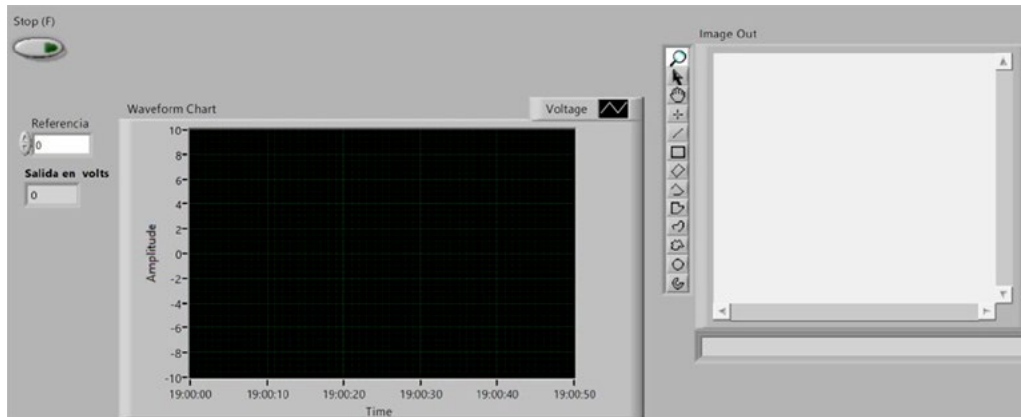


Figura 1.8: Pantalla de visualización VI lazo abierto con MyDAQ®.

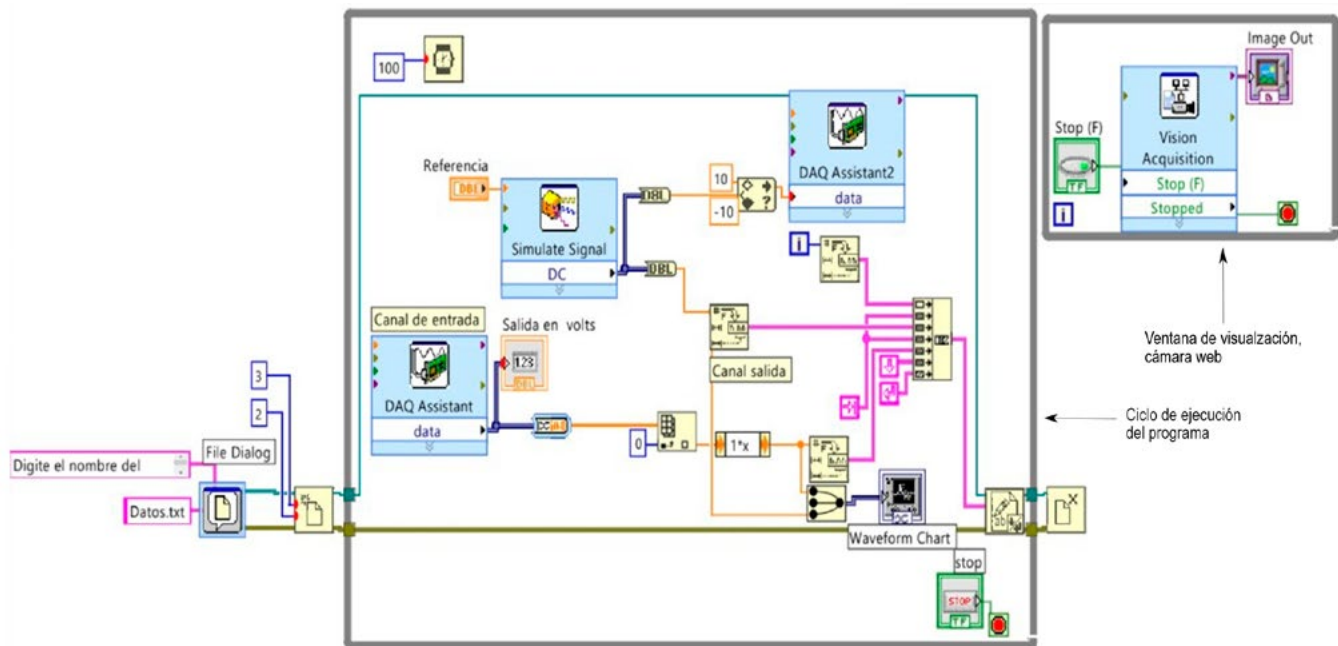


Figura 1.9: Ventana con código gráfico del VI para control lazo abierto con MyDAQ®.

Plataforma para experimentación local y remota

En la Figura 1.10 se muestra la arquitectura informática para la experimentación local o remota². El estudiante o aprendiz puede experimentar localmente o de forma remota.

Lo ideal es que al menos uno de los estudiantes esté realizando la práctica localmente –presencial, en

el laboratorio– e interactúe con sus pares que se encuentran trabajando remotamente. Para la experimentación, en este caso se pueden usar las aplicaciones sobre LabVIEW® o sobre el MATLAB®; el profesor deberá decidir con cuál de las dos trabajar. En la sección del procedimiento se indicarán los pasos para ingresar a la plataforma y realizar la experimentación.

² Se encuentra en ajuste permanente al entrar en funcionamiento nuevos procesos.

Para el ingreso a PERI, el estudiante deberá estar matriculado formalmente a una de las asignaturas programadas. Para ingresar, el estudiante o funcionario –si tiene correo institucional– puede hacerlo³ con su cuenta de Google, ver las instrucciones en la sección “Procedimiento”, (Urbano-López *et al.*, 2021).

Materiales y equipos

La práctica puede ser realizada con todas las tecnologías disponibles en el laboratorio para experimentación; dependiendo del *software* con el que se desee experimentar, se podrán seleccionar las herramientas de *software* listadas en la Tabla 1.2.

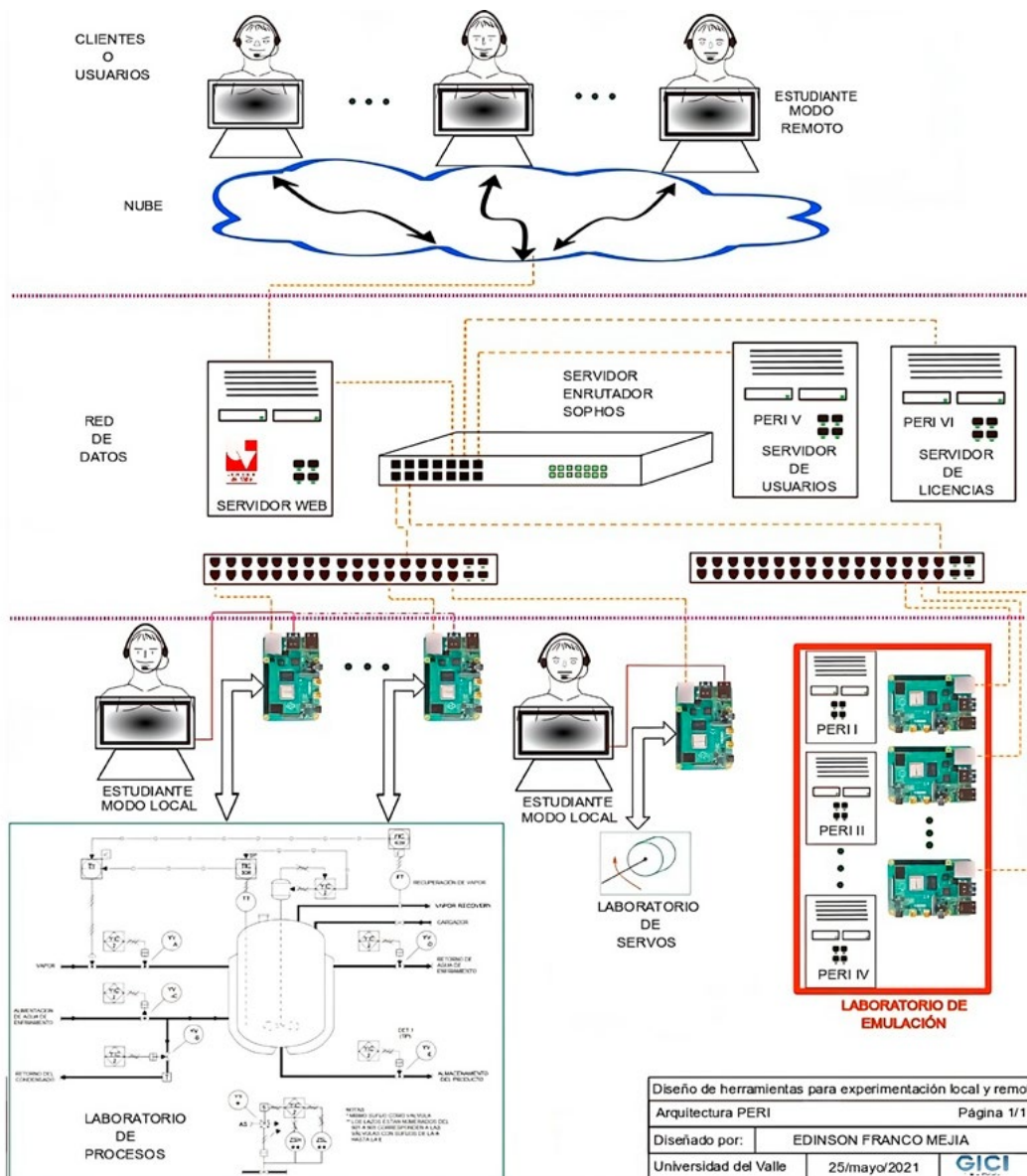


Figura 1.10: Arquitectura plataforma para experimentación remota, PERI.

³ “Loguearse.”

Tabla 1.2: Materiales y equipos.

Equipos			
Cantidad	Nombre	Marca/modelo	Especificaciones
1	PC	Intel/AMD	Procesador: para trabajar con MATLAB® deberá contar con un PC con características mínimas definidas así, trabajo en modo local: Intel I5 o Ryzen 5, trabajo en modo "online": Intel I3 o Ryzen 3. Memoria RAM: 8 GB. Espacio en disco duro: 20 GB.
Software			
1	Software	MATLAB®	Versión 2019 o superior.
1	Software	LabVIEW®	Versión 2020 o superior.

Procedimiento

1. Lea y ejecute las actividades del documento "Guía Básica MATLAB.pdf" que encuentra en el repositorio virtual entregado por su profesor.

2. Ingreso a la plataforma PERI. Este modo de ingreso se modifica periódicamente, por lo que puede variar de forma leve, se recomienda revisar en la pestaña de inicio o en la de ayuda para instrucciones detalladas de la forma de registro o de ingreso a las aplicaciones.

2.1. En un navegador, escriba la dirección de enlace URL⁴: "eieela.univalle.edu.co", observará la ventana que se ilustra en la Figura 1.11, donde deberá seleccionar "Iniciar sesión" y dar clic con el "ratón".

2.2. Posteriormente, aparecerá la ventana que se muestra en la Figura 1.12; al ser un usuario (profesor o estudiante) con correo institucional, pulse en el campo indicado por la flecha, y luego elija la cuenta (Figura 1.13).

Universidad del Valle

Inicio Iniciar sesión Búsqueda

Sobre la plataforma
 Descripción PERI
 Créditos
 Información

Inicio

Plataforma PERI

La Plataforma de Procesamiento Distribuido para Emulación de Procesos en Ingeniería (PERI)

La Plataforma de Procesamiento Distribuido para Emulación de Procesos en Ingeniería (PERI), fue desarrollada a través de dos proyectos de investigación financiados por Colciencias.

Sensor Vapo PERI, Procesador, Internet, Módem ADSL/WIFI, Usuarios, PCs/Laptops, Lab. Sensoriador, Sensores de Acleración PERI LHM.

Figura 1.11: Inicio de sesión en PERI.

⁴ URL: "Uniform Resource Locator" (Localizador de recursos uniforme).

Figura 1.12: Página para iniciar sesión en PERI.

2.3. Para ingresar a PERI, elija una cuenta (ver Figura 1.13).

Figura 1.13: Ventana para ingreso a PERI.

2.4. Una vez hecho esto debe aparecer la siguiente pantalla (Figura 1.14).

Podrá ver su rol de estudiante y su nombre. La reserva se realiza en el botón “Realizar reserva” (2), pero antes de esto deberá dirigirse al botón del menú con número (1), que corresponde a “Horarios”; aquí el sistema le mostrará los equipos reservados y los disponibles; una vez que tenga claro la disponibilidad del equipo que necesita, podrá realizar la reserva para agendar una práctica libre.

Por seguridad, siempre que necesite ingresar al laboratorio virtual, debe hacerlo desde el botón “Iniciar sesión con correounivalle”; recuerde que el sistema le está permitiendo acceder a la red del laboratorio de Automática de la Universidad del Valle.

2.5. Ahora podrá ver la ventana “Realizar reserva” (Ver Figura 1.15). Tiene cuatro campos: Herramienta, Fecha, Hora inicio y Tiempo de la reserva. En la opción “Herramienta”, el sistema le indica las herramientas que usted puede seleccionar; en la opción “Fecha” usted podrá seleccionar el día; y en las opciones “Hora” y “Tiempo”, la hora de inicio y si la reserva es para una, dos o tres horas. Tenga en cuenta que el sistema le permite seleccionar máximo tres horas por día y por grupo de práctica, el cual será definido previamente con su profesor.



Figura 1.14: Reserva de horario y equipo para trabajo remoto o local.

The image shows the 'Reserva' page on the Universidad del Valle website. The page has a red navigation bar at the top with the same menu items as in Figure 1.14. The main content area is titled 'Reserva' and contains a form for reserving equipment. The form is titled 'Solicitud de Horarios' and 'Sistema de reservas'. It includes the following fields:

- Herramienta: Raspberry I (dropdown menu)
- Fecha (Año-Mes-Día): 2022, 03, 06 (dropdown menus)
- Hora Inicio: 15:00 (dropdown menu)
- Tiempo de la reserva: 1 (dropdown menu)

 Below the form are 'Aceptar' and 'Limpiar' buttons. At the bottom of the form, there is a section titled 'Datos importantes' with the following conditions:

- Podrá realizarse solo dos reservas diarias por estudiante en toda la plataforma
- La reserva dura 1 hora, debe tener los pasos a realizar especificados para optimizar el tiempo
- La reserva debe realizarse dentro del mismo día
- Recuerde dejar las simulaciones pagadas para conservar los equipos

Figura 1.15: Página de reservas de equipos PERI.

Una vez realizado el agendamiento, el sistema enviará a su correo institucional el usuario y la clave que le permitirán el ingreso.

3. Si ya tiene un usuario y una contraseña generados por el sistema para acceder a un recurso, diríjase a la sección del recurso (Servos, Procesos, Raspberrys PI, entre otros) e inicie sesión con las credenciales. Las credenciales de acceso a los recursos son diferentes al login del acceso a PERI del ítem 2.

- En este punto, el usuario está listo para iniciar su trabajo de experimentación; los procesos cambian en función de su trabajo con MATLAB®/Simulink® o con LabVIEW®.
- Si va a trabajar con LabVIEW® debe abrir desde el escritorio remoto el instrumento virtual para su práctica (si es su primera vez, se recomienda abrir el VI para lazo abierto). El LabVIEW® le pedirá un nombre para el archivo de texto donde guardará la información; por defecto está el nombre "Datos.txt"; se recomienda cambiarlo y si va a tener gran cantidad de datos para experimentar, abrir una carpeta.
- Una vez finalizado el experimento, una forma sencilla y práctica de descargar los datos en su escritorio es abrir el navegador del escritorio remoto y enviar los datos a través de su correo electrónico o a alguno de sus pares.
- Si va a trabajar con MATLAB® tiene tres opciones:

- Si el usuario está físicamente en el laboratorio o si está remoto –desea trabajar con el MATLAB® en el PC (servidor) que está conectado físicamente a la tarjeta MyDAQ y que sirve de interface con el servomecanismo o el proceso– abra el MATLAB® y Simulink® del equipo.
- Si el usuario va a trabajar en modo remoto –usará el MATLAB® que se encuentra en el PC de su escritorio– deberá usar la interfaz de datos (herramienta "Diagrama Simulink®" presentada en la Figura 1.7) y pedir al profesor claridad sobre la IP y el puerto que debe configurar para el acceso remoto.
- Si el usuario va a trabajar remotamente, pero con el MATLAB® online (desde la página de Matworks®), este caso es similar al anterior ítem.

En cualquiera de los casos anteriores, si los datos de la experimentación los almacena en el servidor conectado al proceso o servomecanismo, el usuario podrá descargar los datos a través de su correo electrónico.

Informe

Se recomienda al profesor o instructor la evaluación oral durante el desarrollo de la misma; no obstante, puede requerir un informe escrito, si lo considera necesario. Una guía de los ítems que debe tener el informe se presenta en el Anexo II.

Capítulo 2

RECONOCIMIENTO DEL LAZO TÍPICO DE REALIMENTACIÓN

 <https://doi.org/10.25100/peu.1416.cap2>

Objetivos y resultados de aprendizaje

Objetivo general

Emplear la terminología de los SAC, logrando representar lazos típicos de control a partir de la observación y el análisis de sistemas.

Objetivos específicos

- Emplear la terminología de los sistemas de control.
- Reconocer el lazo típico de realimentación.
- Distinguir un SAC análogo y uno discreto.

Resultados de aprendizaje

Al finalizar, el estudiante:

- Identifica los equipos y sus procesos, elementos y señales para representar lazos típicos de control a partir de la observación y el análisis de sistemas.
- Reconoce los controladores análogos y digitales para su análisis para establecer los conceptos y herramientas a usar en el análisis y diseño de los controladores.
- Representa SAC usando bloques y flechas para dibujar lazos típicos de control.
- Reconoce los diagramas de proceso de flujo (PFD) y los diagramas de tubería e instrumentación (P&ID) para extraer los lazos típicos de realimentación.
- Representa sistemas y procesos en diagramas de tubería e instrumentación (P&ID) para la automatización del sistema.

Marco teórico

Lazos típicos de control análogo y digital

Para representar en el dominio del tiempo las señales (variables) de entrada y salida, se utilizan las letras minúsculas $r(t)$, $e(t)$, $b(t)$, $a(t)$, $m(t)$, $c(t)$. Las letras mayúsculas se reservan para representar las señales (variables) y las funciones de transferencia en el dominio de la frecuencia, ya sea de la variable compleja “ s ” (por transformada de Laplace) o de la variable en tiempo discreto (dominio “ z ”).

En la Figura 2.1 –parte superior– se muestra el lazo de realimentación típico de un sistema controlado analógicamente, donde:

- $G_2(s)$: Planta o sistema controlado. Es el proceso o máquina de la cual se va a controlar una cantidad o una condición particular.
 - $G_c(s)$: Elementos de control, también llamados el compensador o regulador, son los componentes requeridos para generar la señal de control apropiada ($a(t)$) que se aplicará a la planta.
 - $H(s)$: Elementos de retroalimentación. Son componentes que se requieren para que el controlador pueda “conocer” el valor de la variable controlada a través de la señal de retroalimentación primaria $b(t)$; estos son: sensores, medidores y acondicionadores de señal.
 - $r(t)$: Entrada de referencia. Es una señal externa cuya finalidad es ordenar a la planta una acción especificada. También llamada “Set Point” o consigna; a menudo representa un comportamiento ideal de la salida de la planta.
 - $c(t)$: Salida o variable controlada, es una cantidad o condición de la planta que se controla, por ejemplo: la presión de un tanque, el nivel de un depósito.
- Nota:** en algunos textos se usa “ $y(t)$ ”.
- $b(t)$: Señal de retroalimentación primaria. Es una señal que es función de la salida controlada $c(t)$ y que se suma a la entrada de referencia $r(t)$ para obtener la respuesta impulsora $e(t)$.

- $e(t)$: Señal impulsora o señal de error. Es el resultado de restar la realimentación primaria $b(t)$ a la entrada de referencia $r(t)$. También llamada señal de error, es la diferencia entre el valor de referencia o deseado, y el obtenido de la variable controlada.
- $v(t)$: Señal actuante o señal de control. Es la que envía el controlador al actuador para que este ejecute la acción de control sobre el proceso.
- $m(t)$: Variable manipulada. Es la cantidad o condición que es modificada por el actuador sobre la planta de proceso.
- $d(t)$: Señal perturbadora o de disturbio. Es una señal de entrada indeseable que afecta el valor de la variable controlada.

Un servomecanismo es un buen ejemplo de sistema de control por retroalimentación con amplificación de potencia, en el que la variable controlada es la posición, velocidad o aceleración mecánica de un motor. Los servomecanismos se caracterizan porque su objetivo es el seguimiento de una señal de referencia cambiante en el tiempo. Son muy comunes en sistemas mecatrónicos, robóticos y en general para el control de movimiento (*motion control*).

Un regulador o sistema regulador es un sistema de control por retroalimentación en el cual la consigna es constante o fija durante largos periodos de tiempo. La aplicación típica de estos reguladores es en el

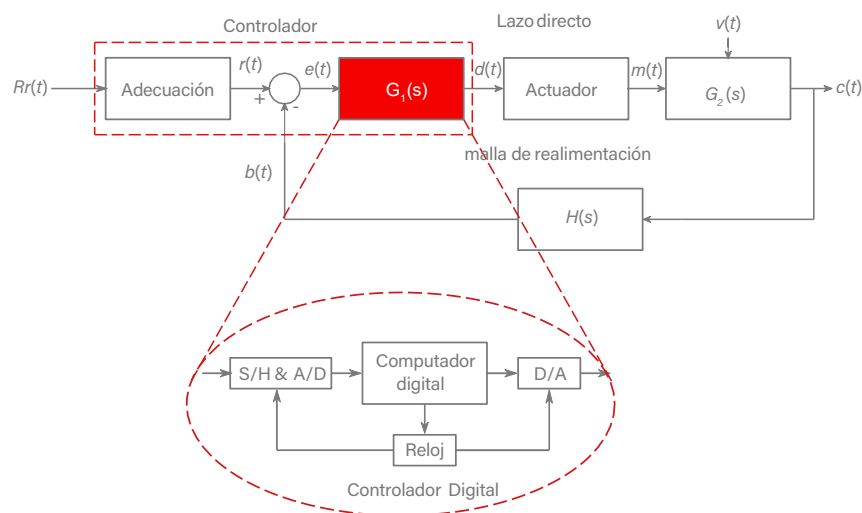


Figura 2.1: Lazo típico de realimentación.

control de procesos industriales; por ejemplo, las industrias papeleras, industrias petroquímicas, industrias de alimentos.

En la Figura 2.1 se muestra el lazo típico de realimentación de un sistema controlado digitalmente, extraído en el círculo de líneas punteadas. En este tipo de sistemas la señal de error es muestreada por un dispositivo que hace la conversión de la señal de analógica a digital, la entrega a un procesador que genera la señal de control adecuada y la envía hacia un convertidor digital a analógico. Es posible que esta señal de control deba ser adecuada antes de entregarla al actuador.

Diagramas de proceso de flujo y de tubería e instrumentación

En procesos productivos es normal tener diagramas de proceso de flujo (PFD) y diagramas de tubería e instrumentación (P&ID). El P&ID se conoce también como PEFS "Process engineering flow scheme", pero

es más empleado el término P&ID⁵; para ilustración ver la Figura 2.2.

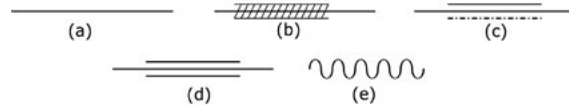


Figura 2.3: Símbolos usados para tuberías: (a) tubería, (b) tubería con aislamiento térmico, (c) tubería enchaquetada, (d) tubería calentada o enfriada, (e) tubería flexible.

El P&ID es la representación gráfica de la planta usando símbolos para indicar los equipos instalados. EL P&ID es la herramienta fundamental para los ingenieros de planta en todas las etapas, desde el diseño del proceso hasta su operación y mantenimiento, de ahí la importancia de que todo ingeniero se familiarice con este tipo de representación. El alcance de este texto no permite presentar en su totalidad los diagramas P&ID, pero se aclara que para su adecuado entendimiento es necesario primero familiarizarse con los diagramas PFD.

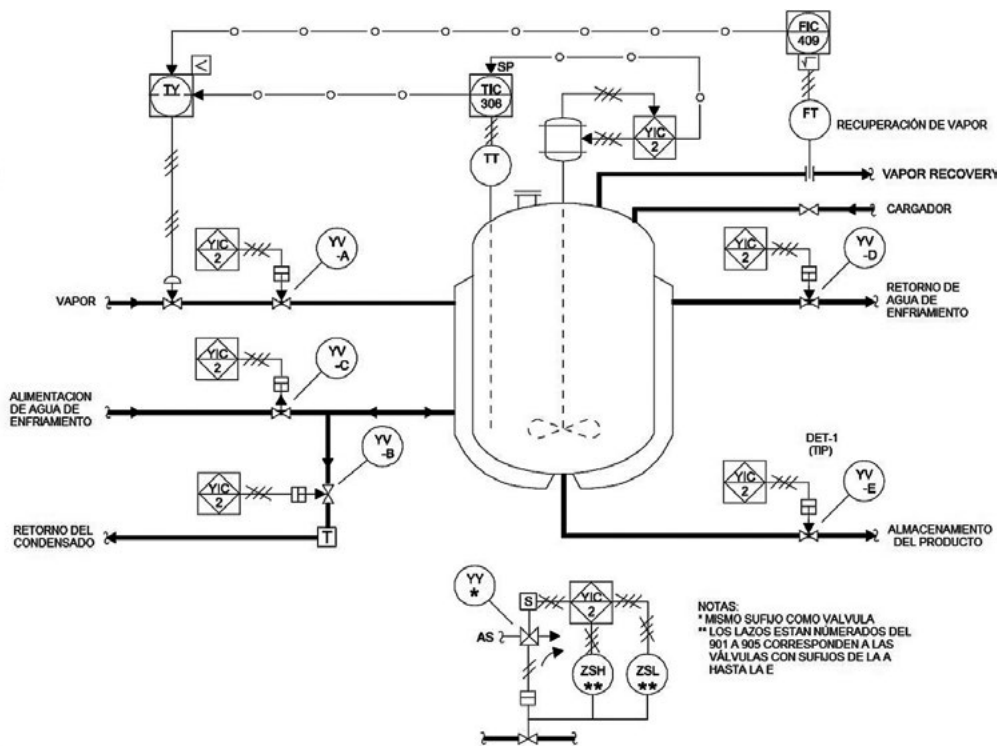


Figura 2.2: Diagrama de instrumentación y tuberías P&ID para un biorreactor típico. Fuente: adaptada de American National Standar (2009).

⁵ Para entender mejor la diferencia entre los distintos diagramas se recomienda ver el video "How to read process flow diagram", en el canal de Youtube Wondershare (26 de noviembre de 2021).

Los diagramas PFD y P&ID no son diagramas a escala de la planta, se emplean símbolos, acompañados con letras y números para especificar e identificar los componentes y las señales que están involucradas en el proceso. Por ejemplo, en la Figura 2.2 se puede observar claramente en el centro el símbolo empleado para el biorreactor, igualmente y solo para mejor comprensión del lector se trazaron las líneas de tubería ("pipe") como líneas más oscuras y gruesas (Figura 2.3). En diagramas PFD se tienen símbolos para representar: Bombas (P: "Pump"), Tanque abierto (T: "Atmospheric Tank"), Tanque a presión (PV: "Pressure Vessel"), Columna (C: "Column"), Intercambiador de calor (HE: "Heat Exchanger"), Agitador (S: "Stirrer"), Hornos (F: "Furnace or Fired Heater"), Compresor (K: "Compressor").

Para las líneas de proceso se tienen diferentes representaciones dependiendo de su función; así, por ejemplo, en la Figura 2.3 se muestran diferentes tipos de tubería como la rígida (a) y la flexible (e).

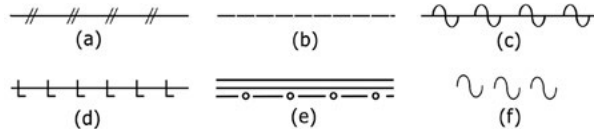


Figura 2.4: Símbolos usados para las líneas de señal: (a) neumáticas, (b) eléctricas o electrónicas, (c) guía electromagnética, sónica o fibra óptica, (d) hidráulicas, (e) de datos (comunicación), (f) inalámbricas.

Para las líneas de señal se usan modificaciones dependiendo de la naturaleza de la variable, como se ilustra en la Figura 2.4.

Para las válvulas se tienen diferentes representaciones en función del diseño y aplicación, como se muestra en la Figura 2.5.

Los diagramas de presión, instrumentación y tubería de un proceso se realizan siguiendo la norma ISA S5.1, la cual tiene como propósito establecer un medio uniforme o estandarizado para la representación gráfica y la identificación de instrumentos o dispositivos, sus funciones inherentes, los sistemas y funciones de instrumentación, las funciones de aplicación de *software utilizados* para medición, monitoreo y control. Esto se logra mediante la presentación de un sistema de designación que incluye la identificación de esquemas y símbolos gráficos (ANSI/ISA, 2009) –en este trabajo se usó la versión 2009–. Las reglas para la lectura y construcción del diagrama P&ID, siguiendo las recomendaciones de la norma ISA S5.1, se presentan en el Anexo II.

Materiales y equipos

En la Tabla 2.1 se listan los elementos necesarios para adelantar la experimentación.

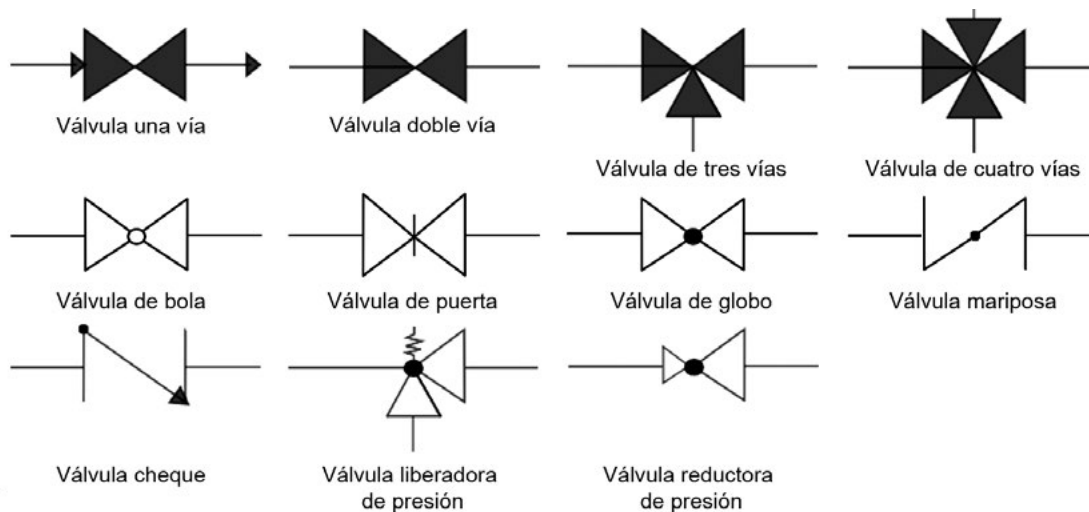


Figura 2.5: Algunos símbolos usados para las válvulas.
Fuente: adaptada de American National Standard (2009).

Tabla 2.1: Materiales y equipos.

Equipos			
Cantidad	Nombre	Marca/ modelo	Especificaciones
1	PC	Intel/ AMD	Procesador: para trabajar con MATLAB® local: Intel I5 o Ryzen 5, para MATLAB® online: Intel I3 o Ryzen 3. Memoria RAM: 8 GB. Espacio en disco duro: 20 GB.
Software			
1	Software	MATLAB®	Versión 2019 o superior.
1	Software	LabVIEW®	Versión 2020 o superior.

Procedimiento

Demostración

1. La primera parte de la práctica será demostrativa. Posteriormente los estudiantes pasarán a reconocer los elementos constitutivos, los tipos de señales y el lazo típico en la planta de proceso asignada a su grupo.

Nota 1. En caso de no disponer de ingreso al laboratorio, el profesor puede usar casos de la vida cotidiana. ▲

Identificación de la bucla típica

2. El profesor asignará a cada grupo un proceso o sistema. El grupo de estudiantes deberá reconocer los componentes, los tipos de señales y los lazos típicos que pueda encontrar en la planta de proceso.

3. El profesor asignará a cada grupo un proceso o sistema. El grupo deberá identificar los componentes, las señales y los lazos típicos de la planta de proceso asignada a su grupo. Luego, deberá investigar los elementos básicos de los lazos de control. Finalmente, deberá realizar el diagrama de P&ID siguiendo los lineamientos de la norma ANSI/ISA-S5.1.

Nota 2. Deberán documentarse adecuadamente sobre el funcionamiento del equipo asignado, la naturaleza de las señales que maneja, las precauciones y normas de seguridad para operarlo, pues este queda durante la estancia en el laboratorio bajo su responsabilidad. ▲

Informe

Para esta práctica, parte de la evaluación se hará oralmente durante el desarrollo de la misma; al final de la práctica cada grupo debe entregar por escrito el informe (o reporte) de forma estructurada, organizada y profesional. Puede usar la estructura sugerida en el Anexo II.

Capítulo 3

MODELADO HEURÍSTICO DEL PROCESO

 <https://doi.org/10.25100/peu.1416.cap3>

Objetivos y resultados de aprendizaje

Objetivo general

Hallar el modelo matemático de sistemas dinámicos típicos por la técnica de curva de reacción.

Objetivos específicos

- Hallar el modelo matemático estático de sistemas dinámicos típicos por la técnica de curva de reacción.
- Establecer las características de los sistemas realimentados,
- Hallar el modelo matemático dinámico de sistemas dinámicos típicos por la técnica de curva de reacción.

Resultados de aprendizaje

Al finalizar, el estudiante:

- Aplica el procedimiento para determinar el comportamiento estático de un sistema SISO.
- Aplica técnicas para obtener experimentalmente la respuesta en el tiempo de los SAC en lazo abierto.
- Determina el modelo dinámico de los SAC a partir de la respuesta en el tiempo.
- Analiza la respuesta transitoria de los sistemas dinámicos de primer y segundo orden.

Marco teórico

Modelos estáticos

La característica de un proceso estático es una curva que da la relación de estado estable entre la señal de entrada al proceso y la salida (ver Figura 3.1).

Todo procedimiento de modelamiento heurístico debe iniciar determinando un modelo estático del proceso; este puede ser usado para determinar el rango de señales de entrada y salida sobre los cuales se desea operar el proceso.

Los asteriscos en $c^*(t)$ y $u^*(t)$ significan que solo se consideran los valores en estado estable para trazar esta curva.

Para pequeñas desviaciones, el modelo de un proceso estático puede ser descrito por un parámetro, llamado la ganancia. Estas pequeñas desviaciones se conocen como “la razón de los cambios en estado estable entre la salida y la entrada del proceso”.

A partir del conocimiento de la característica estática se selecciona el punto de operación deseado para el proceso o planta, y el rango de operación; posteriormente esta información es usada para determinar el modelo lineal.

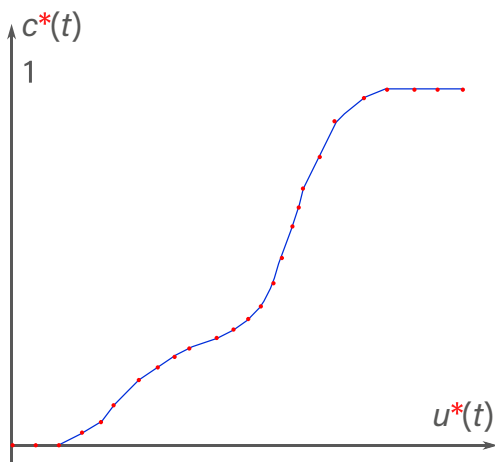


Figura 3.1: Característica estática ejemplo para una planta SISO.

Modelos dinámicos

Un modelo dinámico proporciona información entre la entrada y la salida durante los regímenes transitorio y estacionario. Heurísticamente, se pueden determinar a través de curvas de reacción para sistemas en un rango lineal de operación; se asume que los sistemas son, además, invariantes en el tiempo.

La dinámica de un sistema está caracterizada en términos de la respuesta a una señal de prueba típica; en los sistemas dinámicos discutidos aquí solo se considera la relación entre dos señales típicas: la señal de control y la variable medida (para sistemas SISO). Como señales de entrada a la planta (señal de control) se usan típicamente señales tipo escalón, rampa o aceleración.

Una vez corrido el experimento, se procede a obtener el modelo matemático que representa el sistema dinámico.

Nota 3. Se aclara que solo se podrán modelar sistemas que sean estables; si en alguna situación la planta

o proceso es inestable, se deberá proceder primero a estabilizarla y posteriormente, para el sistema estabilizado, se procede a realizar el experimento. ▲

Antes de continuar con las técnicas de modelado, se presenta el análisis temporal de sistemas dinámicos típicos.

Análisis de respuesta temporal

La respuesta temporal de un sistema de control consta de dos partes: la respuesta transitoria y la respuesta en estado estacionario. Como un sistema físico incluye almacenamiento de energía, cuando está sujeto a una entrada no la puede seguir en forma inmediata, presentando un comportamiento transitorio antes de alcanzar el estado de equilibrio o estacionario.

Al diseñar un sistema de control, se puede predecir el comportamiento dinámico del sistema partiendo del conocimiento de los componentes.

Al analizar un sistema se debe examinar el comportamiento de la respuesta transitoria, como por ejemplo el tiempo requerido para alcanzar el nuevo estado de reposo y el valor del error mientras sigue la señal de entrada, así como el comportamiento en estado estacionario. A continuación se analizan las respuestas temporales de sistemas típicos de primer y de segundo orden.

Respuesta a un escalón de sistemas de primer orden

Los sistemas de primer orden se caracterizan porque en el tiempo la máxima derivada que relaciona la salida con la entrada es de orden uno. Las plantas con modelos típicos de primer orden se caracterizan por tener en el denominador un polinomio de primer orden cuando está en el dominio de la variable compleja “s”, como se ve en la ecuación 3.1.

$$G(s) = \frac{1}{1+\tau s} \quad (3.1)$$

Si se aplica a la entrada de la planta una señal tipo escalón unitario, la salida se puede expresar como se muestra en la ecuación 3.2.

$$C(s) = \frac{1}{s} \frac{1}{1+\tau s} \quad (3.2)$$

Al resolver esta ecuación usando la transformada inversa de Laplace se obtiene la expresión en la ecuación 3.3.

$$\begin{aligned}
 c(t) &= \mathcal{L}^{-1}\{C(s)\} \\
 &= \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s} - \frac{1}{1+\tau s}\right\} \\
 &= 1 - e^{-t/\tau}
 \end{aligned}
 \tag{3.3}$$

La salida es cero en $t = 0$ y finalmente evoluciona hasta la unidad; el trazo o gráfico de la respuesta dinámica se muestra en la Figura 3.2. Una característica importante para representar esta curva de reacción es el tiempo que tardaría en alcanzar el estado estable si continuara con la dinámica inicial; este tiempo " τ " coincide con el tiempo en que la curva alcanza el valor 63.2 % del valor final y se reconoce como la constante de tiempo (τ) del sistema de primer orden, lo cual se puede ver fácilmente al sustituir $t = \tau$ en la ecuación 3.3, es decir:

$$c(\tau) = 1 - e^{-\tau/\tau} = 1 - 0.367879 = 0.632 \tag{3.4}$$

Note que cuanto más pequeña sea la constante de tiempo $t = \tau$ (ver Figura 3.2), más rápida es la respuesta del sistema. También se observa que la pendiente inicial de la curva exponencial, la pendiente de la recta tangente en $t = 0$, es $1/t = 1/\tau$.

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \left(\frac{1}{\tau} e^{-t/\tau}\right)_{t=0} = \frac{1}{\tau} \tag{3.5}$$

Para $t = 3\tau, 4\tau, 5\tau$ la respuesta alcanza (respectivamente) el 95 %, 98.2 % y 99.3 % del valor final; así, para $t = 4\tau$, la respuesta se encuentra dentro del 2 % del valor final, la cual para efectos prácticos es considerada como una estimación razonable del tiempo de respuesta.

Una propiedad importante de los sistemas lineales e invariantes en el tiempo es que la respuesta a un escalón unitario se puede obtener de la derivada de la respuesta a una rampa con pendiente unitaria, y finalmente la respuesta a un impulso unitario se puede obtener de la respuesta al escalón unitario; esto es una ventaja favorable en el análisis de modelos de procesos, puesto que existen sistemas que no se pueden analizar con el escalón unitario, pero se puede obtener el modelo realizando el análisis con la rampa unitaria y derivando la respuesta.

Respuesta al escalón de sistemas de segundo orden

Un sistema dinámico de segundo orden en la forma canónica se representa con la función de transferencia de la ecuación 3.6.

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2} \tag{3.6}$$

Recordando que el polinomio del denominador se conoce como la ecuación característica $E_c(s)$ (también conocido como polinomio característico), a saber:

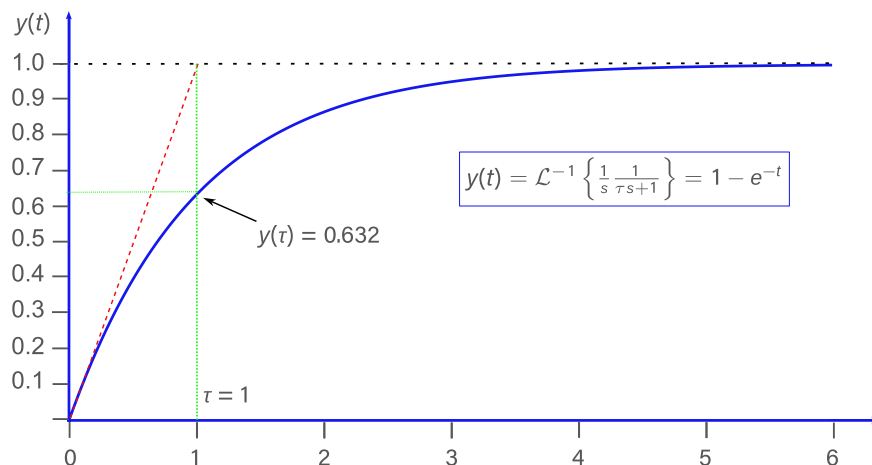


Figura 3.2: Respuesta típica de un sistema de primer orden.

$$E_c(s) = s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2 \quad (3.7)$$

la respuesta ante una señal de entrada tipo escalón unitario $C(s)$ (ver ecuación 3.8)

$$C(s) = \frac{w_n^2}{(s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2)} \frac{1}{s} \quad (3.8)$$

dependerá de los valores de los parámetros o de la ubicación de las raíces del polinomio característico (polos); las raíces del polinomio característico se obtienen resolviendo el binomio cuadrado perfecto ($as^2 + bs + c$); así, $a = 1$, $b = 2\xi w_n$, $c = w_n^2$, cuya solución es

$$((-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})/2a).$$

De ese modo, las raíces de $E_c(s)$ están dadas por

$$s_{1,2} = \frac{-2\xi w_n \pm \sqrt{(2\xi w_n)^2 - 4w_n^2}}{2} = -\xi w_n \pm w_n \sqrt{\xi^2 - 1}$$

La respuesta ante una entrada tipo escalón unitario, para $t \geq 0$, se obtiene a través de la transformada inversa de Laplace de la ecuación (3.8)

$$\begin{aligned} c(t) &= \mathcal{L}^{-1}(C(s)) \\ &= \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s} \frac{w_n^2}{s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2}\right) \\ &= \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s} \frac{w_n^2}{(s + \xi w_n + jw_d)(s + \xi w_n - jw_d)}\right) \\ &= \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s} \frac{s + 2\xi w_n}{(s + \xi w_n + jw_d)(s + \xi w_n - jw_d)}\right) \\ &= \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s} \frac{s + 2\xi w_n}{(s + \xi w_n)^2} - \frac{\xi w_n}{(s + \xi w_n)^2}\right) \\ &= 1 - e^{-\xi w_n t} \cos(w_d t) - e^{-\xi w_n t} \frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin(w_d t) \\ &= 1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \xi^2}} e^{-\xi w_n t} \sin(w_n \sqrt{1 - \xi^2} t + \phi) \\ \phi &= \tan^{-1} \frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi} \\ w_d &= w_n \sqrt{1 - \xi^2} \end{aligned} \quad (3.9)$$

El sistema será estable si la parte real de los polos es negativa, esto se logra si $-\xi w_n < 0$. Por otro lado, si $-\xi w_n < 0$ (esto es, si $0 < \xi < 1$), los polos son complejos conjugados; y si $(\xi^2 - 1) < 0$ (esto es, si $0 < \xi < 1$), los polos son complejos conjugados; y si $(\xi^2 - 1) \geq 0$ (esto es, si $\xi \geq 1$), los polos son reales.

Los polos pueden ser representados a través de la ubicación en el plano complejo "s", como se muestra en la Figura 3.3.

Resumiendo, el comportamiento dinámico del sistema de segundo orden se puede describir en térmi-

nos de los parámetros ξ y w_n . Si $0 < \xi < 1$, el radical en w_d es negativo, w_d es imaginaria y los polos de lazo cerrado son complejos conjugados quedando ubicados en el semiplano izquierdo; se dice entonces que el sistema es "subamortiguado" y la respuesta es oscilatoria. Si $\xi = 1$ se dice que el sistema es críticamente amortiguado y si $\xi > 1$ el sistema es "sobreamortiguado". La respuesta transitoria de sistemas críticamente amortiguados y de sistemas sobreamortiguados se caracteriza porque no presenta oscilaciones. Finalmente, si $\xi = 0$, la respuesta transitoria no se extingue.

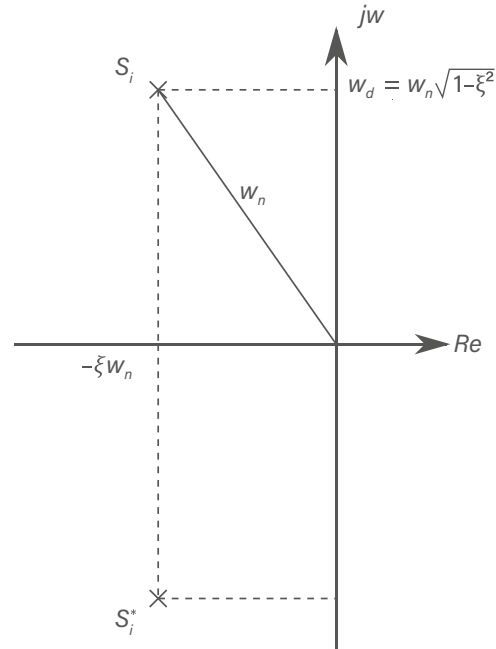


Figura 3.3: Ubicación de polos complejos conjugados, plano "s".

A continuación se revisará cada caso.

Caso subamortiguado, $\xi \leq 0$

La salida del sistema, señal $c(t)$ (ecuación 3.9)

$$c(t) = 1 - \frac{e^{-\xi w_n t}}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin(w_d t + \tan^{-1} \frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi}), t \geq 0$$

presenta una oscilación sinusoidal amortiguada; la frecuencia de oscilación transitoria es la frecuencia natural amortiguada w_d y varía con la relación de amortiguamiento ξ .

Los parámetros de la respuesta transitoria (ver Figura 3.4) se definen a continuación:

- Tiempo de retardo, t_d : el tiempo que tarda la respuesta en alcanzar la mitad del valor final por primera vez.
- Tiempo de crecimiento, t_r : es el tiempo requerido para que la respuesta aumente del 10 % al 90 %, del 5 % al 95 % o del 0 % al 100 % de su valor final. Para sistemas de segundo orden subamortiguados se usa normalmente de 0 % al 100 %. Para el caso de sistemas sobreamortiguados se usa del rango del 10 % al 90 %.
- Tiempo de pico, t_p : es el requerido para que la respuesta alcance el primer pico de sobreimpulso.
- Sobreimpulso máximo, M_p : es el valor del pico máximo de la curva de respuesta medido desde el valor final.
- Tiempo de establecimiento, t_s : tiempo necesario para que la respuesta alcance y se mantenga en un rango alrededor de su valor final, con una magnitud especificada por el porcentaje absoluto del valor final del 5 %, del 2 % o del 1 %.

Nota 4. El tiempo de establecimiento está relacionado con la constante mayor del sistema; el criterio para fijar el porcentaje de error depende de los objetivos de diseño del controlador.▲

Nota 5. Si ξ se hace cero, la respuesta es de la forma

$$c(t) = 1 - \cos(\omega_n t), \quad t \geq 0$$

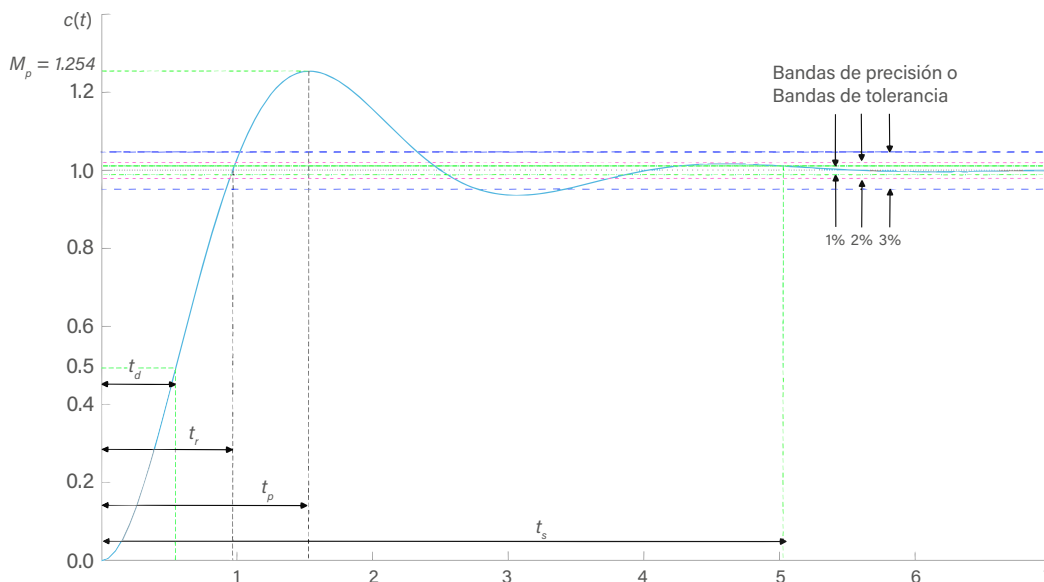


Figura 3.4: Respuesta típica sistema subamortiguado. Fuente: adaptada de Ogata (1993).

la oscilación continúa indefinidamente con $\omega_d = \omega_n$ como la frecuencia de oscilación.▲

Caso de amortiguamiento crítico, $\xi = 1$

Si los dos polos del polinomio característico son iguales, se dice que el sistema es críticamente amortiguado.

Nota 6. Si los polos son reales y están muy cerca entre sí, el sistema se puede aproximar por uno de amortiguamiento crítico.▲

Para una entrada escalón ($R(s) = 1/s$), la respuesta (al escalón) se puede escribir como:

$$C(s) = \frac{1}{s} \frac{\omega_n^2}{(s + \omega_n)^2} \quad (3.10)$$

La función de respuesta en el tiempo es:

$$c(t) = 1 - e^{-\omega_n t} (1 + \omega_n t) \quad (3.11)$$

Caso sobreamortiguado, $\xi > 1$

En este caso los polos del polinomio característico son reales, negativos y diferentes.

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{(s + \xi\omega_n + j\omega_d)(s + \xi\omega_n - j\omega_d)}$$

Nota 7. Consultada la tabla de transformadas inversas de Laplace se encuentra:

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s(s+a)(s+b)}\right\} = \frac{1}{ab}\left[1 + \frac{1}{a-b}(be^{-at} - ae^{-bt})\right] \blacktriangle$$

Para una entrada escalón unitario, y con

$$s_1 = (\xi + \sqrt{\xi^2 - 1})w_n$$

$$s_2 = (\xi - \sqrt{\xi^2 - 1})w_n$$

la respuesta se puede escribir como:

$$C(s) = \frac{1}{s} \frac{w_n^2}{(s+s_1)(s+s_2)}$$

$$C(t) = 1 + \frac{w_n}{2\sqrt{\xi^2 - 1}} \left(\frac{e^{(-s_1)t}}{s_1} - \frac{e^{(-s_2)t}}{s_2} \right)$$

Si $\xi \gg 1$, una de las raíces (para la explicación, suponga que s_2) está más cerca al eje jw ; lo que indica que, en términos absolutos, la magnitud de la raíz correspondiente al otro polo (s_1) será más grande, el efecto de s_1 en la respuesta disminuye con mayor rapidez que el término que incluye a s_2 . En este caso, el término de la solución correspondiente al polo s_1 se puede despreciar; una vez desaparecido el término, la respuesta al escalón es similar a la de un sistema de primer orden y se puede aproximar a este.

Nota 8. Dos sistemas con la misma ξ y diferente w_n presentan el mismo sobreimpulso y el mismo esquema oscilatorio.▲

Nota 9. Un sistema subamortiguado con $0.5 < \xi < 0.8$

se aproxima con mayor rapidez al valor final que un sistema críticamente amortiguado o que un sistema sobreamortiguado.▲

Nota 10. Entre los sistemas que responden sin oscilación, un sistema críticamente amortiguado presenta una respuesta más rápida.▲

Nota 11. Un sistema sobreamortiguado es siempre más lento en su respuesta a cualquier entrada.▲

Nota 12. No todas las especificaciones son aplicables; por ejemplo, para un sistema sobreamortiguado no se aplican los términos de tiempo de pico y sobreimpulso máximo.▲

Nota 13. Si se desea que la respuesta de un sistema típico de segundo orden sea suficientemente rápida y amortiguada, la relación de amortiguamiento debe estar entre 0.4 y 0.8; valores pequeños de $\xi (< 0.4)$ producen sobreimpulso excesivo; un sistema con un valor de ξ muy grande (> 0.8), responde lentamente.▲

Nota 14. El tiempo de establecimiento se determina en correspondencia con una banda de tolerancia; típicamente se toman bandas de $\pm 2\%$ o de $\pm 5\%$ del valor final.▲

Nota 15. Para facilitar la comparación de las respuestas de diferentes sistemas, se suele definir el tiempo de establecimiento t_s , como $t_s = 4\tau$ (criterio del 2%) o $t_s = 3\tau$ (criterio del 5%).▲

Nota 16. Si la relación de amortiguamiento está entre 0.4 y 0.8, el porcentaje de sobreimpulso máximo para la respuesta escalón está entre el 25% y el 2.5%, respectivamente.▲

Respuesta de sistemas con ceros

Un cero es una raíz solución del polinomio en el numerador de la función de transferencia; hasta ahora se ha revisado el efecto de los polos en la respuesta dinámica; pero, ¿cómo afectan los ceros la respuesta del sistema? Este tema es importante para el análisis y diseño de los controladores. Brevemente, se verá el efecto en tres casos.

Suponga un proceso con dinámica de primer orden y con un cero de la forma:

$$G(s) = \frac{(s+z)}{(z+p)}$$

donde se reconocen tres condiciones:

1. El cero es negativo a la derecha del polo.
2. El cero es negativo a la izquierda del polo.
3. El cero es positivo, tal que $s = z$ está ubicado a la derecha del plano complejo "s".

Asumiendo lazo típico de control con realimentación unitaria negativa, y con función de transferencia

$$T(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{(s+z)}{(s+p)+(s+z)} = \frac{s+z}{2s+p+z}$$

Se puede observar que se conserva en red cerrada el cero de lazo abierto, o que el cero de lazo abierto es un cero de lazo cerrado, mientras que el polo de red abierta al cerrarse el lazo se desplaza a

$$s = -\frac{p+z}{2}$$

de donde se puede apreciar que si el cero se encuentra a la derecha del plano "s", y si $|p| > |z|$, el polo resultante estará a la izquierda del plano "s" y el sistema en red cerrada conserva la estabilidad; en caso contrario el sistema se hace inestable, y en el caso en que $|s| = |z|$ el polo de red cerrada resultante estará en el origen y el sistema se hará marginalmente estable.

Nota 17. Se observa cómo un cero puede llegar a hacer inestable un sistema estable.▲

Nota 18. Se puede observar que la respuesta al escalón de este sistema al comienzo presenta un comportamiento contrario al deseado.▲

Nota 19. Para sistemas de segundo orden, el cero cambia la respuesta dinámica en función de la relación $\alpha = z/p$, donde z es el cero y p es el polo. Se recomienda revisar este efecto a través de simulaciones en MATLAB® o en otro texto.▲

Estimación de modelos a partir de curva de reacción

Existen varias técnicas heurísticas para realizar la estimación de modelos a partir de curvas de reacción; sin embargo, en esta práctica solo se verá el método de estimación en lazo abierto. Esta técnica de estimación (o de identificación) se realiza eliminando los lazos de realimentación, se aplican señales de prueba típicas y se analiza la forma de la respuesta. La técnica se basa en que la mayoría de los procesos industriales tiene respuesta monótona creciente estable a una entrada escalón; el método de respuesta al escalón está limitado para la determinación de modelos simples.

El requerimiento para esta técnica es que el sistema esté inicialmente en reposo, antes de que la señal de prueba sea aplicada; desde luego, es difícil lograr reposo absoluto debido a fluctuaciones pequeñas asociadas a disturbios no considerables o a errores en las medidas.

Para realizar esta prueba es conveniente determinar con anterioridad la región lineal (a partir de la caracterización estática) donde se realizará el modelamiento.

Los modelos matemáticos de sistemas SISO se pueden obtener de la respuesta al escalón; las señales tipo que se logran se presentan en la Figura 3.5 y serán objeto de revisión en esta guía. En el eje de las abscisas (eje x) se muestra la escala de tiempo en unidades sin definir; en el eje de las ordenadas o "eje y" se presenta la señal de salida $c(t)$ en unidades sin definir.

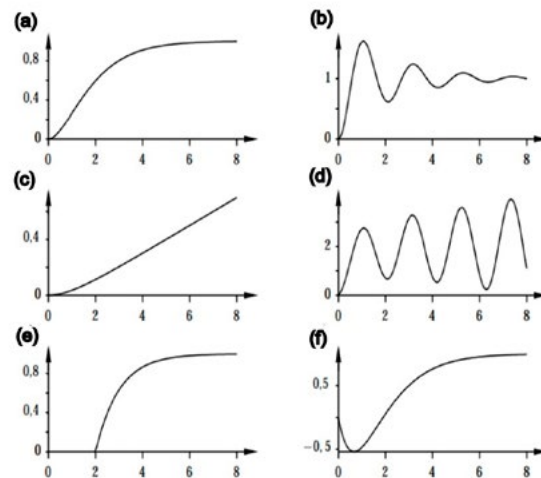


Figura 3.5: Respuestas típicas de sistemas SISO. Fuente: Åström y Hägglund (1995).

En la Figura 3.5a la salida del proceso cambia monótonamente a un nuevo valor estacionario, este es el tipo de respuesta más común encontrada en los procesos industriales.

En la Figura 3.5b la salida del proceso oscila alrededor de su valor estacionario final hasta alcanzar el estado estable.

El sistema de la Figura 3.5c muestra un proceso integrador; un ejemplo de un proceso integrador es el control de nivel sin flujo de salida; otro, un sistema de almacenamiento de un gas en una pipa o pipeta.

El sistema de la Figura 3.5d representa un sistema inestable típico de sistemas RLC o masa amortiguador mal condicionados, con presencia de polos complejos conjugados a la derecha del "plano s".

El sistema de la Figura 3.5e presenta una respuesta monótonamente creciente con un tiempo muerto de

dos unidades de tiempo; este fenómeno ocurre cuando hay retardo de transporte en el proceso; por ejemplo, almacenamiento de energía o masa, o un sistema de transporte en ductos o tuberías.

El sistema de la Figura 3.5f es un sistema de fase no mínima, donde la señal medida se mueve inicialmente en la dirección contraria; se dice que este sistema tiene "subpaso".

Para representar los sistemas con los comportamientos descritos en la Figura 3.5 se usan modelos matemáticos que llamaremos "modelos dinámicos" y se reconocen varios "modelos tipo"; se encuentran modelos de dos parámetros, de tres parámetros, de cuatro parámetros, modelos con integradores y modelos oscilatorios. A continuación se revisa cada uno.

Modelos de dos parámetros

El modelo paramétrico más simple de un proceso dinámico tiene dos parámetros, la ganancia y el tiempo de establecimiento, como se muestra en la ecuación 3.12

$$G(s) = \frac{C(s)}{U(s)} = \frac{K}{1+ts} \quad (3.12)$$

Cuando a la entrada se aplica un escalón y se obtiene la respuesta, como se observa en las Figuras 3.2, 3.5a y 3.6, el parámetro τ indica el tiempo que tarda la señal en alcanzar el valor en estado estable si continúa la tendencia dada por la recta tangente en el punto de inflexión (ver Figura 3.6).

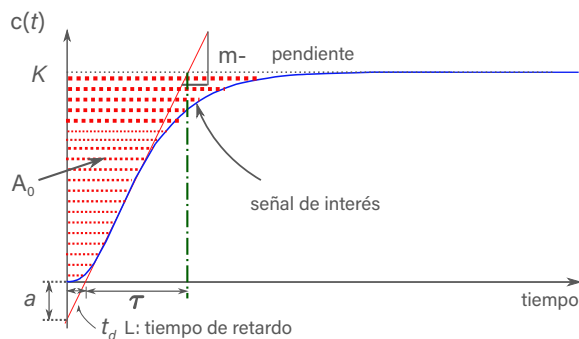


Figura 3.6: Respuesta típica de planta con retardo. Fuente: adaptada de Åström y Hägglund (1995).

Usando la respuesta de la Figura 3.2 se observa que τ corresponde al 63.2 % del valor alcanzado en el estado permanente o estacionario y K es la ganancia del sistema, o sea la relación

$$K = \frac{c(t \rightarrow \infty)}{u(t \rightarrow \infty)}$$

Si la respuesta es como se aprecia en la Figura 3.6, el cálculo del parámetro τ se realiza como lo muestran Åström y Hägglund (1995)

$$\tau = \frac{A_0}{K}$$

donde A_0 es el área sobre la curva, como se ilustra en la Figura 3.6.

$$A_0 = \int_0^{\infty} (c(\infty) - c(t)) dt$$

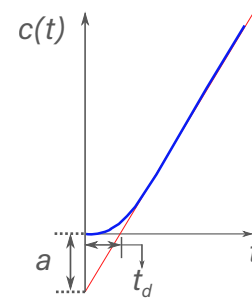


Figura 3.7: Respuesta de planta con integración pura. Fuente: adaptada de Åström y Hägglund (1995).

Nota 20. Obsérvese que si $u(0) = 1$, $u(t \rightarrow \infty) = 1$, $c(0) = 0$, entonces $c(t \rightarrow \infty) = K$. ▲

Otro modelo de dos parámetros se presenta en la ecuación 3.13, y representa el comportamiento dinámico de la Figura 3.7; corresponde a un integrador con tiempo de retardo (t_d) como se muestra en la ecuación 3.13.

$$G(s) = \frac{a}{st_d} e^{-st_d} \quad (3.13)$$

Este modelo es caracterizado por dos parámetros a y t_d que son fácilmente determinados gráficamente de la respuesta al escalón, como se puede ver en las Figuras 3.6 y 3.7.

El tiempo de establecimiento para el primer modelo (ecuación 3.12) tiene buena aproximación en bajas frecuencias pero muy pobre en altas frecuencias.

El segundo modelo es pobre en bajas frecuencias pero razonablemente bueno en el rango de frecuencias medias.

Modelos de tres parámetros

Para respuestas como la Figura 3.5a, que se repite más detallada en la Figura 3.8, se obtiene una mejor aproximación incrementando el número de parámetros, con lo que el modelo puede representarse por:

$$G(s) = \frac{K}{1+Ts} e^{-st_d} \quad (3.14)$$

donde: K =ganancia estática, τ =constante de tiempo, t_d =tiempo muerto.

Para determinar τ , un método es igualándolo a la distancia AC en la Figura 3.8, donde el punto C es el tiempo cuando la tangente intercepta la línea $c(t)=K$. Otro método es determinar τ de la distancia AB , donde B es el tiempo cuando la respuesta al escalón alcanza el valor $0.632K$; ambos métodos dan idénticos resultados para este modelo, aunque el método basado en el punto B da mejores aproximaciones; otros métodos tienden a sobrestimar el valor de τ .

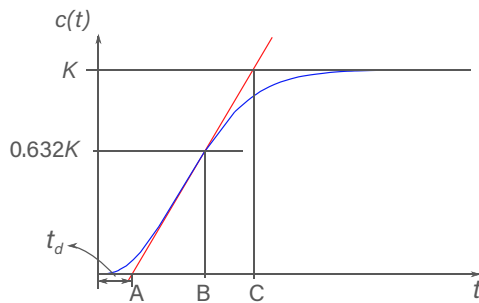


Figura 3.8: Respuesta de planta con integración y tiempo de retardo. Fuente: adaptada de Åström y Hägglund (1995).

Nota 21. Este modelo es la base para procedimientos de sintonía como el conocido “método de Ziegler-Nichols.”▲

Modelos de cuatro parámetros

La mejor aproximación puede ser obtenida de la función de transferencia que se presenta en la ecuación 3.15; este modelo tiene cuatro parámetros: la ganancia K , las constantes de tiempo T_1 y T_2 , y el retardo de transporte (t_d). La ganancia puede ser obtenida del valor de estado estable de la respuesta escalón. El tiempo muerto puede ser obtenido de la misma forma que en el modelo de tres parámetros, dibujando la tangente de la máxima pendiente de $c(t)$. Las constantes de

tiempo T_1 y T_2 pueden ser obtenidas de la ecuación 3.15, definiendo dos puntos de la respuesta escalón.

$$G(s) = \frac{K}{(1+T_1s)(1+T_2s)} e^{-st_d} \quad (3.15)$$

Modelos con integradores

Algunos sistemas de control de procesos tienen una dinámica que incluye integradores o constantes de tiempo muy grandes. Estos sistemas no alcanzarán el estado estable bajo condiciones de lazo abierto (ver Figuras 3.5c, 3.5d y 3.7). Por ejemplo, la planta con

$$G(s) = \frac{1}{sT}$$

tiene una constante de tiempo infinita, por lo que nunca alcanzará el estado estable. La ecuación 3.13 puede representar este tipo de sistemas; sin embargo, esta ecuación no es precisa a altas frecuencias, por lo que se prefiere usar la siguiente ecuación:

$$G(s) = \frac{K}{s(1+Ts)} e^{-st_d} \quad (3.16)$$

Este modelo se caracteriza por tres parámetros: la ganancia K , la constante de tiempo T , y el tiempo muerto t_d .

La respuesta al escalón del modelo anterior es:

$$c(t) = K(t - T - t_d)(1 - e^{-(t-t_d)/T}) \quad (3.17)$$

La ganancia K y la constante de tiempo T se pueden determinar de la ecuación 3.17 en el tiempo $t = t_d + T$ y despejando,

$$\begin{aligned} c(t_d + T) &= K(t_d + T - T - t_d)(1 - e^{-(t_d + T - t_d)/T}) \\ &= K t_d e^{-1} = \frac{K t_d}{e} \end{aligned}$$

Modelos de sistemas oscilatorios

Un modelo de tres parámetros que describe las oscilaciones expresadas en una curva de reacción, como la de la Figura 3.4, está dado en la función de transferencia 3.6.

$$\frac{C(s)}{R(s)} = K \frac{w_n^2}{s^2 + 2\rho w_n s + w_n^2}$$

donde: K = ganancia estática, w_n = frecuencia natural, ρ = relación de amortiguamiento, t_p = periodo de oscilación.

Los tiempos t_p y t_d se pueden obtener de la curva de reacción, considerando que matemáticamente estos parámetros están relacionados con ρ y w_n , por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} t_p &= \frac{\pi}{w_n \sqrt{1-\rho^2}} \\ &= \frac{\pi}{w_d} \end{aligned} \quad (3.18)$$

Conocido t_p se puede conocer w_d . A partir del máximo sobrepaso,

$$Mp = e^{-\left(\frac{\sigma}{\omega}\right) \pi}$$

se despeja y se calcula σ

$$\begin{aligned} \sigma &= \rho w_n \\ &= \frac{w_d}{\pi} \ln Mp \end{aligned}$$

También puede calcularse a partir del tiempo de establecimiento, por ejemplo para un criterio del 2 %,

$$t_s = \frac{4}{\rho w_n} = \frac{4}{\sigma}$$

entonces,

$$\sigma = \frac{4}{t_s}$$

ρ se extrae de las curvas normalizadas de Mp vs ρ de un texto de control (ver Figura 3.9) y con este valor se calcula $w_n = \sigma/\rho$, para de esta manera definir completamente el modelo. El valor de la ganancia K se calcula de la relación de salida contra entrada en estado permanente.

Nota 22. Si es necesario, el tiempo de retardo puede determinarse de la misma forma que en los modelos anteriores, trazando la tangente de la máxima pendiente de la curva de respuesta.▲

Nota 23. Las técnicas de ajuste y de diseño de controladores parten de un modelo del sistema. La buena calidad o selección del modelo en función de las condiciones de operación define el buen controlador que se vaya a implementar.▲

Materiales y equipos

Para esta práctica se empleará el servomecanismo del laboratorio. Puede hacerse 100 % presencial, 100 % remota a través de PERI, o una combinación de las dos anteriores. También es posible realizarla usando otros procesos o sistemas que permitan recuperar la respuesta dinámica. En la Tabla 3.1 se listan los elementos necesarios para adelantar la experimentación.

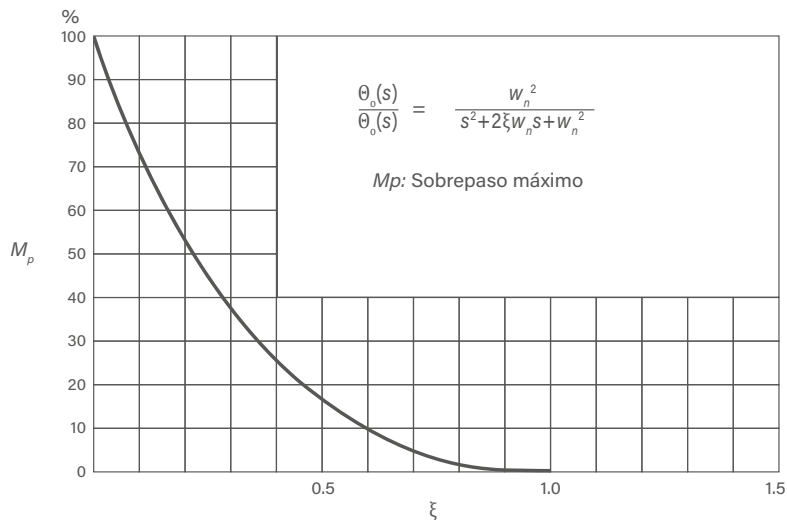


Figura 3.9: Relación entre el máximo paso y el coeficiente de amortiguamiento ρ para sistema subamortiguado de segundo orden. Fuente: Ogata (1993).

Procedimiento

Caracterización estática

El paso inicial consiste en realizar un barrido de la señal de entrada que permita extraer la característica estática del proceso ($c^*(t)$ contra $u^*(t)$) para el sistema en lazo abierto.

Analice las señales de salida y de entrada determinando los rangos de operación (valores máximos y mínimos posibles).

A continuación se selecciona un punto de operación y se aplica de nuevo la respuesta al escalón en pequeña señal desde el punto de operación. Para ello se sugiere realizar el siguiente procedimiento y registrar la señal de salida del sistema. Con los datos obtenidos construya una gráfica estática de la respuesta del sistema (puede realizarse sobre un papel cuadriculado o almacenándolos en un archivo de hoja de cálculo, como Excel®).

Posteriormente se registra la curva de reacción sobre el punto de operación, se analizan los datos y se realiza el informe como aparece descrito en esta guía. A continuación detalles del procedimiento:

1. Para determinar el tiempo de estabilización y la amplitud máxima entrada-salida de su sistema, aplique un escalón en la entrada, como se ilustra en la Figura 3.10.

Esta información le permitirá determinar el tiempo de estabilización de su sistema y si existe saturación.

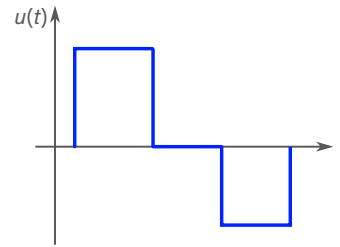


Figura 3.10: Escalón de prueba.

2. Para el rango de entrada de la señal de control $u(t)$ (u_{max} : señal máxima antes de que el sistema se sature) divida el rango entre 5 y 10 valores, a su criterio. Por ejemplo, si el rango de la señal de entrada es 10 (desde 0 hasta 10), y lo divide en cinco partes, seleccione escalones de 2.

A continuación aplique la señal de entrada a la planta (como se aprecia en la Figura 3.11) y observe el tiempo que tarda en estabilizarse en cada escalón; el tiempo de estabilización es el tiempo que tarda la salida en alcanzar un valor estable después de que

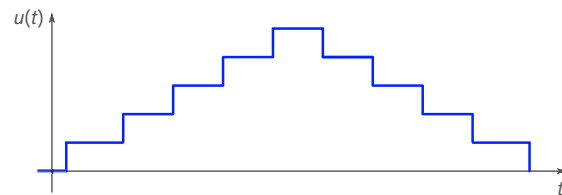


Figura 3.11: Escalones para el experimento.

Tabla 3.1: Materiales y equipos.

Equipos			
Cantidad	Nombre	Marca / Modelo	Especificaciones
1	Proceso o planta		Pregunte a su profesor o instructor.
1	PC	Intel / AMD	Requisitos recomendados: Procesador para trabajar con MATLAB® local : Intel I5 o Ryzen 5, para MATLAB® online: Intel I3 o Ryzen 3. Memoria RAM: 8 GB. Espacio en disco duro: 20 GB.
1	Microcomputador	Raspberry	Pi4.
Software			
1	Software	WinSCP 1.5	Envío y recepción de archivos máquina virtual y máquina física.
1	Software	MATLAB®	Versión 2019 o superior.
1	Software	SimulationServer.jar	Versión 1.0

se haya aplicado un escalón de entrada. Por último, reajuste el valor de entrada de forma incremental, tanto positiva como negativamente, hasta cubrir todo el rango de entrada.

3. Aplique la señal de entrada diseñada y registre los valores de estado estacionario de la salida $c(t)$ y la señal de entrada $u(t)$ ($c^*(t)$, $u^*(t)$), tanto en un archivo de texto como en una imagen.
4. Construya la gráfica de la respuesta del sistema en régimen estático ($c^*(t)$, $u^*(t)$) sobre una hoja de papel con cuadrícula; además, guarde los datos en un archivo (puede ser un arreglo en MATLAB® o en Excel®). Nota: El registro debe contener los datos de " $c^*(t)$ " contra " $u^*(t)$ ".

Análisis de características estáticas de sistemas en lazo abierto

5. A partir de los resultados obtenidos, determine el rango de valores para las variables de entrada y salida (y si su sistema presenta esas características: zona muerta, saturación, linealidad, comportamiento exponencial y comportamiento parabólico) y registre los valores y rangos.

Identificación del modelo por el método de curva de reacción

6. Inicialice su sistema (proceso, servomecanismo, la máquina virtual o la Raspberry pi (RbP) –dependiendo de si la tiene virtual o física–.
7. Para la planta asignada (Planta X), configure la aplicación para ejecución del programa; si es en LabVIEW®, el instrumento virtual para la planta en lazo abierto (VI), si es con la Raspberry configure en "SimulationServer.jar" según su caso y corra el programa en la RbP.

Nota 24. Si ha de trabajar en una de las plantas de la plataforma PERI, deberá solicitar a su instructor que le habilite la planta.▲

8. Elija algún valor de entrada justo en medio de la zona de linealidad, ese será a partir de ahora su punto de operación. Por ejemplo, a partir de la curva estática halló que para entradas su sistema

responde linealmente entre 0.7 y 2.3, entonces 1.5 puede ser de ahora en adelante su punto de operación nominal, por lo que en la Figura 3.12, k es 1.5 y r no deberá ser mayor de $(2.3-0.7)/2$. Elija un segundo valor de entrada dentro de la zona de linealidad, incremente su entrada al nuevo valor, esa será su entrada escalón y tendrá una salida ($c(t)$). Observe la respuesta transitoria, guarde sus datos en un archivo.

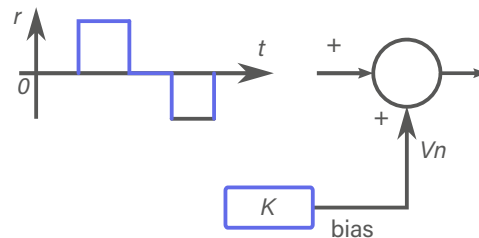


Figura 3.12: Bloques para excitar la planta en el punto de operación.

9. Cuando el sistema se haya estabilizado en su punto de operación, modifique de nuevo su entrada con un nuevo valor de escalón; puede ser como se aprecia en la Figura 3.12. El sistema mostrará entonces su respuesta transitoria ante el escalón y luego se estabilizará en un nuevo valor.

Nota 25. En caso de trabajar sobre un proceso físico en laboratorio, si su sistema es de respuesta rápida como los servomecanismos o la planta de presión, deberá valerse de un osciloscopio que le permita almacenar la gráfica de la curva de respuesta; si es un sistema lento como el de temperatura, deberá registrar manualmente los cambios en la variable de salida a intervalos regulares de tiempo (algunos segundos) para hacer una gráfica punto a punto.▲

10. Determine si su sistema tiene tiempos muertos o histéresis.
11. Identifique el tipo de sistema al cual corresponde la curva de respuesta. Halle el valor de la ganancia del sistema.
12. Mida los parámetros relevantes según el tipo de curva; por ejemplo, si es oscilatoria, mida el tiempo de pico, el sobreimpulso, entre otros. Si es monóto-

na, mida: τ , el tiempo muerto, entre otros. Con base en estos parámetros, halle un modelo experimental de la planta del proceso.

13. Con el modelo análogo obtenido, vaya a MATLAB® y confronte la respuesta al escalón obtenida en el laboratorio con la dada por el simulador. Repítalo para diferentes valores de entrada y ganancia.

Informe

Elabore su reporte donde, de forma estructurada, organizada y profesional, informe (se recomienda usar la plantilla sugerida en el Anexo II):

1. Datos experimentales tabulados.
2. Modelo estático: rangos de linealidad del sistema.
3. Gráfica de la respuesta al escalón.
4. Valores de los parámetros y modelo matemático experimental.
5. Gráficas de la simulación para diferentes valores de entrada y ganancia.
6. Observaciones y conclusiones.

Si el sistema tiene una zona de comportamiento lineal encuentre la ganancia en DC del sistema. Compárela con la pendiente de la gráfica de respuesta del sistema en dicha zona, ¿qué puede concluir de esta observación?

Capítulo 4

ÁLGEBRA DE DIAGRAMA DE BLOQUES

 <https://doi.org/10.25100/peu.1416.cap4>

Objetivos y resultados de aprendizaje

Objetivo general

Hallar funciones de transferencia equivalentes de sistemas representados en diagramas de bloques.

Objetivos específicos

- Utilizar la técnica de álgebra de diagrama de bloques para encontrar las relaciones entrada-salida de SAC.
- Determinar las funciones de transferencia SISO entre una entrada y una salida, a partir de configuraciones complejas de varias entradas y salidas

Resultados de aprendizaje

Al finalizar, el estudiante:

- Establece relaciones equivalentes de señales y sistemas para encontrar las relaciones entrada-salida de SAC.
- Aplica las técnicas del álgebra de ecuaciones para encontrar relaciones equivalentes de señales y sistemas.
- Reduce diagramas de bloques usando técnicas del álgebra de diagramas de bloques de SAC para el análisis y diseño de controladores de SAC.
- Simula diagramas de bloques de sistemas complejos y sus equivalentes obtenidos a partir de técnicas de reducción de bloques y herramientas computacionales para el análisis y diseño de controladores de SAC.

Marco teórico

Un sistema dinámico tiene complejidades asociadas a las interrelaciones que ocurren entre las variables y el proceso. Por ejemplo, en el lazo típico de realimentación se pudo observar cómo la realimentación cambia la dinámica del sistema; en este proceso se observan las relaciones de causa-efecto entre bloques simples; por ejemplo, entre la planta y el actuador (ver Figura 4.1) donde:

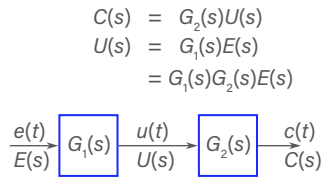


Figura 4.1: Diagrama de bloques en serie o cascada.

Existen otras interacciones como la ilustrada en la Figura 4.2a donde se ve entre una cadena de bloques una señal aditiva que cambia la relación de la dinámica entre $C(s)$ y $E(s)$.

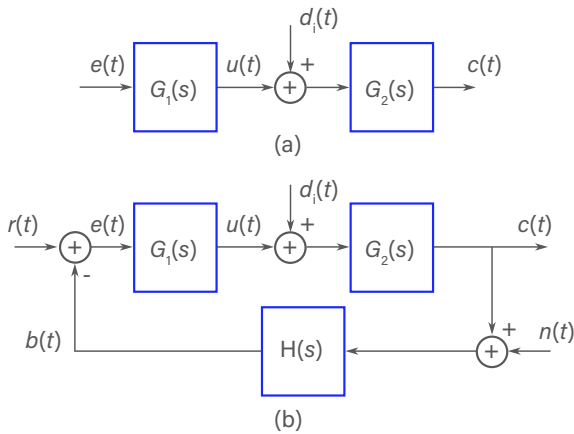


Figura 4.2: Diagrama de bloques con disturbio.

En este caso, la salida es la suma de los aportes a través de las dinámicas que estas señales encuentran en su trayectoria (ver flechas para comprender el sentido de la información y el flujo de señales).

La solución algebraica para calcular la salida

$$c(t) = \mathcal{L}^{-1}\{C(s)\}$$

se obtiene aplicando superposición.

$$\begin{aligned}
 C(s) &= G_2(s)[U(s)+D_i(s)] \\
 &= G_2(s)[G_1(s)E(s)+D_i(s)] \\
 &= G_1(s)G_2(s)E(s)+G_2(s)D_i(s)
 \end{aligned}$$

El caso de la Figura 4.2b ilustra cómo en un sistema en lazo cerrado con realimentación negativa, se añaden al sistema dos señales de ruido $D_i(s)$ y $N(s)$, donde

$$\begin{aligned}
 C(s) &= G_1(s)G_2(s)E(s)+G_2(s)D_i(s) \\
 B(s) &= H(s)(C(s)+N(s)) \\
 E(s) &= R(s)-B(s)
 \end{aligned}$$

después del álgebra,

$$\begin{aligned}
 C(s) &= \frac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}R(s) \\
 &+ \frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}D_i(s) \\
 &+ \frac{-G_1(s)G_2(s)H(s)}{1-G_1(s)G_2(s)H(s)}
 \end{aligned}$$

Existen otros casos en los que no es directo el procedimiento para obtener la relación salida-entrada; por ejemplo, ver la Figura 4.3.

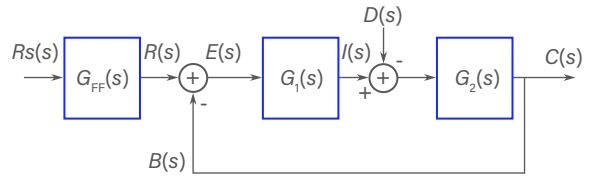


Figura 4.3: Diagrama de bloques con disturbio y filtro a la entrada.

Se requiere manipular el diagrama de bloques para tener la salida $I(s)$ libre y obtener la relación salida-entrada $I(s)/R(s)$. A continuación se presenta paso a paso el desarrollo de la solución:

Paso 1: Es necesario mover el punto de suma entre $G_1(s)$ y $G_2(s)$ hacia la izquierda; esto es, antes del bloque $G_1(s)$ (ver Figura 4.4). Como la información no puede cambiar, a través del álgebra de diagrama de bloques se manipulan las señales y las funciones de transferencia. Para que la salida $Y(s)$ no sea modificada al adelantar el bloque de suma, se debe filtrar la señal $D(s)$ con la función de transferencia $F(s)$ (desconocida).

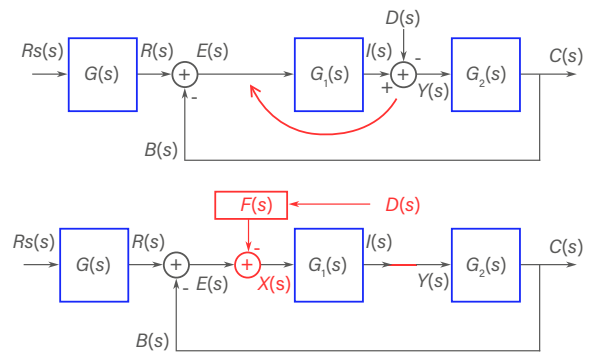


Figura 4.4: Paso 1, movimiento diagrama de bloques con disturbio.

" $F(s)$ " se calcula a través de unos pocos cálculos algebraicos, considerando la señal $Y(s)=I(s)-D(s)$. Por lo tanto, algebraicamente

$$Y(s) = I(s) - D(s) = G_1(s)E(s) - D(s) \quad (4.1)$$

con el movimiento

$$\begin{aligned} Y(s) &= I(s) = G_1(s)X(s) \\ &= G_1(s)[E(s) - F(s)D(s)] \end{aligned} \quad (4.2)$$

Igualando 4.1 y 4.2

$$G_1(s)E(s) - D(s) = G_1(s)E(s) - G_1(s)F(s)D(s) \quad (4.3)$$

$$-D(s) = -G_1(s)F(s)D(s) \quad (4.4)$$

despejando,

$$F(s) = \frac{-D(s)}{-D(s)} \frac{1}{G_1(s)} = \frac{1}{G_1(s)} \quad (4.5)$$

Paso 2: Para tener el lazo típico libre, es necesario mover el sumador de la entrada de disturbo hacia la izquierda. Por la propiedad conmutativa de la suma, solo es necesario intercambiar las posiciones de los bloques, como se ilustra en la Figura 4.5.

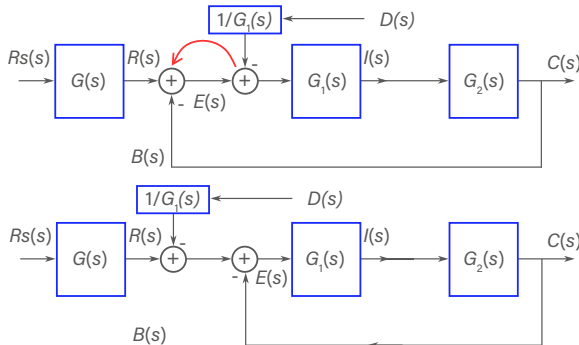


Figura 4.5: Paso 2, movimiento puntos de suma.

Paso 3: Es necesario mover el punto de toma de la salida a la izquierda del bloque $G_2(s)$ para que $I(s)$ quede libre, como se ve en la Figura 4.6.

Antes del movimiento $B(s) = C(s) = G_2(s)I(s)$ y después del movimiento $B(s) = F(s)I(s)$, por lo que aplicando álgebra al igualar las $B(s)$:

$$G_2(s)I(s) = F(s)I(s)$$

por lo tanto, $F(s) = G_2(s)$ y el diagrama de bloques ajustado se observa en la Figura 4.7 superior.

Finalmente, por inspección es posible obtener $I(s)/R_s(s)$:

$$\frac{I(s)}{R_s(s)} = \frac{G(s)G_1(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)}$$

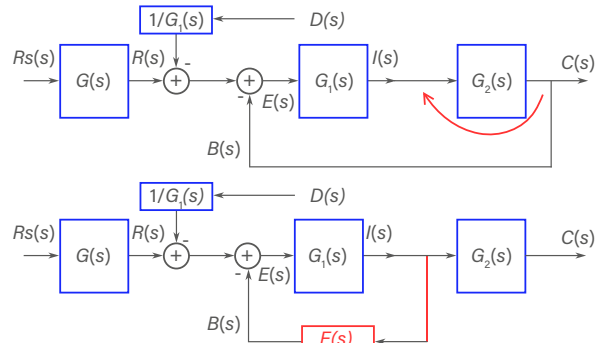


Figura 4.6: Paso 3, movimiento punto de toma hacia atrás.

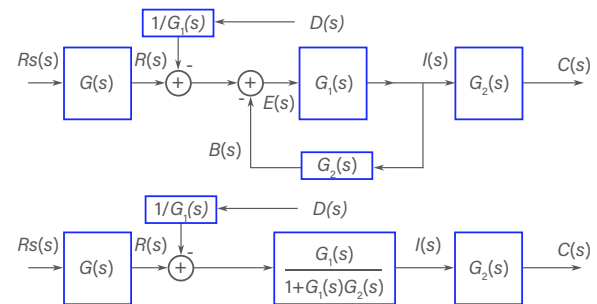


Figura 4.7: Paso 4, resolviendo bloques realimentados.

La salida $C(s)$ se puede obtener por superposición de los aportes de $D(s)$ y $R_s(s)$

Diagramas de bloques y su equivalente

Para otros casos en los que se requiere realizar movimientos de bloques o señales, a continuación se presentan los movimientos típicos (Distefano et al., 1995):

1. Combinando bloques en cascada.

Ecuación:	$Y(s) = (G_1(s)G_2(s))X(s)$
Diagrama de bloques:	$X \rightarrow G_1(s) \rightarrow G_2(s) \rightarrow Y$
Diagrama de bloques equivalente:	$X \rightarrow G_1G_2(s) \rightarrow Y$

2. Combinando bloques en paralelo o eliminando un lazo hacia adelante.

Ecuación: $Y = G_1 X \pm G_2 X$

Diagrama de bloques:

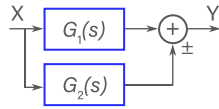
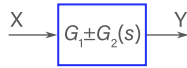


Diagrama de bloques equivalente:



3. Removiendo un bloque de un camino hacia adelante.

Ecuación: $Y = G_1 X \pm G_2 X$

Diagrama de bloques:

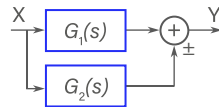
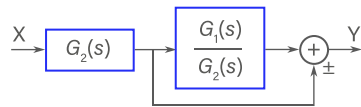


Diagrama de bloques equivalente:



4. Eliminando un lazo de realimentación.

Ecuación: $Y = G_1 (X \mp G_2 Y)$

Diagrama de bloques:

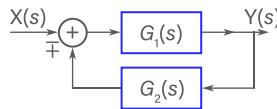
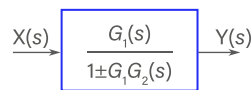


Diagrama de bloques equivalente:



5. Removiendo un bloque desde un camino de realimentación.

Ecuación: $Y = G_1 (X \mp G_2 Y)$

Diagrama de bloques:

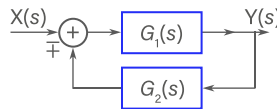
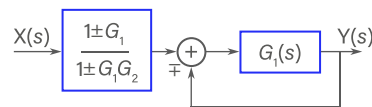


Diagrama de bloques equivalente:



6a. Reorganizando puntos de suma.

Ecuación: $Z = W \mp X \pm Y$

Diagrama de bloques:

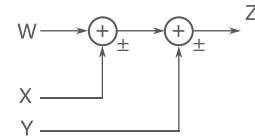
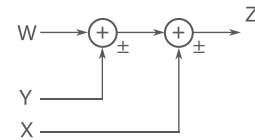


Diagrama de bloques equivalente:



6b. Reorganizando puntos de suma.

Ecuación: $Z = W \pm X \pm Y$

Diagrama de bloques:

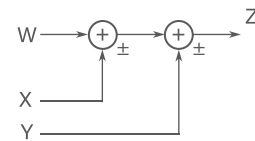
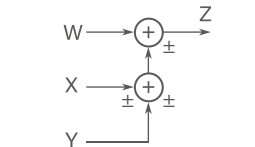


Diagrama de bloques equivalente:



7. Moviendo un punto de suma adelante de un bloque.

Ecuación: $Z = G_1 X \pm Y$

Diagrama de bloques:

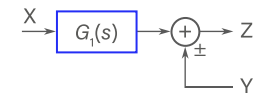
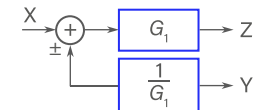


Diagrama de bloques equivalente:



8. Moviendo un punto de suma atrás de un bloque.

Ecuación: $Z = G_1 (X \pm Y)$

Diagrama de bloques:

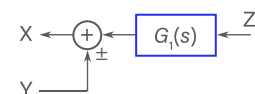
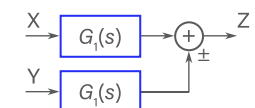
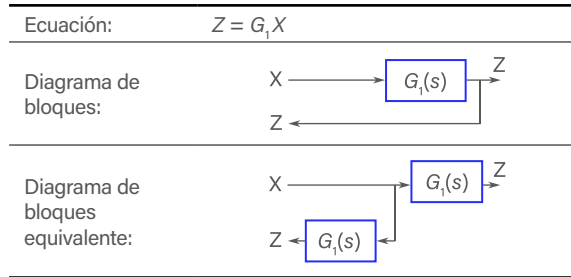


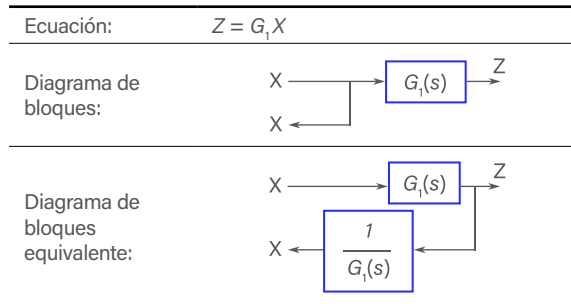
Diagrama de bloques equivalente:



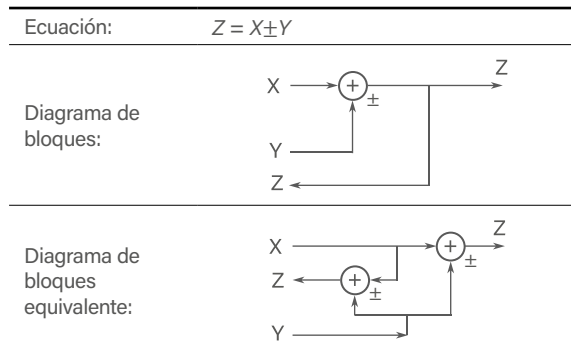
9. Moviendo un punto de toma adelante de un bloque.



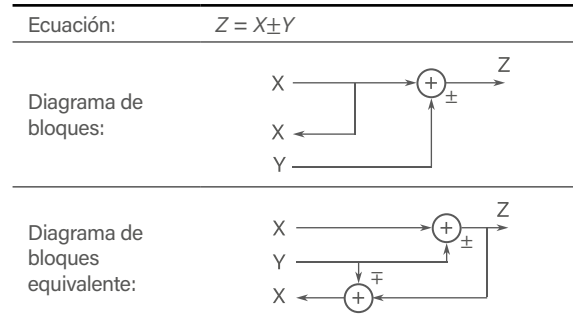
10. Moviendo un punto de toma atrás de un bloque.



11. Moviendo un punto de toma adelante de un punto de suma.



12. Moviendo un punto de toma atrás de un punto de suma.



Materiales y equipos

Debido a que la experimentación se realiza en simulación, solo se requiere un PC y el software MATLAB®. En la Tabla 4.1 se listan los elementos necesarios para adelantar la experimentación.

Procedimiento

Implemente en Simulink® cada uno de los 12 casos, para los diagramas de bloque y diagrama de bloque equivalente. Luego inyecte una señal de prueba y verifique el funcionamiento igual.

Informe

Elabore su reporte donde, de forma estructurada, organizada y profesional, informe los datos obtenidos en cada punto del procedimiento, su análisis de resultados y las conclusiones.

Tabla 4.1: Materiales y equipos.

Hardware			
Cantidad	Nombre	Marca / Modelo	Especificaciones
1	PC	Intel / AMD	Procesador para trabajar con MATLAB® local : Intel I5 o Ryzen 5, para MATLAB® online: Intel I3 o Ryzen 3. Memoria RAM: 8 GB. Espacio en disco duro: 20 GB.
Software			
1	Software	MATLAB®	Versión 2020b.

Capítulo 5

CARACTERÍSTICAS DE REALIMENTACIÓN EN SAC

 <https://doi.org/10.25100/peu.1416.cap5>

En este capítulo se estudian las características de los sistemas dinámicos en lazo abierto y en lazo cerrado, las cuales son útiles para comprender el funcionamiento de los sistemas y para posteriormente modificar su desempeño a través del diseño de los controladores.

Objetivos y resultados de aprendizaje

Objetivo general

Presentar las características de los sistemas realimentados.

Objetivos específicos

- Establecer las características de los sistemas realimentados, versus los sistemas de lazo abierto mediante técnicas experimentales.
- Establecer estabilidad, ganancia del lazo, sensibilidad, relación señal-ruido y error permanente.

Resultados de aprendizaje

Al finalizar, el estudiante:

- Reconoce las diferencias entre un sistema en lazo abierto y un sistema en lazo cerrado para estudiar las características de desempeño de SAC.
- Conoce el efecto de cerrar el lazo para analizar el comportamiento de la ganancia del sistema, la velocidad de respuesta y la estabilidad.
- Reconoce el efecto que tiene un cero de la función de transferencia de lazo abierto sobre la función de transferencia de lazo cerrado para analizar modificaciones en los desempeños estáticos y dinámicos de SAC.
- Maneja los conceptos de sensibilidad del sistema para distinguir los efectos de la sensibilidad en lazo abierto y en lazo cerrado.

Marco teórico

La función de la realimentación y del controlador en un SAC es modificar las características de desempeño del sistema al cerrar el lazo, y de esa manera cumplir con las especificaciones deseadas de funcionamiento

Sistema en red abierta y en red cerrada

En la Figura 5.1 se muestran las representaciones de un sistema en lazo abierto versus uno en lazo cerrado.

K_c representa la ganancia o función de transferencia entre la señal de control $U(s)$ ($u(t)$) y la entrada $R(s)$ ($r(t)$); $G(s)$ representa la función de transferencia entre $C(s)$ y $U(s)$; y $H(s)$ representa la función de transferencia entre la señal de realimentación $B(s)$ y la señal medida $C(s)$.

Tomando como referencia estas dos representaciones de sistemas de control, a continuación se estudian los efectos de estas topologías en las características de funcionamiento: ganancia, respuesta temporal, sensibilidad y estabilidad (Franklin et al., 1991); además, se estudia el efecto de las perturbaciones en el sistema (Van de Vegte, 1994).

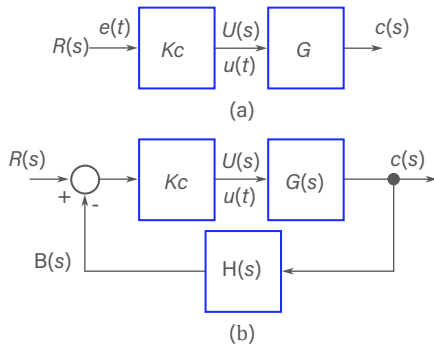


Figura 5.1: Representación (a) lazo abierto y (b) lazo cerrado.

Ganancia

En el lazo abierto la ganancia del sistema es dada por la relación

$$\frac{C(s)}{R(s)} = K_c G(s) \quad (5.1)$$

en lazo cerrado la ganancia es

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_c G(s)}{1 + K_c G(s) H(s)} \quad (5.2)$$

En lazo abierto, cualquier cambio en K_c o en G provoca cambios proporcionales en la salida $c(t)$.

En lazo cerrado, variaciones en K_c o en G provocan cambios más pequeños en $c(t)$, siempre que la magnitud del producto $|K_c G(s) H(s)|$ sea mucho mayor que 1 ($\gg 1$).

Por lo tanto, la realimentación trae como efecto una reducción en la ganancia del sistema con respecto al lazo abierto.

Efecto en la respuesta temporal

Respuesta transitoria

Asumiendo un sistema con función de transferencia de primer orden de la forma

$$G(s) = \frac{1}{\tau s + 1}$$

y $H(s) = 1$, el valor de τ define la velocidad de la respuesta transitoria del sistema; valores grandes de τ implican polos

$$(s = -\frac{1}{\tau})$$

cerca al eje imaginario en el plano "s" (cerca al $s = 0$) y respuestas lentas (Kuo, 1996).

Cuando se cierra el lazo, al reemplazar

$$G(s) = \frac{1}{\tau s + 1}$$

la nueva función de transferencia de lazo cerrado es

$$T(s) = \frac{\frac{K_c}{1+K_c}}{\frac{\tau}{1+K_c} s + 1} = \frac{K_{LC}}{\tau_{LC} s + 1}$$

Se puede observar cómo la constante de tiempo en red cerrada τ_{LC} se ve atenuada por el factor $1 + K_c$; entre más grande sea el valor de K_c , más pequeño será el valor de τ_{LC} y más rápida será la respuesta del sistema.

Nota 26. Como el polo está ubicado en $s = -1/\tau_{LC}$, valores más pequeños de τ_{LC} dan lugar a polos más alejados (hacia $-\infty$).▲

Nota 27. Para valores grandes de K_c , la ganancia en lazo cerrado, K_{LC} tiende a 1.▲

Para sistemas con dinámicas dominantes de segundo orden, en el plano "s" los polos se ubican como se ilustra en la Figura 5.2.

De acuerdo con la ubicación de estos polos (o con el factor de amortiguamiento ξ), el sistema puede tener comportamiento con o sin oscilaciones.

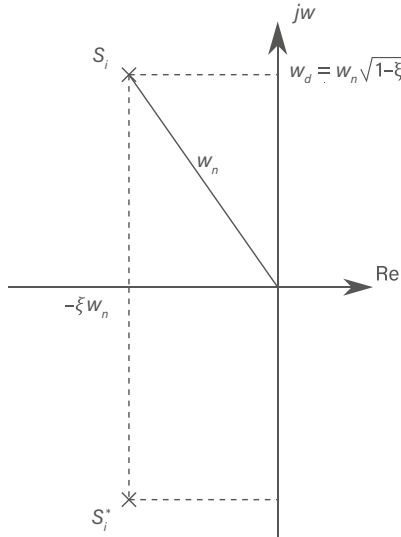


Figura 5.2: Polos complejos conjugados para sistemas de segundo orden. s_i^* es el complejo conjugado de s_i .

En todos los casos, la velocidad de la respuesta está dominada por la parte real de las raíces; esto es, por el factor $\sigma = \xi w_n$. Así, para un sistema con $0 < \xi < 0.7$, el tiempo de establecimiento equivalente se calcula como:

$$t_s = \begin{cases} \frac{3}{\xi w_n} \rightarrow \text{criterio del 5\%} \\ \frac{4}{\xi w_n} \rightarrow \text{criterio del 2\%} \end{cases} \quad (5.4)$$

donde los valores de 5% y de 2% indican la banda de tolerancia aceptada cuando la señal ingresa a ella, y se usa para calcular el tiempo de estabilización o de establecimiento t_s .

Respuesta permanente

Uno de los objetivos fuertes del control es garantizar una excelente respuesta permanente o de estado estacionario; para medir la característica de la respuesta permanente el indicador más útil es a través de la señal de error $e(t)$, donde:

$$E(s) = R(s) - B(s)$$

Si $H(s) = 1$,

$$E(s) = R(s) - C(s)$$

En lazo abierto (Figura 5.1a):

$$C(s) = K_c G(s) R(s)$$

$$E(s) = R(s) - K_c G(s) R(s) = [1 - K_c G(s)] R(s)$$

Si se aplica una señal de entrada escalón unitario al lazo abierto, la salida en régimen permanente será:

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s[1 - K_c G(s)](1/s)$$

$$= 1 - K_c G(0)$$

En lazo cerrado

$$E(s) = R(s) - B(s)$$

$$= R(s) - H(s)C(s)$$

$$= R(s) - H(s)K_c G(s)E(s)$$

$$= R(s) - K_c G(s)H(s)E(s)$$

Manipulando las expresiones,

$$E(s)(1 + K_c G(s)H(s)) = R(s)$$

finalmente, despejando

$$E(s) = \frac{1}{1 + K_c G(s)H(s)} R(s)$$

El error en estado estacionario o de estado estable,

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)$$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + K_c G(s)H(s)} sR(s) \quad (5.5)$$

Resumiendo, si $R(s) = 1/s$, en estado estable

$$e_{ss} = \begin{cases} 1 - K_c G(0) & \text{lazo abierto; nulo si } G(0) = 1 \\ \frac{1}{1 + K_c G(0)H(0)} & \text{lazo cerrado; nulo si } G(0)H(0) \rightarrow \infty \end{cases}$$

Definición de las constantes de error

Para efecto de análisis y comprensión, considere realimentación unitaria $H(s) = 1$ y $K_c = 1$, por lo cual en lazo cerrado,

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + G(s)} sR(s) \quad (5.6)$$

Sea la función de transferencia de la planta representada por

$$G(s) = \frac{K a_n s^n + \dots + a_1 s + 1}{s^n b_1 s^l + \dots + a_1 s + 1} \quad (5.7)$$

Donde n : **número tipo** representa la cantidad de integraciones puras en $G(s)$.

La ganancia K del sistema se puede representar como

$$K = \lim_{s \rightarrow 0} s^n G(s)$$

A partir de las ecuaciones 5.6 y 5.7, para cuando $n = 0$ y $R(s) = 1/s$:

$$\begin{aligned} e_{ss} &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1+G(s)} sR(s) \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \frac{K}{s^0} \frac{a_k s^k + \dots + a_1 s + 1}{b_1 s^1 + \dots + a_1 s + 1}} \left(s \frac{1}{s} \right) \\ &= \frac{1}{1+K_p} \end{aligned}$$

con

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K}{s^0} \frac{a_k s^k + \dots + a_1 s + 1}{b_1 s^1 + \dots + a_1 s + 1}$$

donde K_p : **constante de error de posición** indica el valor de la ganancia K para $n = 0$.

Cuando $n = 1$ y $R(s) = 1/s^2$.

$$\begin{aligned} e_{ss} &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \frac{K}{s^1} \frac{a_k s^k + \dots + a_1 s + 1}{b_1 s^1 + \dots + a_1 s + 1}} \left(s \frac{1}{s^2} \right) \\ e_{ss} &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s + \frac{K}{s^1} \frac{a_k s^k + \dots + a_1 s + 1}{b_1 s^1 + \dots + a_1 s + 1}} \\ &= \frac{1}{K_v} \end{aligned}$$

con

$$\begin{aligned} K_v &= \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{K}{s} \\ &= \frac{a_k s^k + \dots + a_1 s + 1}{b_1 s^1 + \dots + a_1 s + 1} \end{aligned}$$

se conoce como la **constante de error de velocidad**; indica el valor de la ganancia K para $n = 1$.

Cuando $n = 2$ y $r(s) = 1/s^3$. (entrada aceleración $r(t) = t^2/2$):

$$\begin{aligned} e_{ss} &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \frac{K}{s^2} \frac{a_k s^k + \dots + a_1 s + 1}{b_1 s^1 + \dots + a_1 s + 1}} \left(s \frac{1}{s^3} \right) \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^2 + s^2 \frac{K}{s^2} \frac{a_k s^k + \dots + a_1 s + 1}{b_1 s^1 + \dots + a_1 s + 1}} \\ &= \frac{1}{K_a} \end{aligned}$$

con

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 \frac{K}{s^2} \frac{a_k s^k + \dots + a_1 s + 1}{b_1 s^1 + \dots + a_1 s + 1}$$

se conoce como la **constante de error de aceleración**; indica el valor de la ganancia K para $n = 2$.

En la Tabla 5.1 se resume el listado de errores de estado estacionario para diferentes entradas y números tipo.

Tabla 5.1: Error permanente.

Entrada / Tipo	$n = 0$	$n = 1$	$n = 2$
$r = 1/s$	$\frac{1}{1+K_p}$	0	0
$r = 1/s^2$	∞	$\frac{1}{K_v}$	0
$r = 1/s^3$	∞	∞	$\frac{1}{K_a}$

Tiempo muerto

Representa un período en el que no hay respuesta observable; es el tiempo que tarda el sistema en exhibir una respuesta en la salida después de que ha sido aplicada señal a la entrada del sistema, donde:

$$F(s) = e^{-st_d}$$

El tiempo muerto trae dificultades para el control y si es demasiado grande puede llevar a inestabilidad del sistema.

Un ejemplo de aplicación es el modelo de sistemas de primer orden con tiempo muerto

$$F(s) = \frac{K}{1 + \tau s} e^{-st_d}$$

Retardo de transporte

El retardo de transporte se refiere al tiempo necesario para que la señal se propague a través del sistema. Se puede modelar usando aproximaciones de Padé (Umez-Eronini, 2001). En control es muy común usar una serie de Padé de primer orden de la forma

$$F(s) = \frac{2 - t_d s}{2 + t_d s}$$

Nota 28. Cuando el retardo de transporte o el tiempo muerto son pequeños, se suelen tratar como igual; sin embargo, como se explicó, no son lo mismo.▲

Nota 29. En sistemas discretos los tiempos muertos se pueden representar como retardos puros en la variable z ; esto es, de la forma z^{-i} donde i representa el número de retardos.▲

Sensibilidad

La sensibilidad es la facultad de sentir que tenemos los seres vivos; sin embargo, esta propiedad o característica se extiende a objetos eléctricos o mecánicos

en los que se puede realizar un análisis de sensibilidad, el cual consiste en la estimación de la medida en que la modificación de una variable afecta a un resultado.

Matemáticamente, se describe como

$$S_k^T = \frac{\text{Cambio porcentual en la fdt del sistema } T(s)}{\text{Cambio porcentual en el parámetro } k}$$

$$S_k^T = \frac{\Delta T/T}{\Delta k/k} = \frac{\Delta T}{\Delta k} \left[\frac{k}{T} \right]$$

Ante cambios pequeños, se puede representar como:

$$\lim_{\Delta \rightarrow 0} \Rightarrow S_k^T = \frac{d}{dk} \left[\frac{k}{T} \right] \quad (5.8)$$

Para efectos prácticos en sistemas de control, son deseables sensibilidades muy bajas; es decir, que modificaciones en alguna(s) variable(s) del sistema, no produzca(n) cambios significativos en las señales de interés. En caso de tener sensibilidades muy pequeñas, se dice que el sistema es *robusto*.

$$|S_k^T| \leq 1 \Rightarrow \begin{cases} S_k^T \rightarrow 0 & \text{El sistema es robusto} \\ S_k^T \rightarrow 1 & \text{El sistema es muy sensible} \end{cases} \quad (5.9)$$

Considerando el sistema de la Figura 5.1 con

$$H(s) = 1 \quad \text{y} \quad K_c = 1$$

y sea

$$G(s) = kN(s)/D(s)$$

una función estrictamente propia; en *red abierta*, la función de transferencia $T(s) = C(s)/R(s)$ es $G(s)$ o $T(s) = G(s)$, por lo que

$$S_G^T = \frac{G}{T} \frac{\partial T}{\partial G} = \frac{G}{G} \quad (5.10)$$

Nota 30. Se observa que $S_G^T = S_k^T = S_k^c = 1$. ▲

Nota 31. Se observa que en lazo abierto, el comportamiento de la ganancia (k) de G cambia el comportamiento del sistema en la misma proporción. ▲

Ahora se analiza la *sensibilidad en lazo cerrado*, si se considera un cambio en la trayectoria directa (G).

Es posible disminuir la sensibilidad haciendo que $GH(s)$ incremente en los rangos de frecuencia de interés. Así, si $|G(s)|$ aumenta, S_G^T tiende a cero.

$$\begin{aligned} S_G^T &= \frac{G}{T} \frac{\partial T}{\partial G} \\ &= \frac{G(1+GH)}{G} \left[\frac{a+GH-GH}{(1+GH)^2} \right] \\ &= \frac{1}{1+GH(s)} \end{aligned} \quad (5.11)$$

Para cambios en la trayectoria de realimentación $H(s)$,

$$\begin{aligned} S_G^T &= \frac{G}{T} \frac{\partial T}{\partial G} \\ &= \frac{G(1+GH)}{G} \left[\frac{a+GH-GH}{(1+GH)^2} \right] \\ &= \frac{1}{1+GH(s)} \end{aligned} \quad (5.11)$$

Para altos valores de $GH(s)$ la sensibilidad tiende a uno, por lo que se requiere que $|GH(s)| \ll 1$ para tener bajos valores de sensibilidad, lo cual implica tener medidas insensibles y precisas.

En caso de tener funciones de transferencias con parámetros no explícitos en la expresión, es deseable escribir la función de transferencia de lazo cerrado en la forma

$$T = \frac{A_1+kA_2}{A_3+kA_4}$$

donde los A_i son polinomios en s ,

$$S_k^T = k \frac{A_2A_3 - A_1A_4}{(A_3+kA_4)(A_1+kA_2)} \quad (5.13)$$

Las perturbaciones en un sistema son de diferente naturaleza y origen, las más importantes se deben a variaciones en la carga, ruido en la amplificación, ruido en la medición y distorsión por alinealidades. En la Figura 5.3 se representan algunas de ellas.

Si se consideran las señales de perturbación externas: disturbio de entrada $d(t)$, disturbio de salida $d_c(t)$ y ruido en la medida $n(t)$ en el lazo de control, se encuentra que existen otras representaciones para *funciones de sensibilidad*.

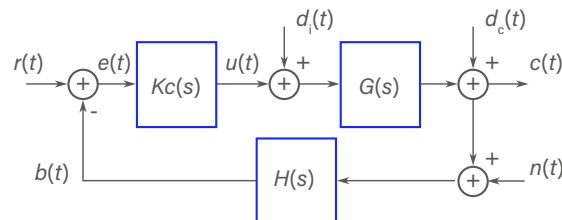


Figura 5.3: Lazo típico con señales de perturbación.

Sean $c(t)$ y $u(t)$ las salidas de interés y $r(t)$, $d_c(t)$, $d_i(t)$ y $n(t)$ las entradas, se reconocen ocho funciones de transferencia.

Considerando $H(s) = 1$, las salidas están dadas por las ecuaciones

$$c(s) = \frac{1}{1+K_c G} (K_c(s)G(s)r + d_c - K_c(s)G(s)n + G(s)d_i) \quad (5.14)$$

$$u(s) = \frac{1}{1+K_c G} (K_c(s)r - K_c(s)d_c - K_c(s)n - K_c G(s)d_i) \quad (5.15)$$

donde se reconocen

$$S(s) = \frac{1}{1+K_c(s)G(s)} \rightarrow \text{Función sensibilidad} \quad (5.16)$$

y

$$T(s) = \frac{K_c(s)G(s)}{1+K_c(s)G(s)} \rightarrow \text{Función sensibilidad complementaria} \quad (5.17)$$

Relación señal ruido

La relación señal ruido en un sistema se define como la función que muestra la relación de ganancias entre la salida debida a la señal con respecto a la salida debida al ruido. Para este análisis considérese la Figura 5.4.

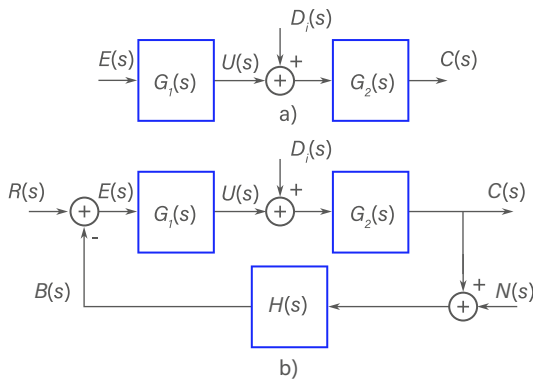


Figura 5.4: Diagrama de bloques con disturbio en la entrada.

Relación señal ruido, sistema en lazo abierto

En lazo abierto, la salida debida a la entrada $R(s)$ ($D_i(s) = 0$ y $E(s) = R(s)$) es

$$C_r(s) = G_1(s)G_2(s)R(s)$$

la salida debida al ruido $D_i(s)$ ($R(s) = 0$), es

$$C_d(s) = G_2(s)D_i(s)$$

la salida es por superposición, la suma de las salidas

$$C(s) = C_r(s) + C_d(s)$$

$$C(s) = G_1(s)G_2(s)R(s) + G_2(s)D_i(s)$$

y la RSR en lazo abierto es:

$$RSR_{LA} = \frac{C_r}{C_d} = \frac{G_1 G_2 R(s)}{G_2 D_i(s)} = G_1(s) \frac{R(s)}{D_i(s)}$$

Relación señal ruido, sistema en lazo cerrado con ruido en la entrada

La salida $C_r(s)$ debida a la entrada $R(s)$ (con $D_i(s) = 0$) es

$$C_r(s) = \frac{G_1 G_2}{1+G_1 G_2 H} R(s)$$

la salida debida al ruido $D_i(s)$ ($R(s) = 0$) es

$$C_d(s) = \frac{G_2}{1+G_1 G_2 H} D_i(s)$$

la salida es, por superposición, la suma de las salidas

$$C(s) = C_r(s) + C_d(s)$$

$$C(s) = \frac{G_1 G_2}{1+G_1 G_2 H} R(s) + \frac{G_2}{1+G_1 G_2 H} D_i(s)$$

y la RSR en lazo cerrado es

$$RSR_{LC} = \frac{C_r}{C_d} = \frac{\frac{G_1 G_2}{1+G_1 G_2 H} R(s)}{\frac{G_2}{1+G_1 G_2 H} D_i(s)} = G_1(s) \frac{R(s)}{D_i(s)}$$

Nota 32. Observe que las relaciones señal ruido en lazo abierto y lazo cerrado para disturbios en la entrada, son iguales. ▲

Relación señal ruido, sistema en lazo cerrado con ruido en la medida

Considere el lazo típico de realimentación que se muestra en la Figura 5.5. La salida debida a la entrada $R(s)$ ($N(s) = 0$) es

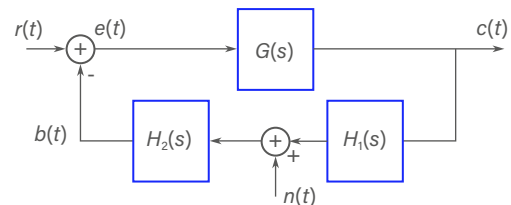


Figura 5.5: Lazo típico con ruido en la medida.

$$C_r(s) = \frac{G}{1+GH_1 H_2} R(s)$$

La salida debida al ruido $N(s)$ ($R(s) = 0$) es

$$C_n(s) = \frac{GH_2}{1+GH_1H_2} N(s)$$

la salida es, por superposición, la suma de las salidas

$$C(s) = C_r(s) + C_d(s)$$

$$C(s) = \frac{G}{1+GH_1H_2} R(s) - \frac{GH_2}{1+GH_1H_2} N(s)$$

y la RSR en lazo cerrado es

$$RSR_{LC} = \frac{C_r}{C_d} = \frac{\frac{G_1G_2}{1+G_1G_2H} R(s)}{\frac{G_2}{1+G_1G_2H} D_1(s)} = G_1(s) \frac{R(s)}{D_1(s)}$$

Nota 33. Para mejorar la RSR es posible aumentar la ganancia de H_2 ; sin embargo, esto implica que para mantener la calidad de la señal medida se debe disminuir la ganancia de H_1 .▲

Estabilidad

En sistemas de control se reconocen dos tipos de estabilidad, la absoluta (EA) y la relativa (ER). La EA se refiere a la característica de un sistema de entregar en la(s) señal(es) de interés salidas acotadas cuando la(s) entrada(s) es(son) acotada(s). La ER es un indicador de la robustez⁶ del sistema para conservar la estabilidad absoluta cuando se modifican las señales de entrada, las condiciones iniciales, o alguno(s) de los parámetros del sistema; por ejemplo, una ganancia.

Se dice que el sistema es estable si se satisfacen las siguientes condiciones:

- Cuando el sistema es excitado por una entrada acotada, la salida es acotada (estabilidad BIBO - *Bounded Input Bounded Output*).
- El sistema es asintóticamente estable cuando ante la ausencia de señal de entrada, la salida tiende a cero, independientemente de las condiciones iniciales.

Para sistemas en tiempo continuo existen varias técnicas para definir la estabilidad. La primera de ellas es calculando los polos del sistema (raíces de la ecuación característica).

Sea el sistema con función de transferencia en la forma

$$T(s) = k \frac{N(s)}{D(s)}$$

y sean si las "n" raíces de la ecuación característica ($D(s)$) del sistema " $T(s)$ ", se dice que el sistema es absolutamente estable si y solo si todas las raíces de $D(s)$ son estrictamente negativas.

Condiciones necesarias para estabilidad absoluta

Considere la ecuación característica de un sistema, de la forma:

$$D(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0 \quad a_n > 0 \quad (5.18)$$

Una condición necesaria (pero no suficiente) para la estabilidad del sistema lineal, es que todos los coeficientes (a_i) de la ecuación característica sean reales, distintos de cero y tengan el mismo signo.

Un cambio de signo en al menos un coeficiente (a_i) de la ecuación característica $D(s)$ indica que hay al menos una raíz con parte real positiva. Cuando el parámetro a_0 de la ecuación característica es igual a cero, indica que existe al menos una raíz en el origen.

Si ocurre más de un cambio de signo, puede ser que existan varias raíces con parte real positiva o que haya raíces sobre el eje imaginario. Por lo que, la ausencia o el cambio de signo de cualquiera de los coeficientes de la ecuación característica ($D(s)$) indican que el sistema es inestable o marginalmente estable.

Nota 34. Para sistemas de primer y segundo orden, el que no existan cambios en los signos de la ecuación característica $D(s)$ es un indicador necesario y suficiente de estabilidad (absoluta) del sistema.▲

Nota 35. El que no existan cambios en los signos de los coeficientes de la ecuación característica $D(s)$ asegura que las raíces reales sean negativas, pero no garantiza que para sistemas de orden tres o superior, tengan la parte real de sus raíces complejas con signo negativo.▲

⁶ La robustez es la propiedad que tiene un sistema de conservar la estabilidad bajo condiciones de variaciones en los parámetros con respecto a sus valores nominales.

Criterio de estabilidad de Routh-Hurwitz

Para la ecuación característica $D(s)$ (5.18), se construye el arreglo de Routh-Hurwitz a partir de los coeficientes de $D(s)$ así:

$$\begin{array}{c|cccc} s^n & a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \dots \\ s^{n-1} & a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \dots \\ s^{n-2} & b_1 & b_2 & b_3 & \dots \\ s^{n-3} & c_1 & c_2 & c_3 & \dots \\ \vdots & & & & \\ s^1 & d_1 & 0 & & \\ s^0 & f_1 & 0 & & \end{array}$$

donde las dos primeras filas corresponden a los coeficientes de la $D(s)$.

El criterio de Routh-Hurwitz proporciona un método para determinar estabilidad absoluta (no relativa) sin necesidad de calcular las raíces de la ecuación característica; dice que para que el sistema sea *estable*, es necesario y suficiente que todos los elementos de la primera columna del arreglo correspondiente a su ecuación característica, con ($a_n > 0$), sean positivos. Si no se cumple esta condición el sistema es *inestable*.

Nota 36. Si ocurren cambios de signo en los coeficientes de la primera columna del arreglo de Routh-Hurwitz, el sistema es inestable y el número de raíces con parte real positiva es igual al número de cambios de signo.▲

A partir de la tercera fila, los coeficientes son resultados del cálculo siguiendo el procedimiento que se explica a continuación.

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{-1}{a_{n-1}} \begin{vmatrix} a_n & a_{n-2} \\ a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix} = \frac{1}{a_{n-1}}(a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}) \\ b_2 &= \frac{-1}{a_{n-1}} \begin{vmatrix} a_n & a_{n-4} \\ a_{n-1} & a_{n-5} \end{vmatrix} = \frac{1}{a_{n-1}}(a_{n-1}a_{n-4} - a_n a_{n-5}) \\ b_3 &= \frac{-1}{a_{n-1}} \begin{vmatrix} a_n & a_{n-6} \\ a_{n-1} & a_{n-7} \end{vmatrix} = \frac{1}{a_{n-1}}(a_{n-1}a_{n-6} - a_n a_{n-7}) \\ c_1 &= \frac{-1}{b_1} \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} = \frac{1}{b_1}(b_1 a_{n-3} - b_2 a_{n-1}) \\ c_2 &= \frac{-1}{b_1} \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-5} \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{b_1}(b_1 a_{n-5} - b_3 a_{n-1}) \end{aligned} \quad (5.20)$$

Existen dos casos especiales que se consideran a continuación. Sea el sistema con $D(s)$ de quinto orden de la forma:

$$D(s) = a_5 s^5 + a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 \quad a_5 > 0$$

y el arreglo de Routh-Hurwitz,

$$\begin{array}{c|ccc} s^5 & a_5 & a_3 & a_1 \\ s^4 & a_4 & a_2 & a_0 \\ s^3 & b_1 = \frac{a_4 a_3 - a_5 a_2}{a_4} & b_2 = \frac{a_4 a_1 - a_5 a_0}{a_4} & b_3 = 0 \\ s^2 & c_1 = \frac{b_1 a_2 - b_2 a_4}{b_1} & c_2 = \frac{b_1 a_0 - b_3 a_4}{b_1} & c_3 = 0 \\ s^1 & d_1 = \frac{b_2 c_1 - b_1 c_2}{c_1} & d_2 = \frac{b_3 c_1 - b_1 c_3}{c_1} = 0 & \dots \\ s^0 & f_1 = \frac{d_1 c_2 - d_2 c_1}{d_1} = c_2 & 0 & \end{array} \quad (5.21)$$

Si el primer elemento de una fila es cero, este se reemplaza por un elemento pequeño de signo positivo ε y se continúa el cálculo con este valor; sea por ejemplo $b_1 = 0$, se reemplaza por ε y se continúa el cálculo, de nuevo la estabilidad queda determinada por los cambios de signo de la primera columna.

$$\begin{array}{c|ccc} s^5 & a_5 & a_3 & a_1 \\ s^4 & a_4 & a_2 & a_0 \\ s^3 & b_1 = \varepsilon \approx 0 & b_2 = \frac{a_4 a_1 - a_5 a_0}{a_4} & b_3 = 0 \\ s^2 & c_1 = \frac{\varepsilon a_2 - b_2 a_4}{b_1} & c_2 = \frac{\varepsilon a_0 - b_3 a_4}{\varepsilon} & c_3 = 0 \\ s^1 & d_1 = \frac{b_2 c_1 - \varepsilon c_2}{c_1} & d_2 = \frac{b_3 c_1 - \varepsilon c_3}{c_1} = 0 & \dots \\ s^0 & f_1 = \frac{d_1 c_2 - d_2 c_1}{d_1} = c_2 & 0 & \end{array} \quad (5.22)$$

El otro caso es cuando todos los elementos de la fila son cero; para el ejemplo, sea la fila s^3 con elementos cero (ver la ecuación 5.23); el sistema tiene polos a la derecha del eje imaginario o en el eje imaginario del plano "s". Aquí se pueden reemplazar los elementos de la fila (" s^3 ") por los resultantes de derivar el polinomio auxiliar (PA) que se obtiene de la fila superior

$$PA = a_4 s^4 + a_2 s^2 + a_0$$

en este caso

$$\frac{dPA}{ds} = 4a_4 s^3 + 2a_2 s$$

$$\begin{array}{c|ccc} s^5 & a_5 & a_3 & a_1 \\ s^4 & a_4 & a_2 & a_0 \\ s^3 & 0 & 0 & 0 \\ s^2 & c_1 & c_2 & \\ s^1 & d_1 & 0 & \dots \\ s^0 & f_1 & 0 & \end{array} \rightarrow \begin{array}{c|ccc} s^5 & a_5 & a_3 & a_1 \\ s^4 & a_4 & a_2 & a_0 \\ s^3 & 4a_4 & 2a_2 & \\ s^2 & c_1 & c_2 & \\ s^1 & d_1 & 0 & \dots \\ s^0 & f_1 & 0 & \end{array} \quad (5.23)$$

Para el análisis de estabilidad absoluta, se continúa viendo si hay cambios de signo en la primera columna. Es posible conocer las raíces a la derecha o en el eje imaginario, al resolver el polinomio auxiliar igualado a cero; en ese caso el ejemplo consiste en calcular las raíces del polinomio auxiliar PA.

Estabilidad relativa

Cuando se tienen sistemas con dinámicas dominantes de segundo orden, el indicador de estabilidad relativa es el coeficiente de amortiguamiento; existen otros indicadores de estabilidad relativa como relación de estabilidad R (que será estudiada en el apartado de lugar geométrico de las raíces), el margen de fase, el margen de ganancia y el margen de módulo (que serán estudiados en el apartado de respuesta en frecuencia) (Dorf, 1989).

Materiales y equipos

En la Tabla 5.2 se listan los elementos necesarios para adelantar la experimentación.

Procedimiento

Encienda su aplicación, puede trabajar con una planta real de forma presencial o remota, o con una planta vir-

tual local o una planta virtual remota (en la Raspberry). Su instructor le indicará la planta que puede trabajar.

Puesta en marcha

Para cualquiera de las plataformas de experimentación que use, debe tener encendida y operando su planta o proceso en el punto deseado de trabajo, inicialmente en lazo abierto.

Una vez cumplidas estas condiciones, proceda según las instrucciones (asegure que su planta es estable; si no lo es, proceda a estabilizarla):

- Registre el valor de la ganancia actual de su planta, para ello debe conocer el valor de la señal que está aplicando a la entrada y el valor de la señal de salida en estado estable.
- Si conoce el rango de trabajo para su señal de entrada y salida, ingrese un escalón a la entrada de la planta, de forma que su salida no supere el 10 % de su valor nominal. Si no lo conoce, intente con un valor pequeño de su entrada, por ejemplo +1V. Repita el mismo procedimiento al contrario, llevando la entrada al valor nominal, luego aplique un escalón negativo y posteriormente (después de que la planta esté estable) regrese al valor nominal. Siempre registre sus datos, puede ser en un archivo tipo texto (ver Figura 5.6).

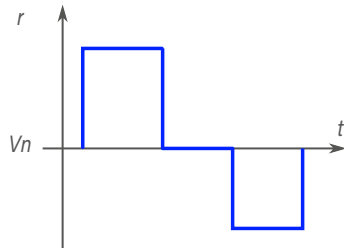
Tabla 5.2: Materiales y equipos.

Hardware			
Cantidad	Nombre	Marca / Modelo	Especificaciones
1	PC	Intel / AMD	Procesador: para trabajar con MATLAB® local: Intel I5 o Ryzen 5, para MATLAB® online: Intel I3 o Ryzen 3. Memoria RAM: 8 GB. Espacio en disco duro: 20 GB.
1	Microcomputador	Raspberry	Pi4 instalada remotamente en el laboratorio de automática.
1	Servomecanismo	Feedback® MS150	Motor DC con tacómetro analógico, para prácticas de control de servo- mecanismos.
Software			
1	Máquina virtual	Virtual Box	Configuración básica: Memoria RAM: 1.5 GB. Disco duro: 10 GB.
1	Software	WinSCP 1.5	Envío y recepción de archivos, má- quina virtual y máquina física.
1	Software	MATLAB®	Versión 2020b.
1	Software	SimulationServer.jar	v1.0. Requiere Pi OS (física o virtual).

Análisis de características

Tome datos de forma ordenada.

- Inserte un bloque proporcional en el lazo directo, con el valor de



ganancia en uno ($K = 1$); compare la ganancia y la velocidad de respuesta (τ y t_s) del sistema en lazo abierto y en lazo cerrado. Tome datos de forma ordenada.

- Ajuste el valor de la constante de proporcionalidad para conservar la ganancia en el lazo cerrado igual a la ganancia del lazo abierto. Tome datos de forma ordenada.
- Análisis de sensibilidad: con el lazo abierto disminuya el valor de $K = 1$ en un 10%. ¿Cómo impacta este cambio en la respuesta del sistema en estado estable para las condiciones de lazo abierto? Sustente con cálculos su respuesta.
- Inserte un bloque en la realimentación con $H(s) = 1$; analice el comportamiento de la sensibilidad; repita cuando $H(s)$ es ajustada a 0.9. ¿Cómo impacta este cambio en la respuesta del sistema en estado estable para las condiciones de lazo cerrado? Sustente con cálculos su respuesta.
- Análisis de error. Para la planta en configuración de lazo abierto, después de que se alcance el estado estable, inyecte una pequeña señal de disturbio $D(s)$ con valor constante. ¿Cómo es el comportamiento dinámico y estático (permanente) del error?

- Si su planta es tipo cero, analíticamente y experimentalmente verifique el error permanente. Después incremente el tipo del sistema introduciendo un integrador en el bloque del controlador y analíticamente y experimentalmente verifique el error permanente. Tome datos de forma ordenada y registre la señal de error.

- Si su planta es tipo uno, analíticamente y experimentalmente verifique el error permanente. Después incremente el tipo del sistema introduciendo un integrador en el bloque del controlador y analíticamente y experimentalmente verifique el error permanente. Tome datos de forma ordenada y registre la señal de error.

- Repita el experimento anterior, ahora cerrando el lazo.
- Capacidad de seguir en régimen permanente señales de tipo escalón sin disturbio en la carga. Analice la capacidad del sistema en lazo cerrado con los dos controladores propuestos (1. $K = 1$, 2. $K = 1/s$) para seguir la señal de referencia usando los dos controladores.

Informe

Elabore su reporte donde, de forma estructurada, organizada y profesional, informe:

1. Datos experimentales tabulados.
2. Modelo estático: rangos de linealidad del sistema.
3. Gráfica de la respuesta al escalón.
4. Valores de los parámetros y modelo matemático experimental.
5. Gráficas de la simulación para diferentes valores de entrada y ganancia.
6. Respuesta a las preguntas planteadas en el procedimiento, observaciones y conclusiones.

Para cada punto se recomienda usar un cuadro, por ejemplo:

Características de la respuesta dinámica.

Red abierta	Red cerrada

Capítulo 6

CONTROLADOR PID

 <https://doi.org/10.25100/peu.1416.cap6>

La función de la realimentación y del controlador es modificar las características de desempeño del sistema al cerrar el lazo, y de esa manera cumplir con las especificaciones deseadas de funcionamiento.

Objetivos y resultados de aprendizaje

Objetivo general

Exponer las acciones de control PID usadas en los sistemas realimentados.

Objetivos específicos

- Describir las acciones de control PID usadas en los sistemas realimentados y el efecto en el comportamiento estático y dinámico de los SAC.
- Ajustar los parámetros del controlador PID usando las reglas de sintonía de Ziegler-Nichols.

Resultados de aprendizaje

Al finalizar, el estudiante:

Conoce las acciones P, I, D, PI, PD, PID para el control de SAC.

Aplica técnicas de sintonía de los parámetros del PID para cambiar el desempeño dinámico de SAC.

- Conoce los efectos de cambio manual a automático y sobreembalamiento para el control de SAC.
- Conoce la arquitectura PID del estándar ISA para el control de SAC.

Marco Teórico

El controlador de dos posiciones o controlador "on-off", es el más empleado. Después, a nivel industrial le sigue el controlador PID, por su sencillez estructural, facilidad de implementación y de ajuste; adicionalmente, ha sido comprobado durante muchos años en la industria, probando de lejos sus virtudes. En esta sección se revisan las estrategias P, I y D con sus variaciones y se estudian las técnicas clásicas de sintonía de controladores PID.

Controlador PID

Su estructura general es la composición de acciones proporcional, integral y derivativa, en el lazo directo. Existe la versión paralela (también conocida como versión de libro por su simplicidad para explicar el control) hasta la versión del estándar ISA.

A continuación se estudia cada una de las representaciones.

Acción P. La señal de control es proporcional a la señal de error, con

$$u(t) = K_p e(t); \quad \frac{U_D(s)}{E(s)} = K_p$$

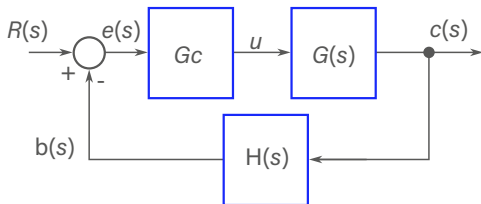


Figura 6.1: Representación BTR con controlador G_c .

En sistemas estables sin ceros, permite disminuir el error permanente y mejora la velocidad de respuesta.

Nota 37. No confundir K_p con la constante de error de posición K_p . ▲

Acción I. La señal de control es proporcional a la integral de la señal de error, con

$$u(t) = K_i \int e(t) dt; \quad \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_i}{s}$$

donde K_i es conocida como la velocidad de restablecimiento o constante integral.

Si se observa la Tabla 5.1, y se considera en el análisis que la acción integral adiciona un polo en el lazo directo, es claro que ante una señal entrada tipo escalón, la acción integral pone error de estado permanente cero; sin embargo, genera respuestas transitorias más lentas y deteriora la estabilidad relativa del sistema.

Acción D. La señal de control es proporcional a la derivada de la señal de error,

$$u(t) = K_D \frac{de(t)}{dt}; \quad \frac{U_D(s)}{E(s)} = K_D s$$

Por ser la derivada de una señal, la acción de control es muy sensible a cambios en el error, por lo que también se le conoce como acción anticipativa; sin embargo, cambios bruscos en el error producen valores muy elevados en la señal de control, lo que puede llevar el actuador a zona de saturación e incluso a inestabilidad del sistema. Normalmente, el valor de K_D se ajusta en rangos muy pequeños. Para efectos de implementación, la acción derivativa se reemplaza por lo que se denomina como la **pseudoderivada**, esto es,

$$\frac{U_D(s)}{E(s)} = \frac{T_D s}{\eta T_D s + 1} \quad (6.1)$$

donde el valor de la constante del filtro $\eta < 1$ con valores típicos entre 0,05 y 0,1.

Esta acción de control actúa como derivativa solo a bajas frecuencias; a altas frecuencias la ganancia del filtro queda limitada por el valor K_D/η lográndose la limitación esperada.

Acción PI. Combina las acciones de control proporcional e integral, con lo que aprovecha las características de ambos controles, mejorando precisión en estado permanente y velocidad de respuesta,

$$u(s) = \left(K_p + \frac{K_i}{s} \right) e(s)$$

Una variante de la acción PI es

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$

donde

$$K_c = K_p, \quad T_i = \frac{K_c}{K_i}$$

Acción PD. Si el sistema es tipo 1 o mayor, no requiere de acción integral, pero si el sistema presenta oscilaciones permanentes de pequeña señal en la salida, la acción de control bien ajustada puede contribuir a su atenuación. Combina las acciones de control P y D,

$$u(s) = (K_p + sK_D) e(s)$$

Es también muy útil para sintonizar sistemas con amortiguamiento pobre; en general la acción derivativa tiene un efecto estabilizador en algunos sistemas, aunque su implementación pura no es práctica por lo que se deben considerar variaciones de acción deriva-

tiva, como se vio en el caso del controlador derivativo puro.

Una variante de la acción PD es

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_c (1 + sT_d)$$

donde

$$K_c = K_p, T_d = \frac{K_D}{K_c}$$

Acción PID.

$$u(t) = \left(K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s \right) e(t) \quad (6.2)$$

Esta acción combina las acciones proporcional, integral y derivativa, buscando sacar provecho a sus características de disminuir error permanente, mejorar velocidad de respuesta y anticipar variaciones de la señal de control. Tomando las variantes anteriormente presentadas para el PI y el PD, se tiene una variante del PID en la forma

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_c \left(1 + sT_d + \frac{1}{T_I s} \right) \quad (6.3)$$

Las ecuaciones 6.2 y 6.3 para el controlador PID son muy conocidas, pero son imprácticas –porque, por un lado, el término derivativo hace que el control

crezca sin límite conforme la frecuencia se incrementa y, por otro lado, la acción integral tiene problemas de saturación-. A continuación se presentan variaciones del PID que permiten resolver esas limitaciones.

Realizaciones PID no interactiva e interactiva. Las funciones que implementan las ecuaciones 6.2 y 6.3 se pueden realizar en una estructura conocida como **PID paralela**, como se ilustra en la Figura 6.2. También es conocida como acción **no interactiva** debido a que las acciones de control integral y derivativa son independientes, a pesar de que en la Figura 6.2b la ganancia K_c afecta las tres acciones (proporcional, integral y derivativa).

Estructuras de acciones PID. Existen variaciones a la implementación del algoritmo PID que dan lugar a las conocidas estructuras PI-D y I-PD, como se muestra en la Figura 6.3.

Las funciones de transferencia de estas estructuras son iguales, pero los ajustes de los parámetros cambian.

Estas estructuras son todas estables, pero la respuesta del sistema cambia en función de los parámetros ajustados. En este caso, la modificación de los parámetros o constantes de tiempo integral (T_I) y derivativa (T_D), afectan las constantes de tiempo integral (K_I) y derivativa (K_D) y viceversa; por lo que se conocen como acciones o algoritmos iterativos de control PID.

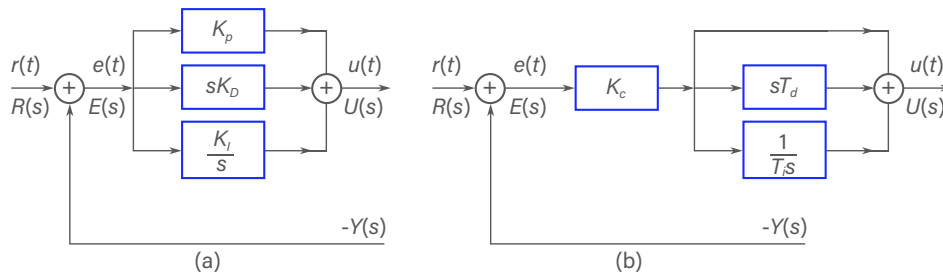


Figura 6.2: Realizaciones de controladores PID.

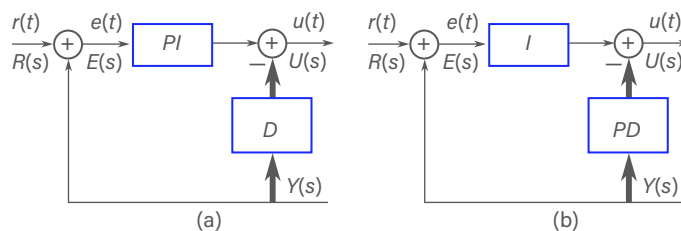


Figura 6.3: Estructuras de controladores PID.

Acción PI-D. También conocida como acción PI-PD; combina la acción PI con un filtro de retraso de fase; esto se hace porque la acción derivativa sola es un sistema no causal –difícil de implementar con circuitería analógica–.

Su estructura es:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = \left(K_p + \frac{K_i}{s} \right) \frac{T_D s + 1}{T_D' s + 1}$$

o

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_c \left(\frac{1 + sT_i}{sT_i} \right) \left(\frac{T_D s + 1}{T_D' s + 1} \right)$$

La constante de tiempo derivativa T_D' normalmente se ajusta a la décima parte de la constante T_D .

Acción antiembalamiento. Las acciones de control anteriores ilustran los conceptos fundamentales; sin embargo, existen problemas para su implementación que son consideradas en la estructura PID ISA.

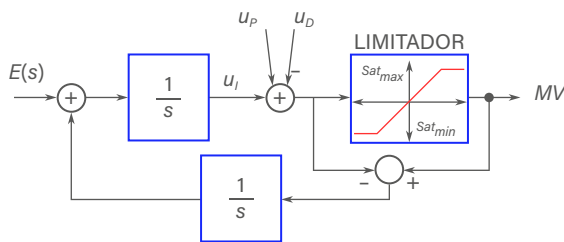


Figura 6.4: Control antiembalamiento.

La primera de ellas tiene que ver con la saturación del actuador, que normalmente puede ser ocasionada por la acción integral; para ello se considera la acción conocida como antiembalamiento (“anti-windup”) de la acción integral; actúa directamente recalculando la parte de la acción integral como se muestra en la Figura 6.4.

T_i es la constante de tiempo que determina cuánta rapidez se resetea la acción integral; U_i es la señal debida a la acción integral; U_p es la señal de control aportada por la acción proporcional; U_D es el aporte en señal de control de la acción derivativa; MV es la variable manipulada que será aplicada al dispositivo de actuación.

PID ISA

El otro problema planteado anteriormente para la implementación de los controladores PID está asociado a la imposibilidad de implementar la acción derivativa pura, como se menciona en los párrafos anteriores.

Filtro derivativo. La acción derivativa pura tiene dos problemas de implementación; el primero es que por su composición es en sí mismo un sistema causal y, por otra parte, este sistema es muy sensible y amplifica el ruido en la medición.

Para evitar esto se le adiciona un filtro de primer orden con constante de tiempo

$$T_D' = T_D / N$$

por lo que la acción de control derivativa ahora es

$$u_D = \frac{sT_D}{1 + s\frac{T_D}{N}} E(s)$$

Control sin saltos. Todo esquema de control automático deberá conservar la opción de control y ajuste manual (control suave) para evitar los saltos en la transición (“bumpless”). Una práctica común en esquemas de control antiguos era tener un solo controlador para diferentes variables de proceso; en las transiciones de controladores se observaban saltos indeseables de la señal de control. Actualmente, el fenómeno se presenta cuando se realiza la transición de un controlador del modo manual a automático, el cual preserva la historia de la señal de control a través de un esquema de seguimiento, como se ilustra en la Figura 6.5, correspondiente a la estructura ISA –control manual (U_M) y automático (U_A)–.

Estructura PID ISA. La estructura completa del PID ISA se muestra en la Figura 6.5, donde PV es la variable de proceso (o medida, corresponde a $B(s)$ en la BTR), SP es la referencia (o “Set Point”), $SP_M = R(s)$ es la referencia manual, $A_b(s)$ es la compensación manual (bias) en la señal de control para las acciones P o PD , y los bloques “directa” (acción de control aditiva: directa +) e “inversa” (acción de control sustractiva: inversa –); además, la estructura del PID ISA de la Figura 6.5 incluye un seguimiento de acción integral para evitar el *windup*.

Finalmente, la función acción de control PID en estructura estándar o forma ISA (Ramírez, 2015) se presenta en la ecuación 6.4.

$$U(s) = \pm \left[K_p \left(\alpha R(s) - B(s) \right) + \frac{1}{T_i s} E(s) + \frac{T_D s}{1 + \frac{T_D}{N} s} (\beta R(s) + B(s)) \right] - A_b(s) \quad (6.4)$$

con β y α factores de peso o escalamiento adicionales para la señal de referencia.

Reglas de Ziegler-Nichols

Las técnicas de Ziegler-Nichols (ZN) (Van de Vegte, 1994) se basan en lo que se conoce como la firma (*signature*) del sistema; esto es, en el registro de la forma de la respuesta entre una entrada tipo escalón unitario.

Los autores ZN desarrollaron dos procedimientos para el ajuste de los controladores usando como criterio de sintonía la minimización del error absoluto integrado (IAE: *integrated absolute error*)

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (6.5)$$

Primer método. Consiste en aplicar al sistema (desde el punto de operación; esto es, para pequeña señal, en lazo abierto) un escalón unitario y registrar (dibujar, graficar) la forma de la respuesta para la salida de la forma que se muestra en la Figura 6.6 (con t_d el tiempo de retardo y m la pendiente de la tangente en el punto de inflexión).

Se configuran los parámetros del control para cada caso, como se muestra en la Tabla 6.1.

Segundo método. Consiste en aplicar al sistema realimentado una ganancia proporcional hasta encontrar el valor de K_u que lleve al límite de estabilidad el sistema; se toma nota del valor de K_u y del periodo del sistema τ_u (ver Figura 6.7) y se ajustan los parámetros de los controladores según la Tabla 6.2. Solo es posible aplicarlo si la planta o proceso en red cerrado permite llevarla al límite de estabilidad.

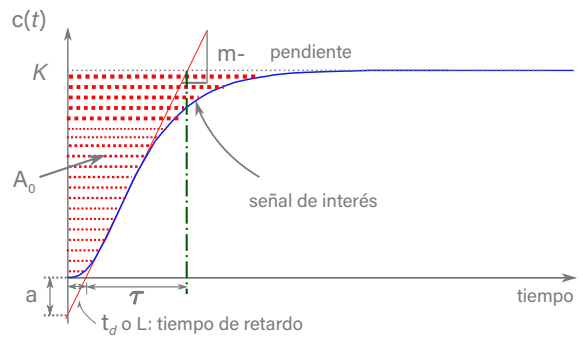


Figura 6.6: Respuesta al escalón.

Para plantas muy sensibles o que resulte peligroso llevarlas a esta condición, si se conoce el modelo de la planta en lazo abierto, es recomendable realizar el experimento en simulación para el cálculo de los parámetros del controlador.

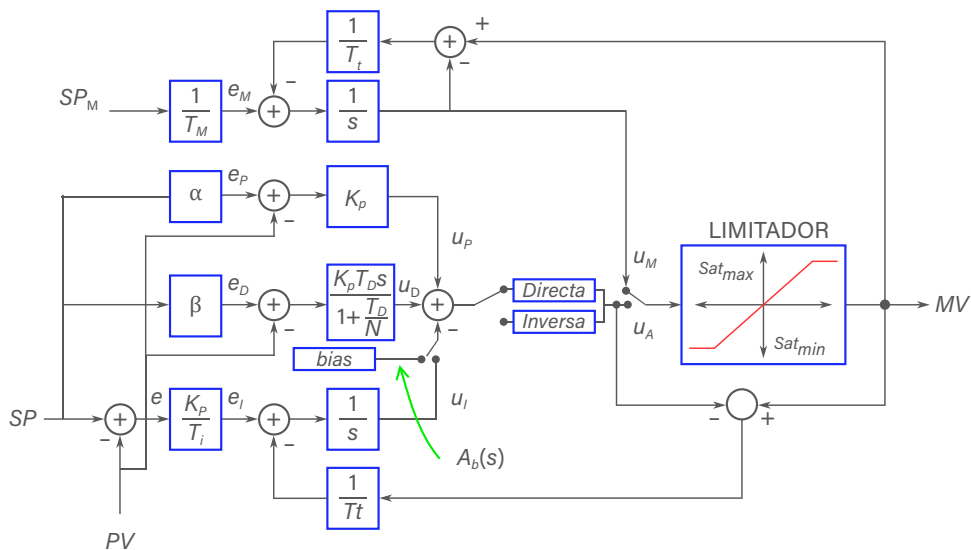


Figura 6.5: Estructura de control PID ISA. Fuente: Adaptado de Ramírez (2015).

Tabla 6.1: Valores para ajuste de controladores PID por el primer método de Ziegler-Nichols.

Control P	$K_P = \frac{1}{T_d m}$		
Control PI	$K_P = \frac{0.9}{T_d m}$	$T_I = 3.3 T_d$	
Control PID	$K_P = \frac{1.2}{T_d m}$	$T_I = 2 T_d$	$T_D = 0.5 T_d$

Tabla 6.2: Valores para ajuste de controladores PID por el segundo método de Ziegler-Nichols.

Control P	$K_P = \frac{0.5}{K_u}$		
Control PI	$K_P = \frac{0.45}{K_u}$	$T_I = 0.83 T_u$	
Control PID	$K_P = \frac{0.6}{K_u}$	$T_I = 0.5 T_u$	$T_D = 0.125 T_u$

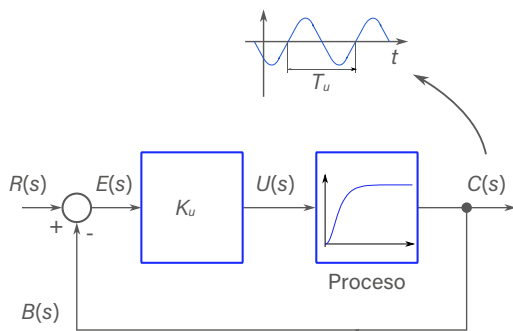


Figura 6.7: Segundo método de Ziegler-Nichols.

Procedimiento

Encienda su aplicación, usted puede trabajar con una planta real de forma presencial o remota, o con una planta virtual local o una planta virtual remota (en la Raspberry), el profesor le indicará la planta que puede trabajar.

Puesta en marcha

Para cualquiera de las plataformas de experimentación que use, debe tener encendida y operando su planta o proceso en el punto deseado de trabajo, inicialmente en lazo abierto.

Materiales y equipos

En la Tabla 6.3 se listan los elementos necesarios para adelantar la experimentación.

Nota 38. Asegure que su planta es estable, si no lo es proceda a estabilizarla.▲

Tabla 6.3: Materiales y equipos.

Hardware			
Cantidad	Nombre	Marca / Modelo	Especificaciones
1	PC	Intel / AMD	Procesador: para trabajar con MATLAB® local: Intel I5 o Ryzen 5, para MATLAB® online: Intel I3 o Ryzen 3. Memoria RAM: 8 GB. Espacio en disco duro: 20 GB.
1	Microcomputador	Raspberry	Pi4 instalada remotamente en el laboratorio de automática.
1	Servomecanismo	Feedback® MS150	Motor DC con tacómetro analógico, para prácticas de control de servo- mecanismos.
Software			
1	Máquina virtual	Virtual Box	Configuración básica: Memoria RAM: 1.5 GB. Disco duro: 10 GB.
1	Software	WinSCP 1.5	Envío y recepción de archivos, má- quina virtual y máquina física.
1	Software	MATLAB®	Versión 2020b.
1	Software	SimulationServer.jar	v1.0. Requiere Pi OS (física o virtual).

Una vez cumplidas estas condiciones, proceda según las instrucciones:

- Registre el valor de la ganancia actual de su planta; para ello debe conocer el valor de la señal que está aplicando a la entrada y el valor de la señal de salida en estado estable.
- Si conoce el rango de trabajo para su señal de entrada y salida, ingrese un escalón a la entrada de la planta, de forma que su salida no supere el 10 % de su valor nominal. Si no lo conoce, intente con un valor pequeño de su entrada, por ejemplo $+1V$. Repita el mismo procedimiento al contrario, llevando la entrada al valor nominal, luego aplique un escalón negativo y posteriormente (después de que la planta esté estable) regrese al valor nominal. (ver Figura 6.8).

Siempre registre sus datos, puede ser en un archivo tipo texto

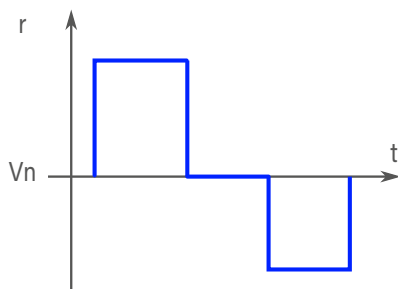


Figura 6.8: Entrada de prueba.

Ajuste de control PID por Ziegler-Nichols

Parte 1.

- A partir de los datos de proceso obtenidos por curva de reacción, implemente los controles P,

PI y PID usando el primer método de Ziegler-Nichols. Tome datos de forma ordenada y registre la señal de control $u(t)$ y la salida del sistema $c(t)$.

- Usando una herramienta de simulación como MATLAB o Simulink, u otra, implemente la función de transferencia de la planta y el controlador PID.
- Analice el desempeño de su sistema y reporte los resultados del análisis.
- Realice los ajustes necesarios al controlador para tener el desempeño deseado.
- Implemente el controlador para su proceso y verifique el desempeño.
- Analice y ajuste si es necesario.
- Realice el reporte de los experimentos.

Parte 2.

Realice el experimento anterior con los datos del PID diseñado, pero ahora implementando los mismos parámetros del controlador en una estructura PI-D. Analice y reporte.

Informe

Elabore su reporte donde, de forma estructurada, organizada y profesional, informe:

1. Resultados de la puesta en marcha.
2. Resultados del ajuste del controlador PID por Ziegler-Nichols.
3. Resultados de la implementación en el controlador PI-D.

Capítulo 7

ANÁLISIS Y COMPENSACIÓN EN DOMINIO DEL TIEMPO CON LUGAR GEOMÉTRICO DE LAS RAÍCES

 <https://doi.org/10.25100/peu.1416.cap7>

En el diseño de un SAC, el ajuste de los parámetros del controlador cambia las posiciones de los polos y ceros de lazo abierto (LA), buscando ubicar los polos de lazo cerrado (LC) en las posiciones deseadas del plano “ s ”.

El lugar geométrico de las raíces (LGR) es el trazo de las raíces de la ecuación característica, para distintos valores de un parámetro del sistema, normalmente la ganancia.

Objetivos y resultados de aprendizaje

Objetivo general

Explicar la técnica del lugar geométrico de las raíces y su aplicación para el análisis y diseño de compensadores en SAC.

Objetivos específicos

- Detallar la técnica del lugar geométrico de las raíces.
- Mostrar los compensadores de adelanto y atraso de fase.
- Mostrar el efecto de la modificación de la ganancia sobre el lugar geométrico de las raíces.
- Mostrar el efecto de la adición de polos y ceros en el LGR y la respuesta transitoria.
- Mostrar el cálculo de la región deseada de los polos en red cerrada.
- Mostrar el procedimiento de ajuste de los compensadores, adicionando polos y ceros en el lugar geométrico de las raíces.

Resultados de aprendizaje

Al finalizar, el estudiante:

- Traza el LGR a partir de polos y ceros de lazo abierto para el análisis y diseño de SAC.
- Utiliza la técnica del LGR para el análisis de SAC.
- Ajusta controladores PID usando el método del LGR para el control de SAC.
- Ajusta compensadores dinámicos de adelanto y atraso de fase usando el método del LGR para modificar el desempeño estático y dinámico de SAC.

Marco teórico

Las características básicas de la respuesta transitoria de un sistema de lazo cerrado (LC) las determinan los polos de LC. Ya que los polos de LC son las raíces de la ecuación característica (EC), es importante para el análisis conocer los efectos en la ubicación de las raíces de LC cuando cambia un parámetro en la EC.

Lugares geométricos de sistemas típicos

Para entender el concepto del lugar geométrico de las raíces, se toma como caso de estudio la planta, o sistema, modelado por un integrador puro (polo en el origen). En la Figura 7.1, a la izquierda, está la representación en lazo abierto de la planta bajo estudio y a la derecha se muestra el diagrama de bloques cuando se cierra el lazo, donde se asume que el parámetro que se varía es la ganancia $K > 0$.

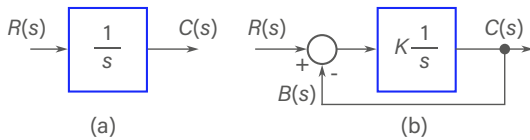


Figura 7.1: Planta integradora en (a) lazo abierto y (b) en lazo cerrado.

$$T(s) = \frac{G}{1+G} = \frac{K}{s+K} \quad (7.1)$$

Observe en la Figura 7.1, a la izquierda, que para el lazo abierto el polo está en $s = 0$; cuando se cierra el lazo (Figura 7.1, a la derecha), los polos se desplazan a $s = -K$; esto es, con la función de transferencia en el lazo cerrado (ecuación 7.1) se observa cómo ahora los polos se mueven hacia la parte izquierda del eje $j\omega$ del plano complejo conjugado (Figura 7.2), exactamente en $s = -K$; en la medida en que la ganancia K se incrementa, los nuevos polos se alejan más hacia la izquierda (Figura 7.2, izquierda).

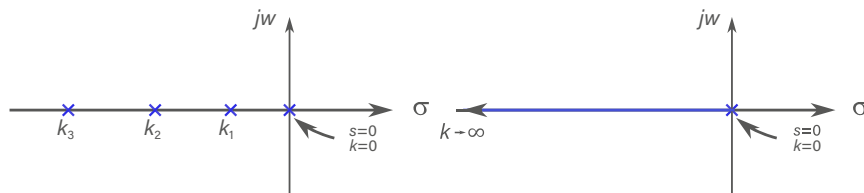


Figura 7.2: Lugares polos planta con integrador puro.

Si se toman tres valores para K nuevos, se obtienen tres polos nuevos en $s_1 = K_1$, $s_2 = K_2$, $s_3 = K_3$ donde $K_3 > K_2 > K_1$ (ver la ubicación en la Figura 7.2). Si se toman infinitos valores de K desde cero hasta infinito, se puede trazar una línea recta que inicia en el polo de lazo abierto $s = 0$ y termina en el infinito (en este caso en el polo en el infinito $s = \infty$).

El conjunto de todos esos nuevos posibles polos en función de la ganancia es lo que se conoce como el lugar geométrico. Como se ve en la Figura 7.2, derecha, para el parámetro K variando desde 0 hasta ∞ los polos de red cerrada se moverían desde el cero hasta $-\infty$.

Tomando como otro caso de estudio una planta con una integración en el origen y un polo en -1 , como se muestra en la Figura 7.3 y en lazo cerrado con

$$EC: s^2 + s + K = 0.$$

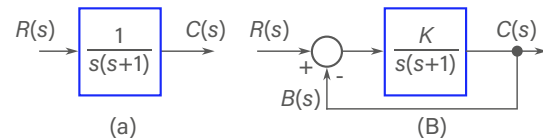


Figura 7.3: Lugares de planta con integrador puro y polo en $s = -1$.

Los polos se encuentran usando

$$s_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{1-4K}}{2}$$

Si $K = 0$ (solución muy simple) los polos se encuentran en $s = 0$ y $s = -1$, o se calculan como:

$$s_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{1}}{2} \begin{cases} (+) \rightarrow s = 0 \\ (-) \rightarrow s = -1 \end{cases}$$

Si $K \rightarrow \infty$, los polos se encuentran en

$$s_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{-\infty}{2}$$

Nota 39. Los polos en red cerrada son los mismos polos de lazo abierto cuando $K = 0$.▲

Nota 40. En el ejercicio anterior, para valores muy grandes de K , los polos de lazo cerrado tienen la parte real en $\sigma_{s_{1,2}} = -1/2$ y la parte imaginaria tiende a $\pm\infty$.▲

Nota 41. El conjunto de todos los polos de red cerrada da un trazo en una línea, a esa línea se le conoce como rama; las ramas inician en los polos de red abierta y finalizan en los ceros de red abierta. Si no hay ceros explícitos, se dice que estos se encuentran en el infinito.▲

A continuación se presentan conceptos básicos usados en el análisis y el trazo del LGR, posteriormente el procedimiento general para dibujar los lugares de las raíces y se analizan los efectos de adicionar polos y ceros al lugar, para sistemas de tiempo continuo; al final se presentará la técnica del lugar para diseñar compensadores.

Variación de polos de red cerrada

Considere la forma canónica de un sistema de control

$$T(s) = \frac{G(s)}{1 + GH(s)}$$

donde

$$GH(s) = \frac{kN(s)}{D(s)}$$

con k un parámetro que varía; así,

$$T(s) = \frac{D(s)}{D(s) + kN(s)}$$

la ecuación característica (EC) es:

$$D(s) + kN(s) = 0$$

observe que:

$$\text{si } \begin{cases} k \rightarrow 0 & \text{las raíces de EC son las raíces de } D(s) = 0 \\ k \rightarrow \infty & \text{las raíces de EC son las raíces de } N(s) = 0 \end{cases}$$

por tanto, para $k : [0, \infty)$, los polos de LC varían desde los polos de LA hacia los ceros de LC, donde terminan.

Criterios de magnitud y ángulo

Un punto s_i pertenece al LGR si:

$$D(s_i) + kN(s_i) = 0 \text{ o } GH(s_i) = -1$$

para esto, se debe cumplir:

- **CRITERIO DEL ÁNGULO:** define qué punto del plano s pertenece al LGR, para esto

$$\angle GH(s_i) = \pm 180(2L + 1), \quad L = 0, 1, 2, \dots$$

- **CRITERIO DE MAGNITUD:** da la ganancia k en el punto del LGR. Para esto se debe cumplir que

$$|GH(s_i)| = 1$$

o bien

$$|k| = \left| \frac{D(s_i)}{N(s_i)} \right|$$

El criterio del ángulo se evalúa (ver Figura 7.4) restando a la suma de los ángulos de los ceros los ángulos de los polos; estos ángulos se obtienen entre el eje real o un eje de $j\omega$ constante y el vector dirigido entre el cero o polo y el punto s_i ; esto es:

$$\angle GH(s)|_{s_i} = \gamma - \beta - \alpha$$

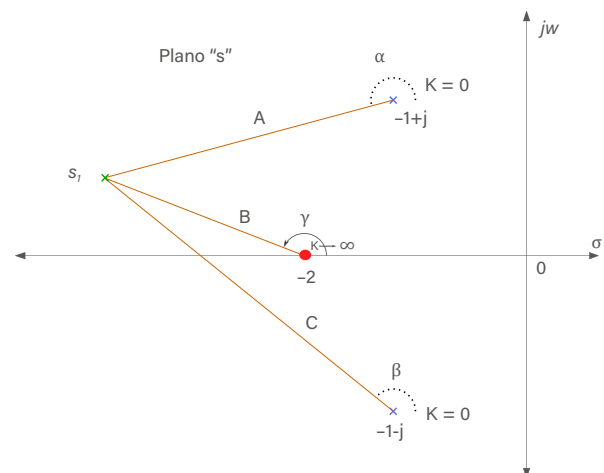


Figura 7.4: Técnica para calcular magnitud y ángulo.

Si se cumple, el punto s_i será una raíz de lazo cerrado para algún valor de k .

El criterio de magnitud es:

$$|k| = \frac{\prod \text{magnitud de los vectores desde polos de } GH \text{ a } s_i}{\prod \text{magnitud de los vectores desde ceros de } GH \text{ a } s_i}$$

$$|k|_{s=s_i} = \frac{A \cdot C}{B}$$

La construcción del lugar por esta vía sería muy compleja manualmente; el procedimiento se simplifica usando lo que se conoce como reglas de construcción del lugar geométrico de las raíces.

Reglas de construcción

1. Ordenar la EC de forma que el parámetro que se va a variar aparezca como factor; en este caso corresponde a "k",

$$1 + \frac{k \prod_{i=0}^m (s+z_i)}{\prod_{j=0}^n (s+p_j)} = 0$$

2. Las n ramas del LGR parten de los polos $-p_j$ hacia los ceros $-z_i$.
3. Hay lugar en el eje real, a la izquierda de un número impar de polos y ceros.
4. El LGR tiende a asíntotas rectas para la frecuencia compleja "s" tendiendo a ∞ que cortan el eje real en

$$\sigma_c = \frac{\sum_{i=1}^n p_i - \sum_{j=1}^m z_j}{n - m}$$

y forman un ángulo con el eje real de:

$$\beta = \frac{(2l+1)180^\circ}{n-m} \quad l = 0, 1, 2, \dots, |n-m|-1$$

5. El LGR entra o sale al eje real desde el punto σ_B . El (los) valor(es) de σ_B se puede(n) obtener al resolver la ecuación algebraica resultante de la expresión:

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_B + p_i} = \sum_{i=1}^m \frac{1}{\sigma_B + z_i}$$

Al analizar, en general, el comportamiento de la rama en el lugar donde se desprende del eje real deben satisfacer:

$$\frac{dGH(s)}{ds} = 0 \Leftrightarrow \frac{dk}{ds} = 0$$

luego, al resolver

$$\frac{dk}{ds} = 0$$

se obtienen directamente los puntos de ruptura. Estas ecuaciones son solo una condición necesaria; adicionalmente debe satisfacer la EC para algún k real.

6. El lugar parte o llega desde polos o ceros complejos formando ángulos de:

$$\begin{aligned} \theta_p &= 180 + \angle GH'(p_c) && \text{Partida de polos complejos } p_c \\ \theta_L &= 180 - \angle GH''(z_c) && \text{Llegada a ceros complejos } z_c \end{aligned}$$

donde, $\angle GH'(p_c)$, $\angle GH''(z_c)$ son los ángulos de GH sin considerar la contribución del polo o el cero.

7. Evaluar el corte del LGR con el eje imaginario mediante el criterio de Routh.
8. Con los criterios de magnitud y ángulo, determinar el lugar con suficiente exactitud alrededor de eje $j\omega$ y el origen del plano s.

Estabilidad relativa desde el lugar geométrico de las raíces

La regla 7 se utiliza para calcular el k crítico (k_c) para inestabilidad, cuando k corresponde a la ganancia de LA; k_c permite calcular la medida de estabilidad relativa conocida como *margen de ganancia* (MG), el cual se define como el factor por el cual se puede multiplicar la ganancia actual k_o del sistema, antes de que se haga inestable. Matemáticamente, se calcula como la relación entre la ganancia crítica y la ganancia actual del sistema.

$$MG = \frac{k_c}{k_o}$$

Compensador

En SAC se definen los compensadores considerando las topologías de implementación (según su ubicación en el lazo típico) y la estructura de la función de transferencia.

Dependiendo de la ubicación en el lazo de control, se reconocen tres estructuras: los compensadores en cascada o serie, los compensadores en la realimenta-

ción (o *feedback*) y los compensadores con alimentación adelante (conocidos como *feedforward*), como se muestra en la Figura 7.5, donde $G_p(s)$ es la planta, $H(s)$ es la dinámica de realimentación, $G_A(s)$ es el actuador, $G_c(s)$ es el compensador en cascada, $G_{Fb}(s)$ es el compensador realimentado y $G_{Ffd}(s)$ es el compensador feed-forward.

La otra clasificación de los compensadores es según la estructura de la función de transferencia; el compensador (o controlador) más conocido y empleado en la industria es el PID. Una alternativa a los controladores PID son los denominados redes de adelanto-atraso (o simplemente compensadores).

Matemáticamente, un compensador es una relación entre un polinomio en el denominador y un polinomio de numerador con un número definido de polos y ceros, normalmente reales, aunque se pueden tener

también valores complejos conjugados. En sistemas automáticos de control, el compensador tiene una función de transferencia que le aporta ganancia, ceros y polos en lugares seleccionados para que el sistema en lazo cerrado cumpla con especificaciones deseadas de desempeño estático y dinámico.

Para explicación, se tomará un compensador simple con una ganancia unitaria, un polo y un cero, como se muestra en la ecuación 7.2.

$$G_c(s) = \frac{s + z_c}{s + p_c} \quad (7.2)$$

donde z_c y p_c son los polos y ceros del compensador que se le adicionan al sistema para cambiar su comportamiento.

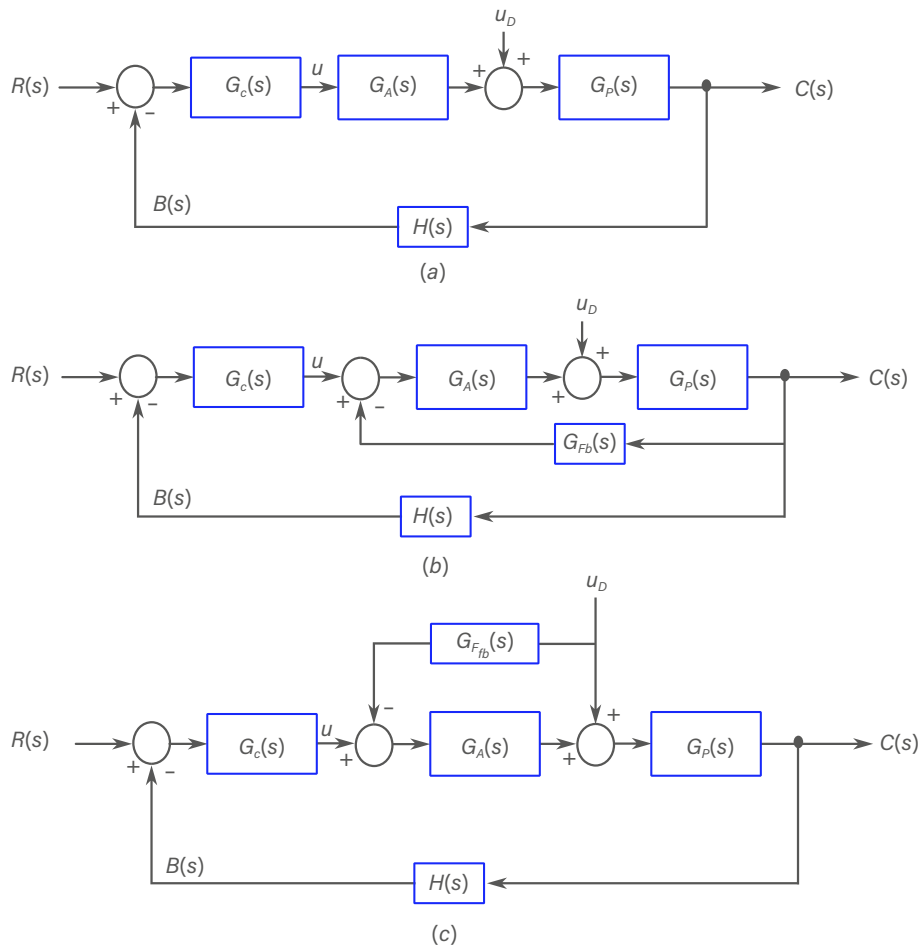


Figura 7.5: Compensadores (a) cascada, (b) *feedback*, (c) *feedforward*.

Compensadores adelanto-atraso

Dependiendo de la ubicación relativa del cero al polo se tienen compensadores en atraso de fase ("phase-lag compensators") y compensadores en adelanto de fase ("phase-lead compensators") como se ve en la Figura 7.6; su aplicación fue muy práctica y fácil con amplificadores operacionales a través de lo que se conoce como realización de filtros activos.

Los términos adelanto y atraso se refieren a la capacidad de aumentar o disminuir la fase total del sistema en función de la ubicación relativa del polo al cero, como se ve en la Figura 7.6.

Son más generales que las estructuras PID aunque los PID se pueden ajustar con las técnicas de ajuste de los compensadores adelanto-atraso de fase.

Antes de añadir un compensador al sistema, el analista deberá verificar si con solo ajustar la ganancia se cumplen los requerimientos de operación del sistema en lazo cerrado (LC).

Efectos de modificación de la ganancia y adición de polos y ceros en el LGR y la respuesta transitoria

Al igual que el controlador PID, al introducir un compensador en el lazo de un sistema de control se busca modificar las características de desempeño estáticas y dinámicas del proceso para cumplir con especificaciones deseadas de funcionamiento.

Hay dos requerimientos básicos que son: la precisión o error en estado estable y el tiempo de estabilización del sistema.

Normalmente, los sistemas dinámicos SISO (sin tiempo muerto) se pueden representar como un retardo de primer orden o como uno de segundo orden (ver ecuación 7.4), para estos dos casos particulares y suponiendo que para el cálculo del tiempo de estabilización se acepta el criterio del 2%, los tiempos de estabilización se calculan como se muestra en la ecuación 7.3.

$$\text{primer orden} \rightarrow t_s = \frac{4}{\tau_{LC}} \quad (7.3)$$

$$\text{segundo orden} \rightarrow t_s = \frac{4}{\rho W_{nLC}}$$

$$G_{LA}(s) = \frac{1}{(s+p_1)(s+p_2)} \quad G_{LA}(s) = \frac{1}{(s+p_1)(s+p_2)(s+p_c)} \quad (7.4)$$

Los lugares que permiten cumplir este requerimiento se encuentran en el plano "s" a la izquierda

$$-\frac{1}{\tau_{LC}} \text{ y de } -\frac{1}{\rho W_{nLC}} \text{ para cada caso.}$$

Tomando el caso de la planta de primer orden (retardo de primer orden), como se muestra en la Figura 7.7, los lugares deseados para los polos de lazo cerrado se encuentran a la izquierda de la línea $1/\tau_{LC}$ (línea punteada vertical) y el LGR del sistema se muestra con la línea más gruesa. En la Figura 7.7a se observa que para la ubicación del polo con respecto a la línea, el sistema cumple con el requerimiento de velocidad; pero para la Figura 7.7b no cumple para valores de k menores que K_{min} por lo que la tarea del diseñador es encontrar ese valor.

En caso de tener una planta de segundo orden con polos en lazo abierto reales y distintos, con LGR que se muestra en la Figura 7.8, se puede observar que en el caso de la 7.8a el sistema cumplirá con el requerimiento de t_s , mientras que para la Figura 7.8b será necesario calcular el valor de K_{min} que cumpla con el requisito.

Para el caso de la 7.8c, el solo ajuste de la ganancia no permite cumplir con la necesidad, por lo que será necesario introducir polos o ceros que modifiquen el LGR y obliguen a las ramas a desplazarse hacia la izquierda y de esa manera cumplir con la especificación de t_s .

Para entender el procedimiento de diseño es necesario revisar el efecto de adicionar un polo y un cero al LGR. En la Figura 7.9a se representa el LGR de la planta de segundo orden con polos reales distintos. Se observa en la 7.9b cómo la adición del polo $-p_3$ a la izquierda

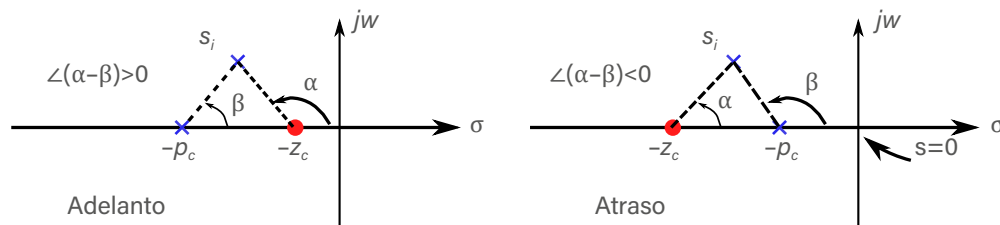


Figura 7.6: Compensadores adelanto y atraso.

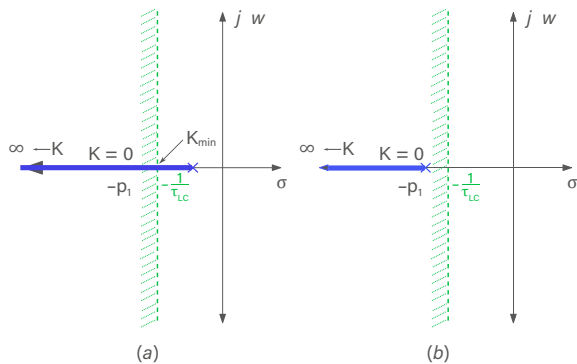


Figura 7.7: Efecto de ajuste de ganancia en planta de primer orden.

del polo $-p_2$ tira las ramas con polos complejos conjugados hacia la derecha del plano complejo "s"; para saber hacia donde "jala" las ramas, basta con calcular el ángulo de las asíntotas; originalmente el sistema (sin adición de polos) tiene dos ramas con asíntotas en

$$\pm(2l - 1) * 180^\circ / (n - m) \quad l = 0 \dots [(n - m) - 1]$$

esto corresponde para el ejemplo en $\pm 90^\circ$

Al adicionar el polo p_3 las asíntotas estarán en -180° , $\pm 60^\circ$.

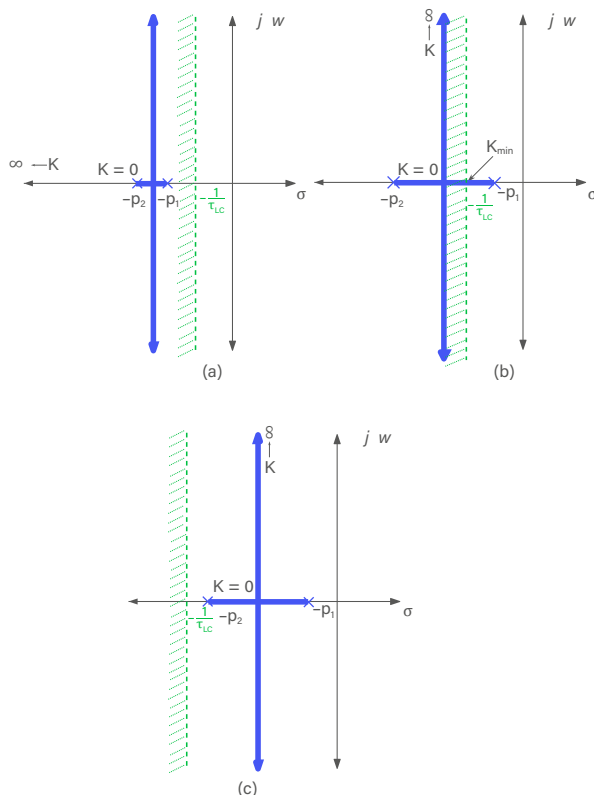


Figura 7.8: Efecto de ajuste de ganancia en planta de segundo orden.

Al adicionar un polo en $-p_4$ (Figura 7.9c) aparece otra rama para un total de 4 que van hacia asíntotas en $\pm 45^\circ$, 165° , 225° .

En el caso de adicionar polos complejos conjugados, como en la 7.9d el efecto es similar al caso c, pero ahora las ramas se desprenden desde los polos imaginarios, para lo que es necesario calcular los ángulos de partida desde los polos.

Nota 42. Adicionar polos aleja las ramas de los polos.▲

Similar a la adición de polos a una planta, adicionar ceros modifica el LGR, como se muestra en la Figura 7.10; el efecto más fuerte del cero es que atrae las ramas, como se muestra en las Figuras 7.10b y 7.10c; sin embargo, en la presencia de más polos, debe tenerse cuidado especial con el comportamiento de las asíntotas para las ramas restantes.

En casos en que existan polos y ceros muy cercanos, reales o complejos conjugados, deberá realizarse un análisis muy detallado porque la tendencia a hacer cancelación polos ceros modifica la ubicación de los polos en las ramas restantes.

La adición de polos y ceros del compensador, regularmente da lugar a sistemas en lazo cerrado subamortiguados, por lo que es usual adicionar a las especificaciones deseadas de desempeño dinámico (tiempo de estabilización) y de desempeño estático (error permanente), otras características como el margen de ganancia, sobrepaso máximo o coeficiente de amortiguamiento.

Nota 43. La adición de un cero a un sistema de segundo orden con $0 < \rho < 1$ tiene como efecto disminuir el tiempo del pico y aumentar el sobrepaso máximo. El cero es equivalente a adicionar efecto derivativo; en este caso se logra un equilibrio entre un comportamiento aceptable para la respuesta transitoria y un comportamiento aceptable para la respuesta permanente.▲

Región deseada polos

Las especificaciones deseadas de los sistemas de control normalmente se dan en el tiempo; el diseñador deberá ajustar sus compensadores para que el sistema cumpla con:

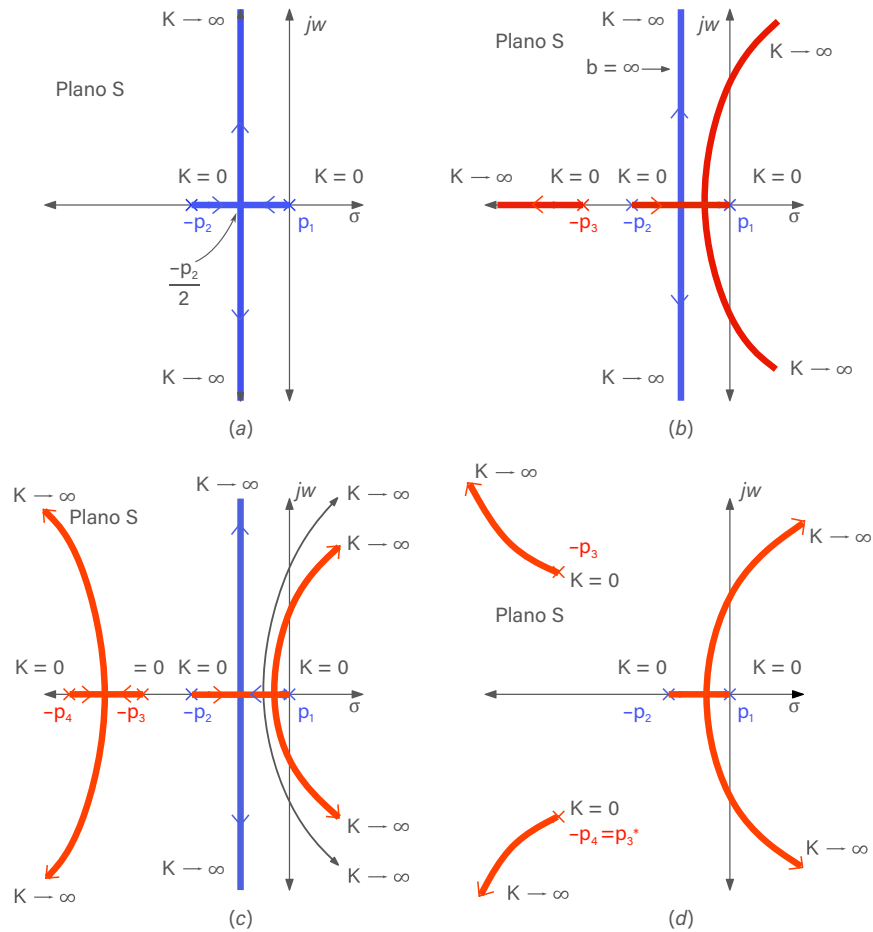


Figura 7.9: Efecto de adicionar polos a planta de segundo orden.

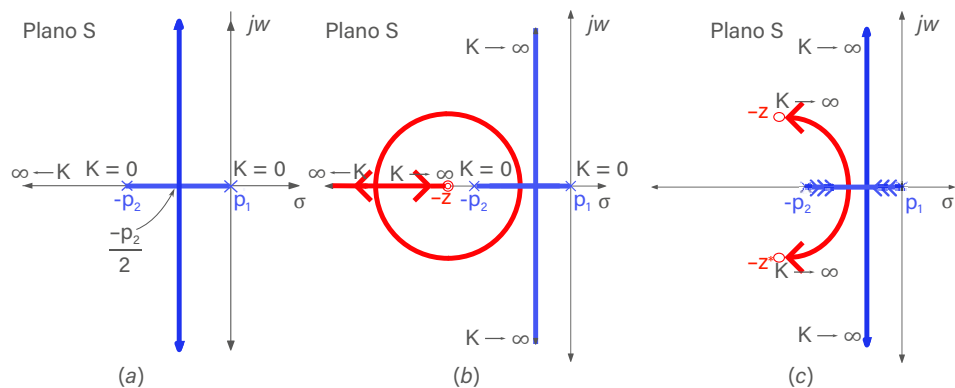


Figura 7.10: Efecto de adicionar ceros a planta de segundo orden.

1. Respuesta permanente (error de estado estacionario).
2. Sobrepaso máximo.
3. Máximo tiempo de establecimiento
4. Tiempo de levante (el menor posible).

Considerando sistemas dinámicos con comportamiento dominante de primero o de segundo orden en lazo abierto, y que en lazo se desea un comportamiento dinámico con dominancia de segundo orden, con función de transferencia deseada $G_d(s)$

$$G_d(s) = \frac{W_n^2}{s^2 + 2\rho W_n s + W_n^2} \quad (7.5)$$

con polos en

$$s_{1,2} = -\rho W_n \pm W_n \sqrt{\rho^2 - 1} \quad (7.6)$$

se puede especificar el comportamiento en red cerrada usando el plano "s" y el LGR para seleccionar el parámetro de la ganancia que permita cumplir con esas especificaciones.

A continuación se calculan los valores para la especificación adecuada en lazo cerrado, para sistemas con dinámica dominante de segundo orden.

La salida de este sistema con entrada tipo escalón unitario es

$$\begin{aligned} c(t) &= 1 - e^{-\sigma t} \left(\cos(w_d t) + \frac{\sigma}{W_d} \sin(w_d t) \right) \\ &= 1 - \frac{W_n}{W_d} e^{-\sigma t} \sin(w_d t + \phi) \end{aligned} \quad (7.7)$$

donde

$$\phi = \sin^{-1} \sqrt{1 - \rho^2} = \cos^{-1} \rho = \tan^{-1} \frac{\sqrt{1 - \rho^2}}{\rho}$$

con tiempo pico, máxima salida y sobrepaso

$$t_p = \frac{\pi}{W_d} \quad c_{\max} = 1 + e^{-\pi \rho W_n / W_d}$$

$$MP = \left| \frac{c_{\max} - 1}{1} \right| = e^{-\pi \rho W_n / W_d} = e^{-\frac{\pi \rho}{\sqrt{1 - \rho^2}}}$$

los cuales han sido graficados en la Figura 7.11.

Si se desea un sobrepaso bajo, se debe imponer un factor de amortiguación más alto, pero eso conduce a incrementar el tiempo de pico, lo que hace más lenta la respuesta del sistema, luego el diseñador debe lidiar con esos compromisos.

Por último, el tiempo de subida t_r se puede calcular como el tiempo que tarda la señal en alcanzar por vez primera el valor final (o de estado estable) de la señal $c(t)$, lo que equivale a hacer

$$c(t) = 1 = 1 - e^{-\sigma t} \left(\cos(w_d t_r) + \frac{\sigma}{W_d} \sin(w_d t_r) \right) \quad (7.8)$$

donde,

$$\cos(w_d t_r) + \frac{\sigma}{W_d} \sin(w_d t_r) = 0 \quad (7.9)$$

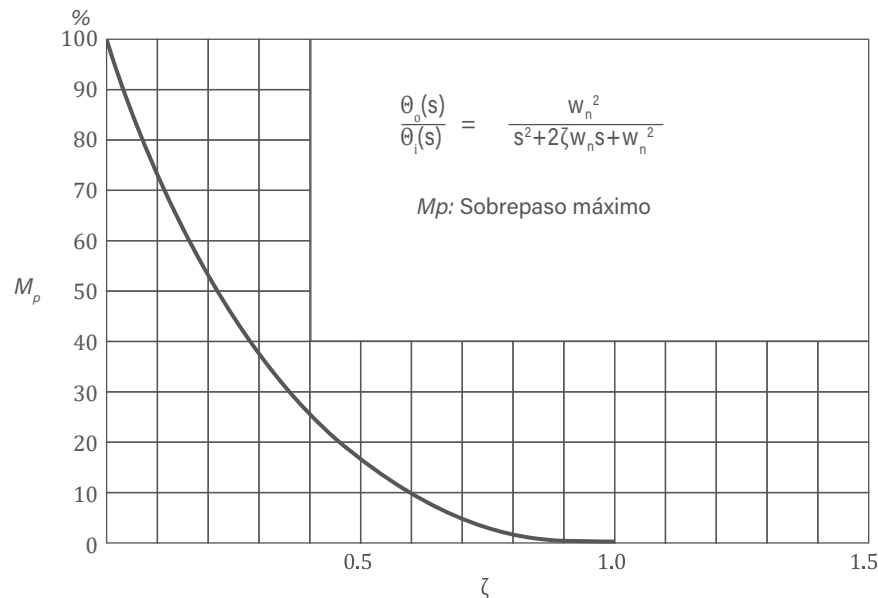


Figura 7.11: Relación entre el máximo paso y el coeficiente de amortiguamiento ρ para sistema subamortiguado de segundo orden. Fuente: Ogata (1993).

$$\tan(w_d t_r) = -\frac{w_d}{\sigma} = -\frac{\sqrt{1-\rho^2}}{\rho} \quad (7.10)$$

por lo que

$$t_r = \frac{1}{w_d} \tan^{-1}\left(-\frac{w_d}{\sigma}\right) = -\frac{\pi - \phi}{w_d} \quad (7.11)$$

Se observa que para un valor pequeño de t_r el valor de w_d debe ser grande. Estos análisis permiten establecer en el plano "s" regiones deseadas para los polos de red cerrada, así:

- Para la especificación de tiempo de establecimiento con $t_s < T_{sd}$ asumiendo que se desea una precisión en régimen permanente menor al 2 %, se calcula σ ,

$$\sigma > \frac{4}{T_{sd}}$$

eso permite dibujar una región en el plano "s" a la izquierda de la línea trazada por $-\sigma$.

- Para la especificación deseada de sobrepaso máximo, debido a la correlación con el coeficiente de amortiguamiento, se obtiene en el límite un ρ mínimo para cumplir la especificación, y como

$$\phi = \cos^{-1}\rho$$

la especificación se traslada a un rango de coeficientes de amortiguamiento entre 1 y ρ_{\min} y esta a su vez se traslada a una región trazada entre la línea con ángulo $-\phi$ y $+\phi$.

- Finalmente, si se introduce una especificación para el tiempo de levantamiento, según la ecuación 7.11 y tomando el valor máximo para el MP, se encuentra un valor deseado para w_d con el cual se traza un semicírculo; observe que valores mayores de w_d implican valores más pequeños de t_r .

De esa manera se tiene completamente dibujada la región deseada para los polos de lazo cerrado, como se observa en la Figura 7.12, donde las líneas continuas y las flechas indican la región deseada para ubicar los polos de lazo cerrado que cumplen las especificaciones deseadas de funcionamiento.

Diseño de compensadores por el método del lugar geométrico de las raíces

El método se resume en:

1. Ubicar la región deseada para los polos de red cerrada, en el plano "s".
2. Si el sistema es inestable, intentar estabilizarlo ajustando la ganancia del sistema.
3. Revisar las especificaciones de desempeño estático y ver si se cumplen solo ajustando ganancia, de lo contrario revisar si es necesario adicionar integración a su sistema para cumplir el requerimiento.
4. Trazar el LGR a partir de la ubicación de los polos y ceros de la función de transferencia de lazo abierto.
5. Intentar cumplir con las especificaciones de funcionamiento, ajustando únicamente ganancia; si no es suficiente.
6. Intentar cumplir los requerimientos adicionando polos o ceros del compensador para obligar a que su LGR se ubique en la región deseada de los polos.
7. Escoger la mejor ubicación para los polos de lazo cerrado y reajustar la ganancia, si es necesario. Tenga cuidado de no exigir demasiado al actuador para evitar zonas de saturación y gastos energéticos indeseados.

Como se vio en la Figura 7.6, la ubicación más cercana de los polos de lazo cerrado se puede lograr adicionando redes de adelanto, atraso de fase o las dos, combinadas. Si se tiene un sistema de primer orden, seguramente ajustando solo ganancia es posible cumplir con las especificaciones de desempeño dinámico; sin embargo, el requerimiento de error permanente de posición no se puede alcanzar porque el sistema es tipo cero. La solución será adicionar una integración, con lo que se genera un LGR, como se muestra en la Figura 7.10a. Si σ_{\min} se encuentra a la izquierda de $-p_2/2$, no será posible ubicar los polos deseados con solo ajustar la ganancia; la solución es adicionar un cero, como se muestra en la Figura 7.10b; este compensador es equivalente a adicionar una acción derivativa.

Resumiendo hasta aquí, para una planta de primer orden se debió adicionar un polo en el origen y un cero real, lo que equivale a imponer una dinámica de un

controlador PI en el lazo directo; para implementación con amplificadores operacionales, este controlador no es realizable (por causalidad) por lo que la solución consiste en introducir un filtro derivativo con función de transferencia:

$$G_c(s) = \frac{s + T_D}{s + T_D/N}$$

Una función alternativa y más general es la red de adelanto, como la que se muestra en la Figura 7.6, donde:

$$G_c(s) = \frac{s + z_c}{s + p_c}$$

El procedimiento consiste en ubicar el cero y el polo de forma que se obligue a que las ramas del LGR

pasen por los polos deseados de red cerrada. A continuación se revisa el procedimiento de selección de ubicación para el cero y el polo de la red de adelanto y de la red de atraso.

Compensador en adelanto

Como puede observarse en la Figura 7.6, este compensador, al adicionar un cero a la derecha del polo en el semiplano izquierdo –en configuración cascada con la función de transferencia de lazo directo–, contribuye aumentando fase al sistema y mejorando la estabilidad relativa. La función de transferencia del lazo directo de la planta está dada por:

$$L(s) = G_c(s)G_p(s)$$

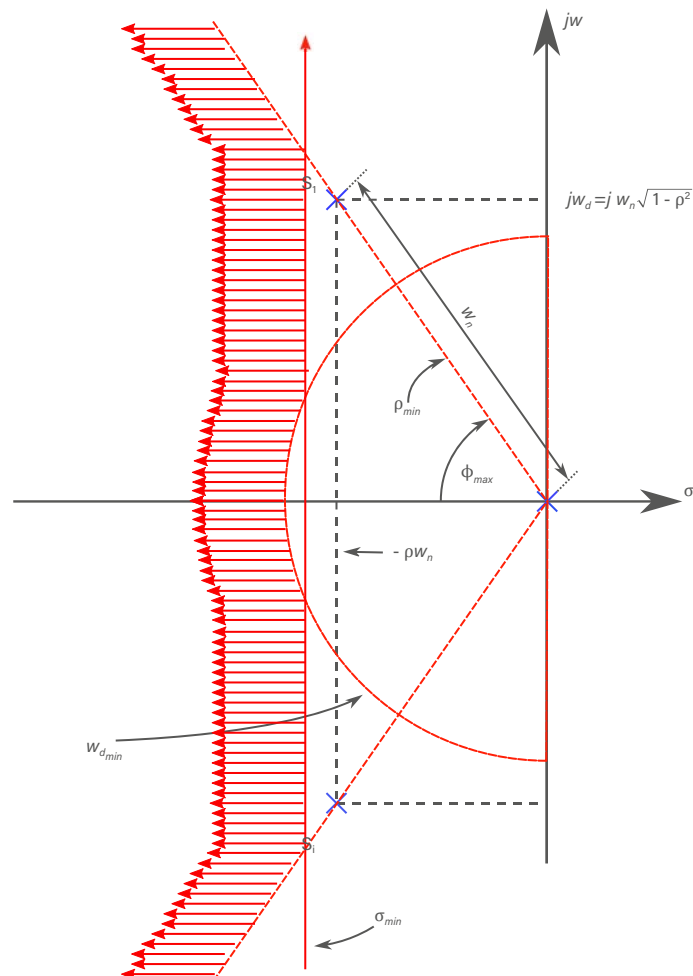


Figura 7.12: Ubicación deseada de polos de lazo cerrado.

Al desear que el LGR pase por un polo en s_1 , seleccionado para que el sistema en red cerrada cumpla con las especificaciones de desempeño dinámico en lazo cerrado, la dinámica de $G_c(s)$ en $L(s)$ deberá cumplir en s_1 los criterios de magnitud y ángulo, tal que

$$E.C.: 1 + L(s_1) = 0$$

El procedimiento para la ubicación del polo y del cero se describe a continuación:

1. Determine la región deseada para los polos de red cerrada (partiendo de las especificaciones deseadas de desempeño dinámico).
2. Verifique con el LGR si con solo el ajuste de la ganancia cumple los desempeños dinámicos.

Si los cumple, realice el ajuste y termine; de lo contrario, continúe.

3. Seleccione en el plano "s" un polo de red cerrada (s_1) para que al pasar el LGR por ese polo se cumplan las especificaciones de desempeño dinámico.
4. Calcule en s_1 el ángulo ϕ que debe adicionar $G_c(s)$ (el compensador debe contribuir con ese ángulo). En la Figura 7.6 se observa que el compensador aporta en s_1 un ángulo $\alpha - \beta$, por lo que el trabajo de diseño consiste en ubicar el polo y el cero tal que

$$\phi = \alpha - \beta$$

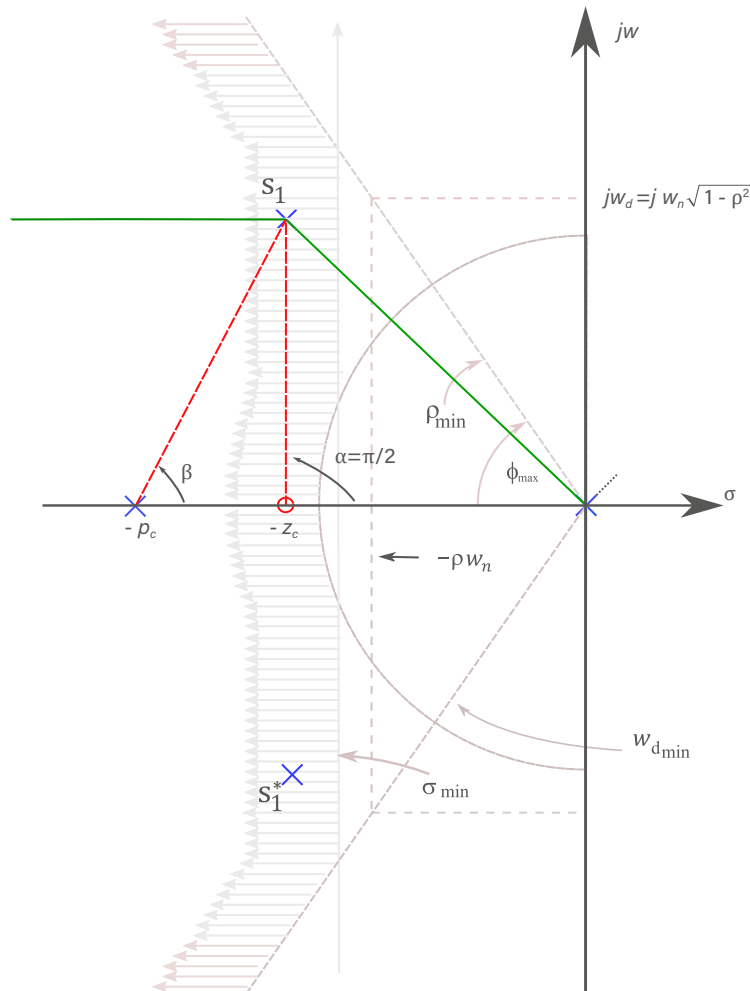


Figura 7.13: Ubicación del cero en la parte real del polo deseado.

5. Para la ubicación exacta del cero y del polo que aporten el ángulo ϕ existen muchas opciones; sin embargo, se recomiendan dos:

5.1 Ubique el cero en la parte real del polo deseado (ver Figura 7.13); esto es, si $s_i = \sigma_i \pm j\omega_d$ ubique $z_c = \sigma_i$ y calcule la ubicación del polo tal que $\angle p_i = \pi - \phi$.

5.2. Trace una línea paralela al eje $j = 0$ que toque el polo en s_i y desde s_i hasta el origen trace otra recta, como se ilustra en la Figura 7.14. Se observa que el cero y el polo deben aportar cada uno $\phi/2$, para obtener el avance de fase deseado de ϕ , de mane-

ra que el diseñador usará esta información para la adecuada ubicación del cero y del polo.

Nota 45. Se recomienda al diseñador agregar una cantidad pequeña adicional a la fase de avance deseada para compensar pequeños errores de cálculo.▲

Nota 46. Si con un solo compensador no se logra el avance de fase necesario, se podrán usar dos redes de adelanto en cascada.▲

Nota 47. Observe que la red de adelanto aporta en mejorar las características dinámicas del sistema, pero no las características estáticas.▲

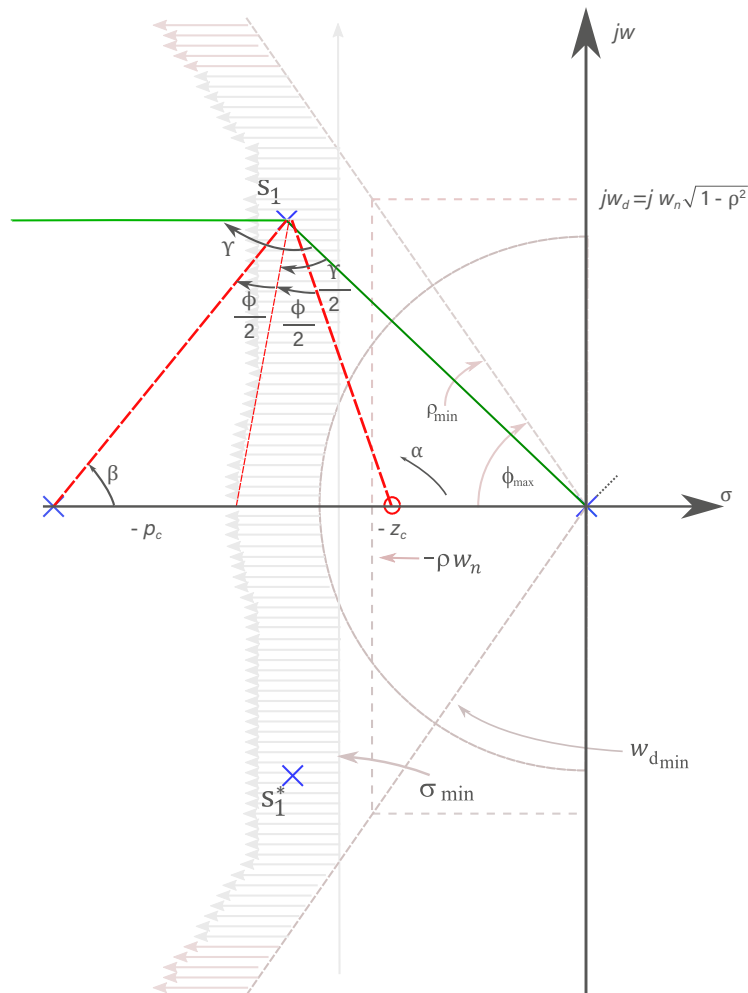


Figura 7.14: Técnica de bisección del aporte en fase para ubicación de polos y ceros.

Compensador en atraso

El compensador en atraso es útil cuando el sistema presenta un comportamiento adecuado de la respuesta dinámica, pero que requiere mejorar las características en estado permanente. Esto significa que será necesario procurar no modificar sustancialmente el LGR, así que el compensador en atraso será empleado para ajustar la ganancia de lazo cerrado modificando la ganancia de lazo abierto; esto se logra permitiendo variación del ángulo ϕ en unos pocos grados, para lo que el polo y el cero del compensador se ubican uno muy cerca del otro, en inmediaciones del origen ($s = 0 \pm 0$).

Considerando que el compensador en adelante es de la forma

$$C_c(s) = k_c \frac{s + z_c}{s + p_c}$$

al estar muy cerca el cero del polo, la ganancia que aportará la red de atraso será:

$$|C_c(s)| = \left| k_c \frac{s + z_c}{s + p_c} \right| \approx k_c$$

El aumento de la ganancia implica un aumento en las constantes de error estático; por ejemplo, para la constante de error estático de velocidad del sistema sin compensar es

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG_p(s)$$

si se adiciona el compensador en atraso de fase, la nueva constante de error de velocidad es

$$\begin{aligned} K'_v &= \lim_{s \rightarrow 0} G_c(s) sG_p(s) \\ &= k_c \frac{z_c}{p_c} K_v \end{aligned} \quad (5.14)$$

La constante de error se incrementa en

$$k_c \frac{z_c}{p_c}$$

Al hacer

$$\frac{z_c}{p_c} \approx 1$$

el incremento en la constante de error depende de k_c .

En resumen, para ajustar la red de atraso por el LGR:

1. Dibuje el LGR y ubique en el lugar deseado para los polos de LC.
2. Calcule la constante de error según las especificaciones dadas.
3. Determine el valor que se va a incrementar en la ganancia de LA que permita satisfacer los requerimientos de estado permanente.
4. Determine la ubicación del polo y el cero que cumplen con el requerimiento.
5. Dibuje el nuevo LGR y sobre él ubique los polos deseados de lazo cerrado.
6. Recalcule el valor de la ganancia a fin de que se cumplan los criterios de error permanente y los polos de lazo cerrado estén en la ubicación deseada.

Compensador adelante-atraso de fase

Debido a que la compensación en adelante mejora la velocidad de respuesta y la estabilidad del sistema, pero no mejora la respuesta permanente, y que, por el contrario, el compensador en atraso mejora la respuesta permanente, pero reduce la velocidad de respuesta, es útil combinar los dos para mejorar tanto desempeño dinámico como estático en el sistema.

Para el procedimiento de diseño se sugiere primero ajustar el compensador en adelante para cumplir las especificaciones deseadas de régimen dinámico, y posteriormente ajustar el compensador para cumplir las especificaciones deseadas para régimen estático; finalmente, es común realizar ajustes finos a la ubicación de los polos; eso solo se logra después de adquirir habilidad y experiencia a través de muchos ejercicios.

Materiales y equipos

En la Tabla 7.1 se listan los elementos necesarios para adelantar la experimentación.

Procedimiento

El profesor le asignará una planta para el experimento; se asume que usted no conoce la planta, aunque es muy recomendable tener al menos una idea de las dinámicas que se están manejando.

Trazo del lugar geométrico de las raíces

Se recomienda tener en cuenta el siguiente procedimiento:

1. Varíe la señal de entrada para obtener la característica estática e identificar saturación, tiempo muerto y región lineal.
2. Determine la entrada que le permite poner a trabajar su sistema en el punto de operación para la región lineal seleccionada, observe que ese valor corresponde al V_{bias} de su controlador PID-ISA. Ajuste la entrada a la planta en ese valor.
3. Cierre el lazo y varíe la ganancia K para la cual el sistema empieza a oscilar de manera sostenidas: (esta será la máxima ganancia que le aplicará al sistema) y registre la frecuencia de oscilación del sistema: _____ [Hz] o _____ [rad/seg]. En este punto, encuentre el valor más grande de la ganancia K para el cual el sistema no presenta oscilaciones (esta será la ganancia mínima que se le aplicará al sistema). Calcule el margen de ganancia y reporte.
4. Varíe el valor de K entre estos dos valores; aplique un escalón al sistema y registre los datos relevantes que le permitan conocer, para esa ganancia, los polos del sistema en red cerrada que están generando la respuesta dinámica que usted observa para el sistema en red cerrada con la ganancia introducida.
5. Repita el paso 4 variando ganancias desde un mínimo $k_{\text{min}} = 0$ hasta el K del punto 3. En este momento, usted debe tener un conjunto de polos para cada valor de k .
6. Con los datos anteriores, trace el lugar geométrico de las raíces del sistema.

Nota 48. Si para su sistema real, por razones de seguridad o de integralidad de la planta, no es posible llevarla al límite de estabilidad, usted puede trabajar con el máximo valor permisible o a partir del modelo montar una simulación y calcular el K .▲

Sintonía de redes de adelanto-atraso de fase

Reporte a su profesor de laboratorio el modelo de su planta, y el lugar geométrico de las raíces obtenido en el punto 6. A partir del desempeño dinámico y estático de su planta en lazo abierto, el profesor le dará requerimientos de desempeño dinámico y estático para su planta en lazo cerrado.

Tabla 7.1: Materiales y equipos.

Hardware			
Cantidad	Nombre	Marca / Modelo	Especificaciones
1	PC	Intel / AMD	Procesador: para trabajar con MATLAB® local: Intel I5 o Ryzen 5, para MATLAB® online: Intel I3 o Ryzen 3. Memoria RAM: 8 GB. Espacio en disco duro: 20 GB.
1	Servomecanismo	Feedback® MS150	Motor DC con tacómetro analógico, para prácticas de control de servo- mecanismos.
Software			
1	Software	MATLAB®	Versión 2020b.
1	Software	LabVIEW®	Versión 2020b o superior.

7. Dibuje en el plano “s” la región para los polos deseados de lazo cerrado.
8. Analíticamente, ubique los lugares para su compensador adelanto-atraso de fase que le permite cumplir las especificaciones deseadas de funcionamiento.
9. Implemente el controlador diseñado y realice el experimento para verificar si se alcanzan los desempeños especificados.
10. Si no se cumplen las especificaciones, realice los ajustes necesarios para cumplir los requerimientos; justifique su procedimiento y selección.

Informe

Elabore su reporte donde, de forma estructurada, organizada y profesional, informe los datos obtenidos en cada punto del procedimiento, su análisis de resultados y las conclusiones.

Capítulo 8

ANÁLISIS Y COMPENSACIÓN EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA

 <https://doi.org/10.25100/peu.1416.cap8>

Objetivos y resultados de aprendizaje

Objetivo general

Explicar las técnicas de respuesta frecuencial y su aplicación para el análisis y diseño de compensadores en SAC.

Objetivos específicos

- Detallar la técnica de respuesta en frecuencia para obtener los gráficos de Bode y Nyquist.
- Mostrar las características de respuesta de frecuencia.
- Mostrar la técnica de construcción de los diagramas de Bode.
- Mostrar la técnica de construcción de los gráficos polares.
- Mostrar los criterios de análisis de estabilidad de Bode y de Nyquist.
- Mostrar el análisis de desempeño a partir de los círculos M y la carta de Nichols.
- Mostrar el procedimiento de ajuste de los compensadores, adicionando polos y ceros a los gráficos de frecuencia.

Resultados de aprendizaje

Al finalizar, el estudiante:

- Emplea el barrido de frecuencia para extraer la curva de respuesta en frecuencia de un sistema dinámico.
- Obtiene el modelo matemático del sistema a partir de la respuesta en frecuencia para analizar y diseñar SAC en el dominio de frecuencia compleja.
- Utiliza la técnica de respuesta en frecuencia para el análisis de sistemas de control.
- Ajusta compensadores dinámicos usando el método de respuesta de frecuencia para el control estático y dinámico de SAC.

Marco teórico

Por respuesta en frecuencia (RF) se entiende la respuesta en estado de régimen permanente de un sistema ante una entrada sinusoidal. La respuesta de frecuencia de un sistema se puede representar gráficamente de diversas formas; tiene una estrecha relación con la función de transferencia del sistema, lo que hace de esta herramienta un método muy poderoso para analizar y diseñar sistemas de control. Este método es especialmente útil para controlar el ancho de banda del sistema y

evitar amplificar ruido en el lazo, también lo es para evaluar la estabilidad, incluyendo variaciones de la función de transferencia que se desea controlar (estabilidad robusta) y para sistemas con tiempos muertos.

Es el método más usado para medir, caracterizar y diseñar sistemas dinámicos. Es más informativo que las técnicas por lugar geométrico de las raíces; permite extraer información sobre la sensibilidad del sistema y es muy útil para diseñar sistemas bajo el paradigma de la robustez.

Para extraer información en el dominio de la frecuencia se reconocen los gráficos de Bode y los gráficos polares. Como herramientas útiles para el análisis de la estabilidad relativa están los márgenes de fase y de magnitud, y los diagramas de Nyquist. Y para realizar la respuesta de frecuencia en red cerrada se tiene la herramienta conocida como los "círculos M". A continuación se revisarán estas técnicas.

Funciones y gráficos de respuesta de frecuencia

Los sistemas dinámicos de control se representan como un bloque donde aparece la función de transferencia, las entradas y salidas al sistema, como se muestra en la Figura 8.1.

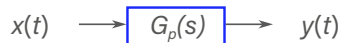


Figura 8.1: Bloque respuesta de frecuencia.

con:

$$\begin{aligned} x(t) &= X \sin(\omega t) \\ y(t) &= Y \sin(\omega t + \phi) \end{aligned} \quad (8.1)$$

La solución $y(t)$ contiene términos debidos a la entrada (señal forzante) y a las condiciones iniciales del proceso $G(s)$ (respuesta libre). La respuesta se calcula a partir de la expansión en fracciones parciales de la señal $y(s) = x(s)G_p(s)$; los términos asociados a los residuos y sus respectivas raíces dan la solución forzada.

Los gráficos de respuesta en frecuencia son gráficos de respuesta permanente obtenidos para frecuencias de la señal, idealmente desde cero hasta infinito. Por lo tanto, el cálculo de la respuesta permanente sinusoidal, usando la transformada inversa de Laplace es

$$y(t) = \int^{-1} \left[\frac{XwG_p(s)}{s^2 + w^2} \right] = \int^{-1} \left[\frac{K_1}{s + jw} + \frac{K_2}{s - jw} \right] \quad (8.2)$$

los primeros términos se calculan como

$$\begin{aligned} K_1 &= \left. \frac{XwG_p(s)}{s - jw} \right|_{s=-jw} \\ &= \frac{XG_p(-jw)}{-2j} \\ K_2 &= K_1 \frac{XG_p(jw)}{2j} \end{aligned}$$

y la respuesta forzada es

$$y_{ss}(t) = \frac{X[-G_p(-jw)e^{-j\omega t} + G_p(jw)e^{j\omega t}]}{2j} \quad (8.3)$$

Considerando que la dinámica de la planta es una variable compleja de la forma

$$G_p(w) = U(w) + jV(w) = M(w)e^{j\phi(w)}$$

con

$$M(w) = |G_p(jw)| = \sqrt{U^2(w) + V^2(w)}$$

y

$$\phi(w) = \tan^{-1} \frac{V(w)}{U(w)}$$

o

$$\begin{aligned} G_p(-jw) &= M(w)e^{-j\phi(w)} \\ G_p(jw) &= M(w)e^{j\phi(w)} \end{aligned}$$

Remplazando lo anterior en 8.3, se obtiene

$$\begin{aligned} y_{ss}(t) &= \frac{XM(w)[e^{j(\omega t + \phi)} - e^{-j(\omega t + \phi)}]}{2j} \\ y_{ss}(t) &= XM(w) \sin[\omega t + \phi(w)] \end{aligned} \quad (8.4)$$

Se observa que la salida es como la entrada, una señal seno con amplitud

$$\frac{Y}{X} = \frac{XM(w)}{X} = M(w)$$

y la salida aparece $\phi(\omega t)$ grados desplazados en la fase (desfasada).

Para el análisis en frecuencia, teniendo en cuenta que el operador de Laplace es $s = \sigma + jw$ en $G(s)$, se considera solo el término imaginario, o lo que es lo mismo, el término real es cero ($\sigma = 0$).

La respuesta de frecuencia se obtiene al inyectar señales al sistema (ver Figura 8.1) desde cero hasta infinito para el caso ideal. Los comportamientos del sistema en respuesta de frecuencia, se pueden representar de manera gráfica mediante:

1. Diagramas de Bode.
2. Gráfica polar.
3. Diagrama de Black.

A continuación se presenta cada uno de ellos.

Diagramas de Bode

Son dos gráficos, magnitud (en decibelios) y fase (en grados o en radianes) versus la frecuencia,

$$\begin{aligned} 20 \log |G_p(j\omega)| \text{ vs. } \log \omega \\ \phi(\omega) \text{ vs. } \log \omega \end{aligned}$$

Al hacer que el eje de frecuencias se represente en escala logarítmica lineal ($\log \omega$) se logran intervalos grandes de frecuencia.

La magnitud en decibelios permite buena precisión para valores grandes y pequeños de $|G_p(j\omega)|$. Los trazos de la magnitud tienden a líneas rectas; el gráfico de Bode facilita la adición de polos o ceros y los aportes de cada uno de ellos se introduce a las curvas sumando las gráficas de cada término. Todo ello simplifica el cálculo y la descripción gráfica de la respuesta de frecuencia. La fase se da en una escala lineal en grados o radianes.

El eje de frecuencias usualmente se da en décadas, donde una década corresponde a un intervalo de frecuencias dentro del cual la frecuencia final es 10 veces la inicial. Una limitación de esta gráfica es el análisis de estabilidad, el cual no se puede realizar para $G_p(s)$ con polos inestables.

Gráfica polar

Representa la gráfica de la parte real (U) versus la imaginaria (V) de $G_p(j\omega)$; también se le llama "plano de $G(j\omega)$ " o diagrama de Nyquist. Requiere de cálculos manuales tediosos y no indica el efecto de los polos o ceros individuales, por lo que debe trazarse usando un computador.

Esta gráfica permite evaluar la estabilidad con el criterio de Nyquist al igual que medidas de desempeño robusto.

Diagrama de Black

Es una variación de los trazos de Nyquist usando la información de Bode en un solo plano; en este diagrama

se representa en un solo gráfico la magnitud en decibelios contra la fase ($|G(j\omega)|_{db}$ vs. $\phi(\omega)$) en función de la frecuencia (ω). Como se expresó, presenta información equivalente a la del diagrama de Bode; al ser usada junto con la carta de Nichols da información de respuesta de frecuencia en red cerrada, como se verá más adelante.

Después de estudiar las características de respuesta de frecuencia, la correlación tiempo-frecuencia y las especificaciones de funcionamiento, se estudia la construcción de cada uno de ellos y su uso en control de sistemas dinámicos.

Características de respuesta de frecuencia

Son valores que permiten analizar el funcionamiento del sistema; los más importantes son:

1. Máximo pico de resonancia y frecuencia de resonancia.
2. Bandas, frecuencias de corte y ancho de banda.
3. Rata de corte.
4. Margen de ganancia.
5. Margen de fase.
6. Margen de retardo.
7. Margen del módulo.

Máximo pico de resonancia y frecuencia de resonancia

El máximo pico de resonancia $M_{P\omega}$ es el valor máximo de la función de transferencia ($|G_p(j\omega)|$); la frecuencia de resonancia ω_R es la frecuencia a la cual ocurre el $M_{P\omega}$. El máximo pico de resonancia permite prever cuál será la máxima salida para el barrido de frecuencia; sistemas con $M_{P\omega}$ elevados se pueden destruir si se excitan con frecuencias cercanas a la de resonancia y es por ello que se considera como un indicio de la estabilidad relativa del sistema. Para sistemas de segundo orden:

$$M_{P\omega} = \frac{1}{2\rho\sqrt{1-\rho^2}}, \quad 0 \leq \rho \leq 0.707$$

$$\omega_R = \omega_n \sqrt{1-2\rho^2}, \quad 0 \leq \rho \leq 0.707$$

Si el sistema está en lazo cerrado, el máximo pico de resonancia se analiza de la función de transferencia $T(j\omega)$ tal que

$$M_{PT} = |T(j\omega)|_{\max} = T_{\max}$$

Bandas, frecuencias de corte y ancho de banda

Las bandas son los rangos de frecuencia en los que el sistema exhibe un comportamiento en particular, se reconocen:

- La **banda pasante**. En este rango de frecuencias las componentes pasan a través del sistema con aproximadamente la misma atenuación o amplificación.
- La **banda de parada o de rechazo**. Las componentes de frecuencia no pasan a la salida; esto es, $|G(j\omega)|$ en esta banda es mucho menor que $|G(j\omega)|$ en la banda pasante.
- La **banda de transición**. Es una banda intermedia entre la banda pasante y la banda de parada.
- La **frecuencia de corte w_c** . Es la frecuencia para la cual $20 \log |G(j\omega)|$ está 3db por debajo de:
 - su valor a frecuencia cero para respuestas de frecuencia pasa bajo o de rechazo de banda,
 - su valor a alta frecuencia, para respuestas de frecuencia pasa alto,
 - M_{Pw} en la banda pasante, para respuestas de frecuencia en la banda pasante (en el lenguaje técnico también se conoce como "pasa banda").
- El **ancho de banda, w_{ab}** mide la diferencia de frecuencias entre las que un sistema o un filtro permite el paso de señales (filtro pasa banda) o rechaza el paso de señales (filtro banda de rechazo o, en lenguaje técnico, filtro de muesca)

$$w_{ab} = w_{c1} - w_{c2}$$

donde $w_{c1} > w_{c2} \geq 0$, siendo w_{ci} las frecuencias de corte en cada lado de la banda pasante.

Para los filtros o sistemas con característica pasa bajo, $w_{c1} = 0$.

Los sistemas de segundo orden normalizados son filtros pasa bajo con $20 \log |G(0)| = 0$:

$$w_c = w_{ab} - w_n \sqrt{(1 - 2\rho^2) + \sqrt{4\rho^4 - 4\rho^2 + 2}}$$

siendo w_c un indicativo de velocidad de respuesta para los filtros "pasa bajo".

Para sistemas en red cerrada $T(j\omega)$ con comportamiento como filtro pasa bajo, la frecuencia de corte se denota como w_{Tb} .

Rata de corte

Es la pendiente de $20 \log |FdT|$ (FdT : función de transferencia) en cercanías de la frecuencia de cruce de ganancia cero.

En red abierta se analiza la rata de corte $\log |GH(jw_g)|$, si es mayor que -2 (-40db/dec) la fase es menor a -180° y el sistema es inestable.

En red cerrada se analiza la rata de corte de $\log |T(jw_{Tb})|$, y da una indicación de la capacidad del sistema para discriminar señal de ruido.

Margen de ganancia

Es el factor por el cual se puede aumentar la ganancia del sistema para que alcance el límite de estabilidad; se calcula en el punto donde la fase es 180° , a esa frecuencia se le conoce como frecuencia de fase crítica w_π . Matemáticamente, para un sistema con ecuación característica $1 + GH(j\omega) = 0$ o $GH(j\omega) = -1$, en w_π tiene una magnitud $|GH(jw_\pi)|$ y se le puede adicionar una ganancia k antes de que se vuelva inestable, tal que

$$k|GH(jw_\pi)| = 1$$

a esa ganancia se le conoce como margen de ganancia y se expresa como el recíproco de $GH(j\omega)$ en la frecuencia crítica

$$MG = \frac{1}{|GH(jw_\pi)|} = -20 \log |GH(jw_\pi)| [\text{db}]$$

para un sistema de segundo orden: $w_\pi \rightarrow \infty$, $MG \rightarrow \infty$

Margen de fase

Es la cantidad o ángulo que se debe girar el lugar de $GH(j\omega)$ alrededor del origen para que el punto de magnitud unitaria $|GH(jw_g)| = 1$ pase por $(-1, 0)$; donde w_g se denomina frecuencia de ganancia crítica. Se calcula como

$$M_\phi = 180^\circ + \angle GH(jw_g)$$

Para un sistema de segundo orden con $0 < \rho < 1$ el margen de fase es:

$$M_\phi = \tan^{-1} \frac{2\rho}{\sqrt{1 + 4\rho^4 - 2\rho^2}} \cong 100\rho$$

Nota 49. Los M_G y M_ϕ son medidas de estabilidad relativa.▲

Margen de retardo

Es también una medida de estabilidad relativa. Está asociado con los sistemas con retardos o tiempos muertos; en ellos la salida solo responde después de un tiempo dado, como se observa en la Figura 8.2.

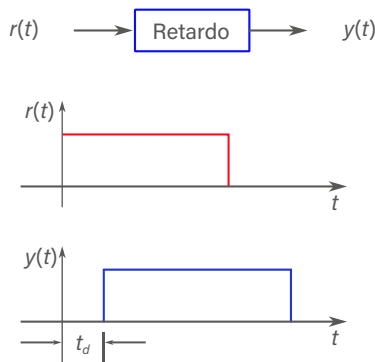


Figura 8.2: Representación del retardo.

Se representa con la función de transferencia:

$$G_R(j\omega) = e^{-T_d j\omega} = 1 - T_d j\omega$$

a una frecuencia dada el retardo no cambia la magnitud, pero sí adiciona un retardo de fase $T_d \omega$.

Nota 50. Se puede, por tanto, convertir el margen de fase en un **margen de retardo**, entendido como el tiempo de retardo máximo que puedo adicionar a la dinámica de lazo abierto $GH(s)$ antes de que el sistema se haga inestable en red cerrada.▲

Como M_ϕ se calcula en la ω_g , entonces:

$$MR = \frac{M_\phi}{\omega_g}$$

Margen de módulo

Es una medida más global de la distancia entre el punto crítico $(-1, 0)$ en la gráfica polar y el lugar de $GH(j\omega)$; es el radio del círculo centrado en $(-1, 0)$, tangente a $GH(j\omega)$.

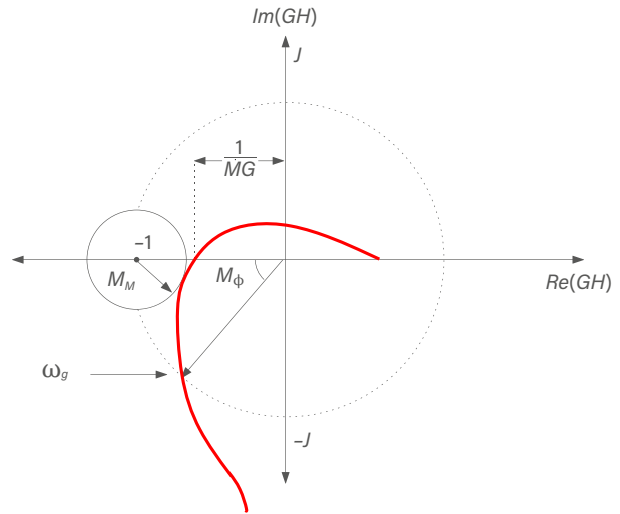


Figura 8.3: Trazo de Nyquist para ilustrar márgenes de módulo y de fase. Fuente: Ogata (1993).

Observe que el punto de tangencia M_M (ver Figura 8.3) corresponde a la mínima distancia para alcanzar el punto $(-1, 0)$,

$$M_M = |1 + GH(j\omega)|_{\min}$$

también recordando la función sensibilidad perturbación-salida dada por

$$S_{cd} = \frac{1}{1 + GH(j\omega)}$$

el margen de módulo se puede escribir como:

$$M_M = |1 + GH(j\omega)|_{\min} = \left| \frac{1}{S_{cd}} \right|_{\min} = \frac{1}{|S_{cd}|_{\max}}$$

Nota 51. Si se reduce el máximo de la función sensibilidad, el MM aumenta mejorando la estabilidad relativa.▲

Correlación tiempo-frecuencia

Una desventaja del método de análisis en respuesta de frecuencia es su relación indirecta con la respuesta transitoria del sistema; algunas de estas relaciones, a partir de las expresiones dadas para sistemas de segundo orden, son:

- M_ϕ solo es función de ρ ; se puede asociar el grado de amortiguamiento de la señal en el tiempo con el margen de fase.
- Los picos máximos de resonancia, así como los máximos picos de la función sensibilidad $S(j\omega)$ y

la función sensibilidad complementaria $T(jw)$ son inversas a la variación de ρ ; así, si ρ disminuye, el máximo pico de resonancia (M_{Pw}) aumenta.

- Valores muy pequeños de ρ llevan a valores muy elevados de sobrepaso.
- M_{Pw} da una idea del M_{PT} .
- w_g, w_{cr}, w_{Td} son inversamente proporcionales al tiempo de subida

$$t_R \cong \frac{3}{2\omega_g}$$

- Para ρ pequeños $w_R \cong w_d \cong w_N \cong w_g$
- A mayor ancho de banda de $T(jw)$ y $S(jw)$, mayor es la velocidad de respuesta y mayores componentes de ruido pueden pasar.
- Disminuir el ancho de banda contribuye a mejorar la robustez del sistema, ya que baja la posibilidad de ingreso de señales de ruido, pero disminuye la velocidad de respuesta (sistemas más lentos).

Cuando se tienen sistemas de orden superior al segundo orden, solo se pueden aplicar estas correlaciones si existe un par de polos complejos dominantes.

La respuesta permanente sí tiene una relación directa con la de frecuencia, puesto que el tipo de sistema determina la forma de la curva de $20 \log |GH(jw)|$ a baja frecuencia.

Para sistemas de tipo cero, la asíntota de baja frecuencia es una horizontal de altura $20 \log K_p$ ya que:

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} GH(s) = \lim_{jw \rightarrow 0} GH(jw)$$

Para sistemas tipo uno:

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s GH(s) = \lim_{jw \rightarrow 0} jw GH(jw)$$

Si solo se considera el polo en el origen,

$$GH(jw) = \frac{K_v}{jw}$$

a baja frecuencia; en $w = 1$ se tiene:

$$20 \log |GH(jw)|_{w=1} = 20 \log K_v$$

Luego la intersección de la asíntota de baja frecuencia o su prolongación con la recta $w = 1$ vale $20 \log K_v$.

De forma análoga, para sistemas tipo 2, la intersección de la asíntota de baja frecuencia con $w = 1$ vale $20 \log K_A$.

Calculadas las constantes de error, se puede conocer e_{ss} para cada entrada típica.

Especificaciones de funcionamiento

De la correlación tiempo-frecuencia y de la experiencia en diseño se tienen las siguientes especificaciones:

- $40^\circ \leq M_\phi \leq 70^\circ$
- $M_G \leq 6db$
- Ratas de corte de $20 \log |GH(jw)|$ y $20 \log |T(jw)|$ en cercanías de w_g y w_{cr} respectivamente, de $-20db/dec$.
- w_R, w_g, w_c tan grandes como sea posible sin afectar la estabilidad ni entrar en los rangos de frecuencia del ruido del sistema.
- Pendiente y altura de $20 \log |GH(jw)|$ a baja frecuencia que garantice el e_{ss} aceptable.
- El M_M impone límites mínimos de buen desempeño para el rechazo de perturbaciones; se especifica como valor apropiado: $M_M \geq 0.5(-6db)$, mínimo $0.4(-8db)$. Si se desea un error permanente nulo en estado estable ante un escalón de disturbio:

$$e_{ss} = S_{cd}(s=0) = 0 = \frac{1}{1 + GH(0)}$$

Para que se cumpla, se necesita que $GH(s)$ sea muy grande, esto es: $GH(0) \rightarrow \infty$ o lo que es lo mismo, $G(s)$ debe tener un integrador.

También es deseable que en ciertas bandas de frecuencia no se amplifique el efecto de la perturbación, por ello se impone una cota a $|S_{cd}(jw)|$; para esto se especifica:

$$M_M = \frac{1}{|S_{cd}|_{max}} \geq 0.5 \rightarrow |S_{cd}(jw)| \leq 2(6db), \forall w$$

Igualmente, se puede mostrar que M_M impone tolerancias en relación con alinealidades y elementos variantes con el tiempo del sistema.

Nota 52. Un $M_M > 0.5$ implica un $M_G \geq 2(6db)$ y un $M_\phi > 30^\circ$; en general, un buen M_M garantiza buenos M_G y M_ϕ ; buenos M_G o buenos M_ϕ no necesariamente garantizan un buen M_M .▲

Diagramas de Bode a partir de términos simples

Para el trazo de un diagrama de Bode conviene, primero, llevarlo a la forma de Bode:

$$GH(j\omega) = \frac{k_B \prod_{j=1}^m \left(1 + \frac{j\omega}{z_j}\right)}{(j\omega)^N \prod_{i=1}^n \left(1 + \frac{j\omega}{p_i}\right) \prod_{k=1}^q \left(1 + 2\rho_k \frac{j\omega}{\omega_k} - \left(\frac{\omega}{\omega_k}\right)^2\right)} \quad (8.5)$$

Donde k_B es la constante de Bode.

- Magnitud [db]:

$$20 \log |GH(j\omega)| = 20 \log k_B + 20 \sum_{j=1}^m \log \left|1 + \frac{j\omega}{z_j}\right| - 20 \log |(j\omega)^N| - \dots$$

- Fase:

$$\phi(j\omega) = \sum_{j=1}^m \tan^{-1} \left(\frac{\omega}{z_j}\right) - N(90^\circ) \dots$$

Los diagramas de magnitud y fase son la suma gráfica de cada factor individual; existen solo cuatro términos simples: ganancia constante, k_B ; polos o ceros

en el origen; polos o ceros en el eje real y polos o ceros conjugados complejos.

Ganancia constante

En la Figura 8.4 se muestra el aporte en la magnitud (arriba) y el aporte en la fase (abajo) de términos constantes en forma de rectas horizontales.

El aporte en la magnitud es de altura $20 \log k_B$ y el aporte en la fase es:

$$\phi(j\omega) = \begin{cases} 0^\circ \rightarrow k_B > 0 \\ -180^\circ \rightarrow k_B < 0 \end{cases} \quad (8.6)$$

Polos o ceros en el origen, $(j\omega T)^{\pm n} = 0$

En la Figura 8.5 se muestra el aporte en la magnitud (arriba) y en la fase (abajo) de polos y ceros en el origen.

Note que los ceros aportan rectas con pendiente positiva (+20, +40db/dec) y ángulo positivo (90°, 180°), mientras que los polos hacen lo mismo pero con signo contrario.

También se debe notar que todas las curvas cruzan en $\omega = 1 = 10^0$ por $20 \log(1) = 0\text{db}$ (Dorf, 1989).

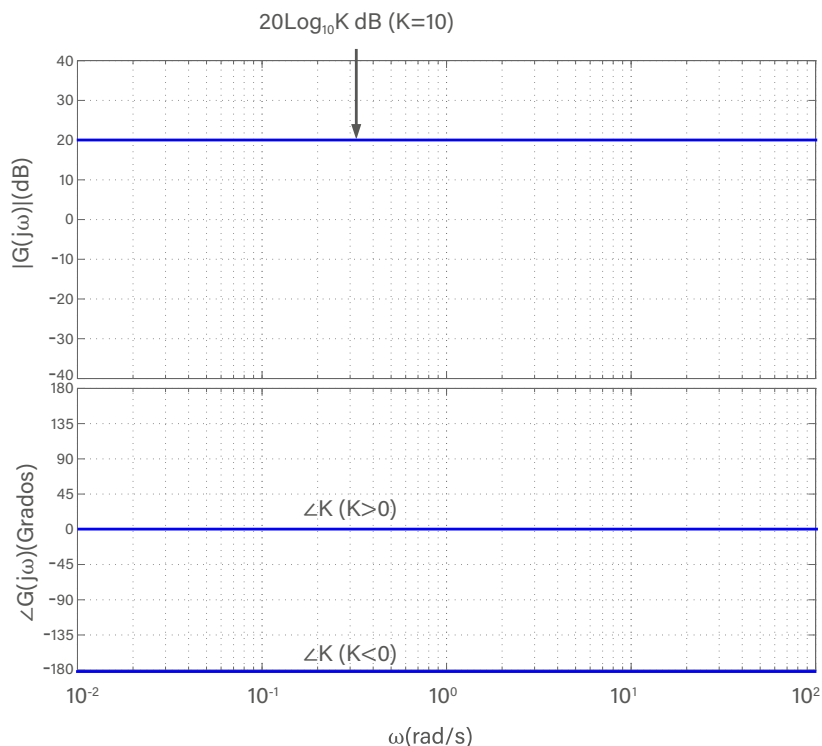


Figura 8.4: Aporte de término constante.

Polos o ceros en el eje real, $(1 + jwT)^{\pm 1}$

En la Figura 8.6 se muestra el aporte en la magnitud (arriba) y en la fase (abajo) de polos y ceros en el eje real.

Para un trazo aproximado se considera que los ceros (o polos) en el eje real aportan rectas cuyas asíntotas se cruzan en la frecuencia del cero $w = 1/w_z$ (o polo $w = 1/w_p$), tal que para frecuencias inferiores a la de la singularidad (polo o cero) se tiene una asíntota en $G = 0db$, y para frecuencias superiores a la de la singularidad aportan $+20db/dec$ cada cero y $-20db/dec$ cada polo.

Para la fase, tanto el cero como el polo en bajas frecuencias (por debajo de la singularidad), no aportan fase (0°); pero para frecuencias muy por encima de la singularidad aportan $\pm 90^\circ$ cada cero y cada polo, respectivamente.

Para trazar las asíntotas se consideran tres puntos: uno una década por debajo de la frecuencia de la singularidad, el otro en la frecuencia de la singularidad y el otro una década por encima de la singularidad.

Para el polo con singularidad en, por ejemplo, $1/\pi = w_p$, en una década por debajo ($0.1w_p$), se toma un punto en la fase 0° , en la frecuencia de la singularidad (en w_p) se traza otro punto en -45° y una década por encima ($10w_p$) se traza el otro punto en -90° , la unión de esas rectas se muestra en la figura en línea recta continua suave, mientras que los aportes del cero y del

polo se muestran en las líneas curvadas, el cero hacia arriba y el polo hacia abajo.

Para un mejor ajuste se toman las correcciones alrededor de las frecuencias de cruce de las asíntotas. Para mayor precisión, las herramientas de cómputo aportan detalles difíciles de lograr con los trazos manuales.

Polos o ceros complejos conjugados

El trazo de los diagramas de Bode para

$$G(jw) = [(1 + (2\rho/w_n)) jw + (jw/w_n)^2]^{-1}$$

se muestra en la Figura 8.7.

Sigue la misma filosofía que para el trazo de los polos o ceros en el eje real, pero sus aportes en amplitud y fase duplican al anterior. Se deben realizar ajustes a la gráfica de la magnitud en la esquina de cruce de asíntotas, considerando el factor de amortiguamiento, como se muestra en la Figura 8.7. También se realizan ajustes en la fase, como se muestra en la misma figura.

Ejemplo 1.

En los sistemas de generación de energía eléctrica que emplean máquinas generadoras síncronas, se requiere un sistema que excite la máquina.

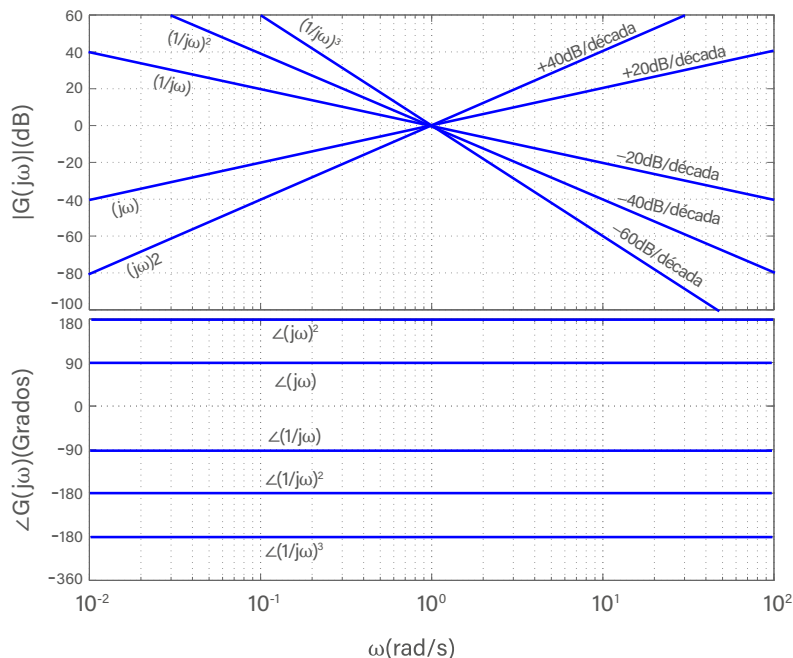


Figura 8.5: Aporte de polos y ceros en el origen.

- Analizar la estabilidad relativa del sistema de control de la excitación con excitatriz y acción integral (I) con función de transferencia:

$$G(s) = \frac{k_I}{s(s+1)(0.2s+1)} \quad (8.7)$$

- Evaluar la constante de acción integral k_I para un $M_\phi = 60^\circ$; considere $\tau_G = 1$, $\tau_E = 0.2$.

Solución. Forma de Bode:

$$G(s) = \frac{\underbrace{1}_{K_I}}{\underbrace{s}_2 \underbrace{(s+1)}_3 \underbrace{\left(\frac{s}{5}+1\right)}_4}$$

- Con $k_I = 1$, $Mdb = 20 \log 1 = 0$.
- Mdb con pendiente -20 db/dec en $w = 1 \text{ rad/s}$
 $\rightarrow Mdb = 0$, $\phi_z = -90^\circ$.
- Mdb con pendiente -20 db/dec a partir de $w_c = 1$; fase con pendiente de $-45^\circ/\text{dec}$ para $w_c/10 \leq w \leq 10w_c$.
- Igual al término 3, con $w_c = 5 \text{ rad/s}$.

Los márgenes de ganancia y de fase se evalúan en el diagrama de Bode de $G(jw)$ de la Figura 8.8. De ahí que,

$$\begin{aligned} w_g &= 0.78 \text{ rad/s y } w_\pi = 2.24 \text{ rad/s.} \\ M_\phi &= 180^\circ - \phi(w_g) = 180^\circ - 136.8^\circ = 43.2^\circ \\ M_G &= -20 \log |G(w_\pi)| = 15.6 \text{ db} \end{aligned}$$

de la aproximación

$$\rho \cong 0.01M_\phi = 0.43$$

el sobrepaso estimado es de 0.22 %.

Para ajustar k_I de forma que se obtenga un $M_\phi = 60^\circ$, se observa que

$$\phi(w = 0.42) = -120^\circ \text{ y } Mdb(w = 0.42) \cong 6 \text{ db.}$$

Cambiar k_I equivale a variar la constante de Bode, luego incrementos o decrementos en k_I suben o bajan la curva de magnitud; para bajar 6 db se necesita multiplicar la ganancia inicial por una constante de atenuación k_{AT} ; luego

$$\begin{aligned} 20 \log k_{AT} &= -6 \rightarrow k_{AT} = 0.5 \\ \rightarrow k_{I60^\circ} &= 0.5k_{I43.2^\circ} = 0.5 \end{aligned}$$

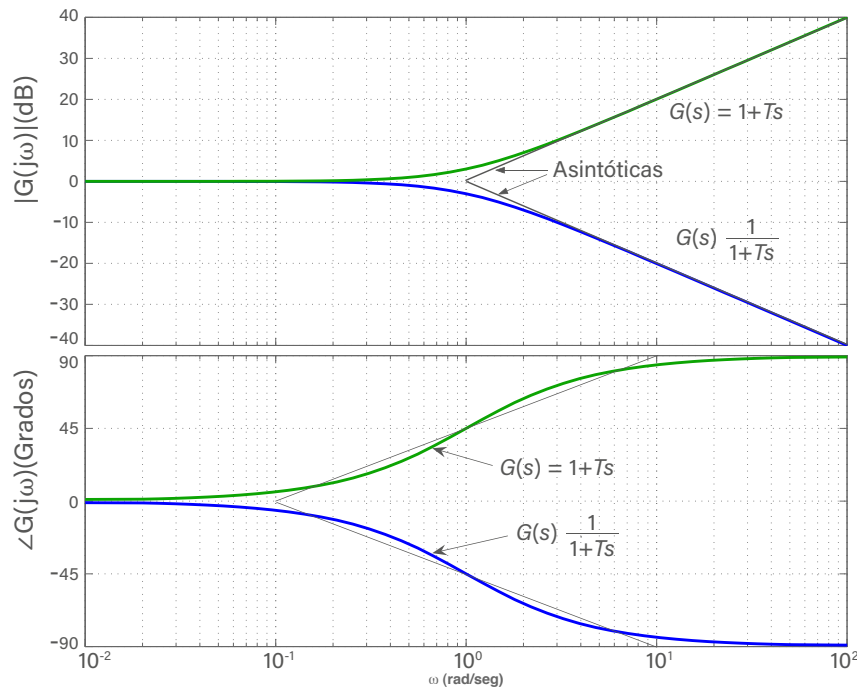


Figura 8.6: Aporte de polos y ceros en el eje real al gráfico de Bode.

Ejemplo 2.

Para trazar el diagrama de Bode del sistema con función de transferencia

$$G(s) = \frac{1080}{s(s+6)(s+18)}$$

se requiere llevarlo a la forma de Bode, por lo que es necesario cambiar la variable "s" a "jw" y posteriormente cambiar estas componentes dividiéndolas por las frecuencias en los polos o ceros respectivos. Por lo que la función se expresa ahora como:

$$\begin{aligned} G(jw) &= \frac{1080}{jw(jw+6)(jw+18)} \\ &= \frac{1080/(6 \cdot 18)}{jw(j\frac{w}{6}+1)(j\frac{w}{18}+1)} \\ &= \frac{10}{jw(j\frac{w}{6}+1)(j\frac{w}{18}+1)} \end{aligned}$$

A partir de ahí se pueden trazar las componentes asíntóticas con los aportes de la ganancia, los ceros y los polos, así:

- **Ganancia:**
Magnitud $20 \log(10) = 1 \text{ dB}$.
Fase 0° .
- **Polo en el origen:**
Magnitud -20 dB/dec (cruce en $w = 1 \text{ rad/seg}$).
Fase -90° .
- **Polo en 6 rad/seg :**
Magnitud 0 dB para $w \leq 6 \text{ rad/seg}$
y -20 dB/dec para $w > 6 \text{ rad/seg}$.
Fase de -45° en $w = 6 \text{ rad/seg}$, 0° para $w \leq 6/10 \text{ rad/seg}$,
 -90° para $w \geq 10 \cdot 6 \text{ rad/seg}$, y una recta entre 0.6 rad/seg
y 60 rad/seg
- **Polo en 18 rad/seg :**
Magnitud 0 dB para $w \leq 18 \text{ rad/seg}$ y -20 dB/dec para
 $w > 18 \text{ rad/seg}$.
Fase de -45° en $w = 18 \text{ rad/seg}$, 0° para $w \leq 18/10 \text{ rad/seg}$,
 -90° para $w \geq 10 \cdot 18 \text{ rad/seg}$, y una recta entre 1.8 rad/seg
y 180 rad/seg .

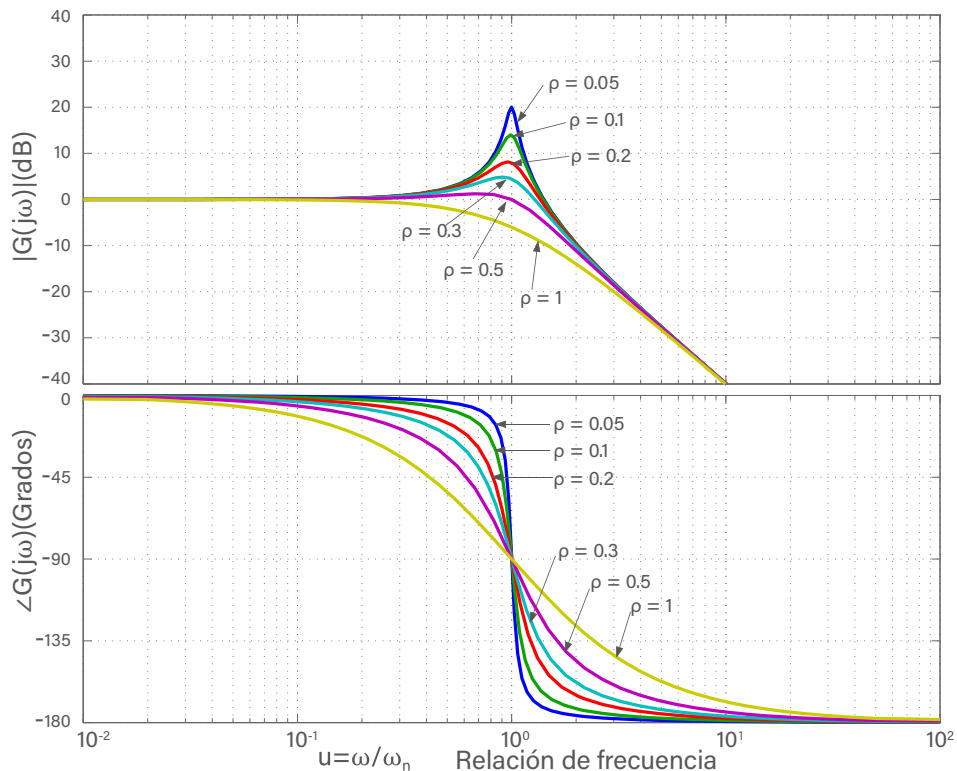


Figura 8.7: Aporte de polos y ceros complejos conjugados.

Gráfico polar y criterio de estabilidad de Nyquist

El gráfico polar muestra el trazo de los lugares de la parte real contra la parte imaginaria de la función de transferencia cuando se varía la frecuencia. Su trazo no es simple, por lo que se recomienda usar una herramienta de cómputo. En MATLAB® el comando que se debe usar es "Nyquist".

Considerando el lazo típico de la Figura 8.9, en la Figura 8.10 se muestra el gráfico de Nyquist típico de sistemas de primer orden (a la derecha del eje imaginario) y de primer orden con integración (a la izquierda del eje imaginario).

En la Figura 8.10 el vector desde el origen a un punto de la curva representa a $GH(j\omega)$ para una cierta frecuencia ω .

El vector desde el punto $(-1,0)$ a la gráfica de $GH(j\omega)$ forma un ángulo α con el eje real y tiene magnitud $|1 + GH(j\omega)|$, donde:

$$\frac{D(j\omega)}{C(j\omega)} = 1 + GH(j\omega)$$

es la función de transferencia sinusoidal entre el disturbio y la salida; esto es, la ecuación característica con $s = j\omega$; su inversa es la función de sensibilidad perturbación-salida S_{cd} .

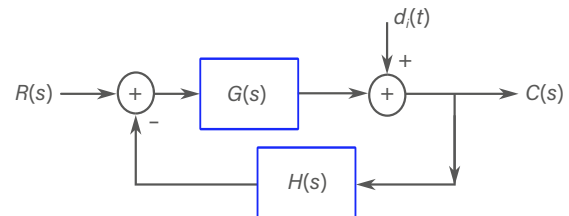


Figura 8.9: Lazo típico con disturbio a la salida

Nota 53. Si el lugar de $GH(j\omega)$ pasa por el punto crítico $(-1,0)$, la ecuación característica será nula en una frecuencia específica y el sistema en red cerrada no es asintóticamente estable; por tanto, una condición necesaria (pero no suficiente) para que el sistema sea asintóticamente estable, es que el lugar de $GH(j\omega)$ no pase por $(-1,0)$.▲

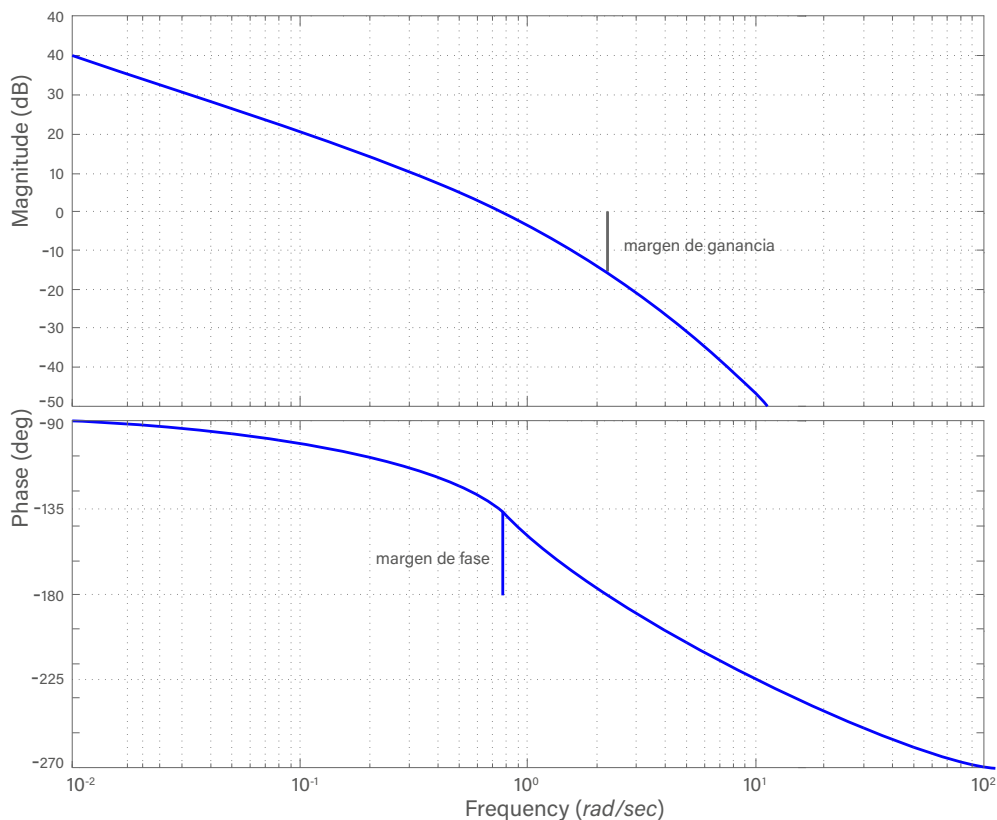


Figura 8.8: Diagramas de Bode de los márgenes de fase y de ganancia del Ejemplo 1.

El **criterio de Nyquist** establece condiciones necesarias y suficientes para la estabilidad asintótica del sistema en red cerrada:

1. Para $GH(s)$ estable ($Re\{\text{polos de } GH\} \leq 0$), propia y de fase mínima, el lugar de $GH(j\omega)$ recorrido en el sentido de frecuencias crecientes, debe dejar a la izquierda el punto $(-1,0)$. Para sistemas de fase no mínima, esta es solo una condición necesaria.
2. Para $GH(s)$ inestable ($Re\{\text{polos de } GH\} > 0$) y propia, el lugar de $GH(j\omega)$ recorrido en el sentido de las frecuencias crecientes, debe dejar a la izquierda el punto $(-1,0)$ y el número N de rodeos del punto crítico $(-1,0)$, en el sentido contrario a las manecillas del reloj, debe ser igual al número de polos inestables de red abierta. En general:

$$N = \underbrace{\# \text{ polos inestables RC}}_Z - \underbrace{\# \text{ polos inestables RA}}_P$$

3. Criterio generalizado⁸: para funciones de transferencia de red abierta $GH(s)$ propias, estables o inestables, de fase mínima o no-mínima, con P_w polos en el eje complejo, el ángulo total recorrido por α para frecuencias crecientes, debe ser positivo (contrario a las manecillas del reloj).

En general:

$$\alpha = (P - Z + 0.5P_w)180^\circ$$

Para estabilidad relativa, los márgenes de ganancia y de fase tratan de evaluar la cercanía de la curva de respuesta de frecuencia en la gráfica polar (lugar de Nyquist) al punto $(-1,0)$.

Respuesta en red cerrada, círculos M y carta de Nichols

La magnitud pico de frecuencia (M_{pw}), la frecuencia de resonancia (ω_r) y el ancho de banda (ω_c) se leen de la respuesta de frecuencia de red cerrada $T(j\omega)$. Los márgenes de ganancia (M_G) y de fase (M_ϕ) se leen de la respuesta de frecuencia de red abierta $GH(j\omega)$.

Se pueden obtener ambas curvas fácilmente con un computador; sin embargo, para el análisis y diseño, es conveniente obtener $T(j\omega)$ a partir de la función $GH(j\omega)$.

Si

$$H(j\omega) = 1, \quad G(j\omega) = U + jV$$

$$T(j\omega) = \frac{G}{1+G} = \frac{U + jV}{1 + U + jV}$$

la magnitud de la función de transferencia de red cerrada se puede calcular como

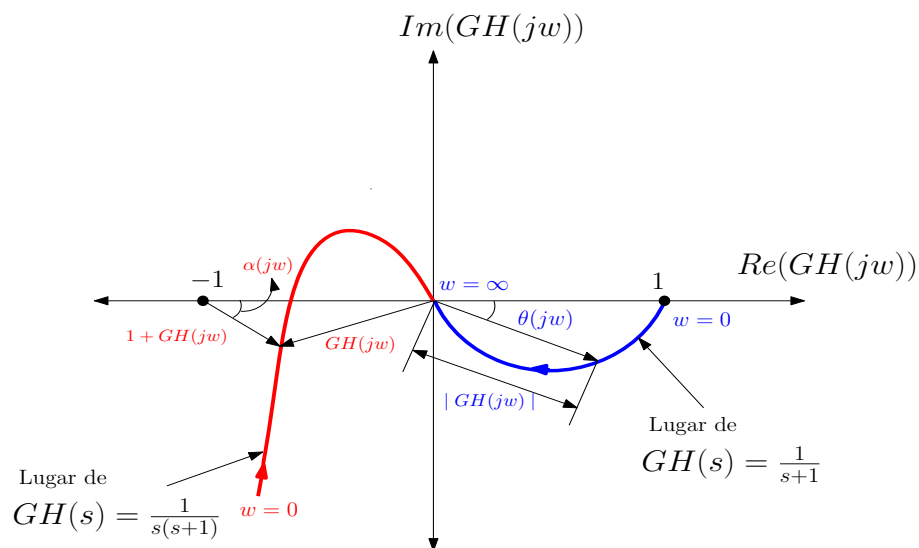


Figura 8.10: Trazos de Nyquist típicos para primer orden y primer orden con integración.

$$M(\omega) = |T(j\omega)| = \frac{\sqrt{U^2 + V^2}}{\sqrt{(1+U)^2 + V^2}}$$

Manipulando, se puede escribir la relación

$$\left(\frac{M}{1-M^2}\right)^2 = \left(U - \frac{M^2}{1-M^2}\right)^2 + V^2$$

Esta ecuación describe una familia de círculos de magnitud de red cerrada con M constante en el plano de G , con centro en

$$\left(\frac{M^2}{1-M^2}, 0\right) \text{ y radio } \left|\frac{M}{1-M^2}\right|$$

La representación gráfica de los círculos M en la gráfica polar se aprecia en la Figura 8.11 para círculos $M = 0.5, 0.7, 1.5$ y 2 . La intersección de la gráfica polar de $G(j\omega)$ con el círculo de M constante, da la magnitud de $T(j\omega)$ en la frecuencia indicada para $G(j\omega)$; así, el círculo de mayor M tangente a $G(j\omega)$ corresponde a la magnitud pico de frecuencia $M_{P\omega}$ y la frecuencia en el punto de tangencia corresponde a la frecuencia de resonancia ω_R (ver Figura 8.11).

Se observa cómo los círculos M a la derecha del eje $u = -\frac{1}{2}$ corresponden a valores de $M < 1$ y los círculos a la izquierda corresponden a círculos con $M > 1$. El eje $u = 1$ corresponde a $M = 1$.

De forma similar se obtienen los círculos N de fase constante para $T(j\omega)$. En Dorf (1989) se lee una expli-

cación de la lectura de la respuesta de red cerrada a partir de la respuesta de red abierta en frecuencia.

Considere un sistema con repuestas de frecuencia y con valores de ganancia $K_2 > K_1$, como se muestra en la Figura 8.12.

Observe que para la ganancia K_1 la respuesta en red cerrada tiene su máximo pico de resonancia M_1 en ω_{R_1} y cuando se sube la ganancia a K_2 , el pico de resonancia se incrementa a M_2 en ω_{R_2} ; además, el sistema en red cerrada con ganancia K_2 tiene magnitud M_1 en las frecuencias ω_1 y ω_2 . En la Figura 8.12b se observa cómo adicionalmente se encuentra el ancho de banda $\omega_{B\omega}$; este dato también se extrae de la curva de Nichols en el valor de $-3dB$.

Nichols pasó los círculos de M y N constantes del plano polar al plano de Black y obtuvo lo que se conoce como la carta de Nichols. En la Figura 8.13 se muestra la carta de Nichols para un caso particular. En ella se tienen los contornos de $M[db]$ y $N[^\circ]$ constantes, en ejes coordenados de Mdb vs ϕ° , observe en líneas punteadas cortas el trazo para un "círculo" $M = 1dB$ y en trazos largos para el "círculo" con $M = -3dB$ de fase constante $\phi = -72^\circ$.

Para entender su uso se replica el ejemplo a continuación.

Ejemplo 3.

Evaluar $M_{P\omega}$, ω_R y ω_c para el sistema de control de la excitación con acción integral y excitatriz, $\tau_G = 1$, $\tau_E = 0.2$ y $k_I = 1$

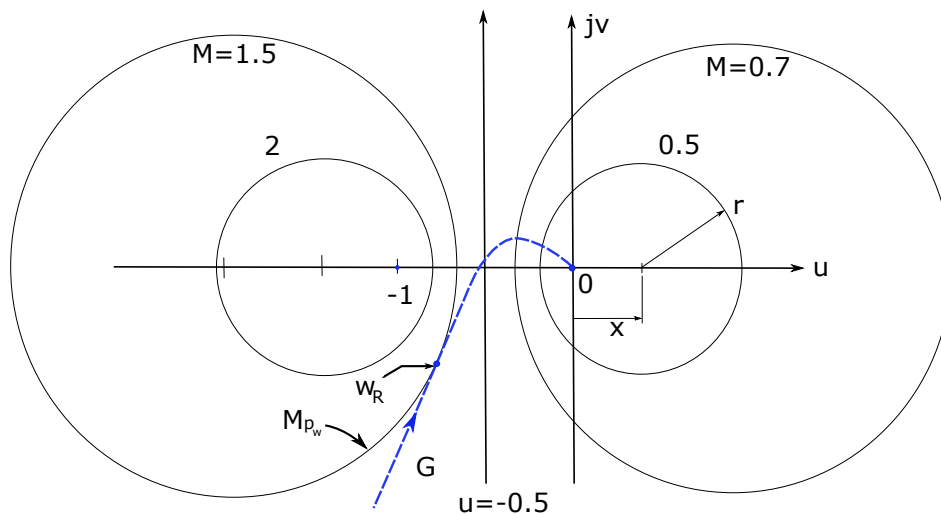


Figura 8.11: Círculos para valores de M constantes en la gráfica polar.

$$G_N = \frac{1}{s(s+1)(0.2s+1)}$$

El trazo se obtiene con la ayuda de MATLAB® (ver Figura 8.13). El contorno de M constante de mayor valor está entre 2 y 3 db , luego $M_{Pw} \cong 2.5 db$ y la tangencia se da aproximadamente en $w_r \cong 0.8$.

Para el ancho de banda se observa que en baja frecuencia se sigue la curva M de 0 db ; luego el ancho de banda será en el corte con el contorno M de $-3 db$: $w_c = 1.35$.

Los M_G y M_ϕ se leen de los ejes de Black; el de ganancia, como la distancia de G en 0 db al corte con $\phi_G = -180^\circ$; el de fase, como la distancia entre $\phi_G = -180^\circ$ y el corte con $G = 0 db$.

Análisis de error usando gráficos de Bode

Recordando que los errores permanentes se calculan cuando el tiempo tiende al infinito, o su equivalente, cuando la frecuencia "s" tiende a cero; y con la Tabla 8.1, donde se resume el listado de errores de estado estacionario para diferentes entradas y números tipo. Al considerar que el control (G_c) en cascada con la planta (G), de acuerdo con la forma de Bode (ecuación 8.5), en bajas frecuencias ($s \rightarrow 0$), da una función

$$G_c G \approx \frac{K_B}{(jw)^n}$$

Tabla 8.1: Error permanente.

Entrada / Tipo	n = 0	n = 1	n = 2
$r = 1/s$	$\frac{1}{1+K_p}$	0	0
$r = 1/s^2$	∞	$\frac{1}{K_v}$	0
$r = 1/s^3$	∞	∞	$\frac{1}{K_a}$

En el trazo de Bode se puede ver que para $n = 0$, la asíntota (de baja frecuencia) es una constante, y por la Tabla 8.1 el sistema presenta un error permanente ante una entrada tipo escalón, y no será capaz de seguir entradas del tipo rampa y aceleración. De forma análoga se sigue para los casos tipo 1 y 2, siguiendo la Tabla 8.1. Por lo que, por simple inspección de las asíntotas de baja frecuencia en el gráfico de Bode, es posible conocer la constante de posición, de velocidad o de aceleración.

Sea por ejemplo las Figuras 8.14, 8.15 y 8.16 donde se muestran los diagramas de Bode para sistemas tipo 0, tipo 1 y tipo 2.

Para G1 la asíntota en bajas frecuencias muestra una ganancia 20 $\log K = 20$ por lo que $K_p = K = 10$ y

$$\begin{aligned} e_{ssp} &= \frac{1}{1+K_p} \\ &= \frac{1}{1+10} \\ &= 0.09 \end{aligned}$$

Para el gráfico de G2 (Figura 8.15) se observa una pendiente de bajas frecuencias de $-20 dB/dec$, por lo que el sistema tiene un polo en $s = 0$ o es tipo 1.

Al ser el sistema tipo 1, la contribución en $w = 1 rad/s$ es aproximadamente 20 dB , la ganancia normalizada es de $20 \log K_v = 20 dB$, o sea, $K_v = 10$ y corresponde al término de velocidad; por lo que el error permanente es de

$$e_{ssv} = \frac{1}{K_v} = \frac{1}{10} = 0.1$$

De forma similar, para G3 (Figura 8.16) la pendiente en bajas frecuencias es de $-40 dB/dec$, correspondiendo a un sistema tipo 2. La ganancia normalizada es de $20 \log K_a = 20 dB$ y el error permanente de aceleración es

$$e_{ssa} = \frac{1}{K_a} = \frac{1}{10} = 0.1$$

Obtención experimental de funciones de transferencia

En términos simples, la función de transferencia de una planta se puede obtener al aplicar una señal de entrada escalón con una amplitud y frecuencia constante, y con un registrador de señal (o un osciloscopio) conocer la amplitud de la salida y el cambio de fase.

El experimento se repite desde frecuencias bajas, idealmente cero, hasta una frecuencia considerablemente alta para el sistema.

Un paso muy importante para realizar esta tarea es definir los rangos de frecuencia a los que se va a realizar el experimento y la instrumentación adecuada.

La amplitud de la señal de entrada puede superponerse a la señal de operación del proceso, de manera que la identificación se puede hacer sin sacar de operación el sistema (en línea). La amplitud de la señal de entrada debe ser lo suficientemente grande como para sacar el sistema de posibles zonas muertas, y no tan grande como para sacar el sistema de zona lineal. El equipo para medición debe tener una curva de magnitud versus frecuencia muy plana para no introducir

ruidos en los datos y el ángulo de fase debe ser –idealmente– proporcional a la frecuencia.

Después de registrados los valores entre las amplitudes de salida a entrada (preferiblemente en dB) y el cambio de fase, para los diferentes valores de frecuencia (en escala logarítmica) en los que se corrieron los experimentos, se procede a realizar las gráficas; estas gráficas se construyen identificando asíntotas y cruces de asíntotas. Los cruces de las asíntotas permiten ubicar los aportes de los polos y los ceros. Para el caso particular de los polos o ceros en el origen, estos se extraen de las asíntotas de baja frecuencia.

Como se ha manifestado hasta este punto, un cero en el origen aporta $+20 \text{ dB/dec}$, un polo en el origen aporta -20 dB/dec y, como se vio, la multiplicidad (N) de estos ceros o polos aporta $\pm 20N \text{ dB/dec}$, respectivamente.

Debe tenerse claro si el sistema bajo estudio está en lazo abierto; si es así, podrá calcular directamente la función de transferencia de la planta. Si está en lazo cerrado, deberá considerar cálculos adicionales para obtener $G(s)$.

Diseño de compensadores

Usualmente, las especificaciones de desempeño de los sistemas vienen dadas en el dominio del tiempo; sin embargo, es posible llevarlas a especificaciones en el dominio de frecuencia asumiendo sistemas con dinámicas dominantes de segundo orden.

En el dominio de la frecuencia para el ajuste del PID, se pueden considerar los aportes de cada parte de ellos en los gráficos de Bode; también se pueden diseñar compensadores a través del cálculo de redes de adelanto-atraso de fase.

Antes de emprender la tarea del diseño de un compensador o un controlador, se deben tener claras las especificaciones deseadas de funcionamiento en el dominio de la frecuencia (ancho de banda, M_G , M_ϕ , constantes de error, pico de resonancia...); posteriormente se realiza el gráfico de Bode y se verifica el cumplimiento de los requerimientos. Si es posible ajustar los requerimientos con solo modificar la ganancia se procede; de lo contrario, es necesario analizar primero las especificaciones de estado permanente buscando conocer si es necesario aumentar el tipo del sistema. Una vez cumplidas las especificaciones en régimen permanente se analiza si para cumplir los desempeños dinámicos es necesario adicionar o restar fase al

sistema. A continuación se ve esto a través de algunos casos.

Ajuste de ganancia

Como se mencionó en el párrafo anterior, si para cumplir las especificaciones de funcionamiento es suficiente con ajustar la ganancia, el efecto es equivalente a ajustar un controlador proporcional K_p donde $u(s) = K_p e(s)$. Esta acción solo moverá la ganancia del sistema y no modificará la fase.

Para ilustrar (ver Figura 8.17) se emplea la función de transferencia de la planta en lazo abierto, que corresponde a

$$G_3 = \frac{1080}{s^3 + 24s^2 + 108s}$$

Se observa cómo al aumentar la ganancia aumenta el ancho de banda, pero disminuye el margen de fase y por consiguiente la estabilidad relativa. Para $G_3(s)$ se desea que el sistema en red cerrada presente error permanente nulo, sobrepaso menor del 20 % y tiempo de estabilización menor de 2 seg. La planta presenta un polo en el origen (tipo 1), por lo que en lazo abierto ante entrada escalón, la salida seguirá un comportamiento creciente tipo rampa. Para estabilizarla, al cerrar el lazo con una ganancia del controlador unitaria y realimentación unitaria, la función de transferencia de lazo cerrado es:

$$T_{3/b} = \frac{1080}{s^3 + 24s^2 + 108s + 1080} \quad (8.8)$$

Se puede observar que ahora el sistema en red cerrada es tipo cero (ecuación 8.8) con respuesta al escalón, como se aprecia en la Figura 8.18.

El sistema se estabiliza en 1, con un tiempo de establecimiento de 2.66 seg y M_p de 51.6 %, los cuales no cumplen con las especificaciones.

Para un sistema con polos dominantes de segundo orden y que requiere un $M_p < 20 \%$, $\rho > 0.5$ y $M_\phi > 100\rho = 50^\circ$, es necesario ajustar la ganancia del controlador para que de una atenuación de aproximadamente 10 dB tal que

$$\begin{aligned} 20 \log(1080/6 * 18) * K_p &= 20 \log(1080/6 * 18) - 10 \text{ dB} \\ 20 \log K_p &= -10 \text{ dB} \end{aligned}$$

de donde $K_c = 0.31622$, con lo que la nueva ganancia de lazo directo es

$$K' = 1080 * K_p = 341.53$$

Al trazar de nuevo la respuesta con la nueva ganancia, en la Figura 8.19 se verifica el cumplimiento de los requisitos.

Igualmente, de las curvas 8.17 se observa que la curva con $k' = 367.6$ cumple los requerimientos.

Controlador PI

La función del controlador PI se representa como G_{PI} y el gráfico de Bode se aprecia en la Figura 8.20.

$$G_{PI} = K_p + \frac{K_i}{s} \\ = K_i \frac{1 + \frac{K_p}{K_i} s}{s}$$

En la Figura 8.20, a la izquierda, se presentan las curvas de magnitud y a la derecha las curvas de fase; a trazos se presentan los aportes individuales y en línea continua la curva total.

Para el diseño del controlador PI en respuesta de frecuencia el proceso es simple, primero se adiciona el polo en el origen y se realiza la nueva gráfica de Bode para analizar si se cumplen las especificaciones de desempeño dinámico.

Posteriormente, se ajusta la ubicación del cero, buscando obtener el adelanto necesario para ajustar el margen de fase. Es recomendable realizar la ubicación del polo en frecuencias por debajo del cruce de ganancia cero para que el compensador reste la menor cantidad posible de grados sobre el nuevo margen de fase del sistema compensado.

Otra técnica consiste en primero adicionar un ángulo de tolerancia ($\approx 10^\circ$) al margen de fase deseado ($M'_{\phi d} = M_{\phi d} + 10^\circ$); luego, ubicar sobre la curva de fase del sistema sin compensar, la frecuencia (w'_g) a la que se obtiene este margen de fase deseado ($M'_{\phi d}$).

Finalmente, ubicar el cero del compensador una década por debajo de la nueva frecuencia de cruce de ganancia ($K_p/T_i = w'_g/10$). Después realizar los pequeños ajustes, si son necesarios ("ajuste fino").

Controlador PD

La función del controlador PD se representa como

$$G_{PD} = K_p + K_d \cdot s \\ = K_p \left(1 + \frac{K_d}{K_p} s \right)$$

En la Figura 8.21 se observa que el controlador aporta adelanto de fase de hasta 90 grados a partir de una década por encima de la frecuencia K_p/K_d y aporta $+20$ dB/dec.

La inclusión del compensador PD aumenta el margen de fase, logrando a su vez mejorar la estabilidad relativa. La ubicación de la frecuencia de cruce es clave, ya que al introducir el compensador PD en una frecuencia de interés se busca aumentar margen de fase, pero el cambio positivo en la pendiente de la magnitud "jala" la frecuencia de cruce de ganancia hacia la derecha, lo que decrece de nuevo el margen de fase.

Así que, finalmente, el PD mejora margen de fase pero de manera conservadora.

La ubicación de la frecuencia de corte del PD estará a la izquierda de w'_g ; el lugar exacto se debe establecer gráficamente, observando que si se ubica una década por debajo de w_g el aporte de fase inicialmente es $+90^\circ$, pero este valor se atenúa por el desplazamiento hacia la derecha de w_g . El proceso es de ensayo y error y las herramientas de simulación son fundamentales para esta labor.

Controlador PID

En el dominio de la frecuencia la función de transferencia se implementa como compensadores PI-PD, como se ve a continuación

$$G_{PID} = (1 + K_d \cdot s) \left(K_{p2} + \frac{K_{i2}}{s} \right)$$

El diseño considera la combinación de los diseños de los compensadores PI y PD.

El PI aumenta el margen de fase y reduce la frecuencia de transición del sistema, mientras que el compensador PD aumenta el margen de fase (en una menor cantidad con respecto al PI) y aumenta la frecuencia de transición del sistema.

Así que el PI-PD aumenta el margen de fase del sistema y mejora o conserva la velocidad de respuesta.

Compensador en adelanto de fase

Considerando la aproximación presentada en Ogata (1993), con estructura para la red de adelanto expresada como

⁷ El margen de fase deseado está normalmente a la izquierda del margen de fase w_g .

$$G_{cad}(s) = K_c \alpha \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} = K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}} \quad (0 < \alpha < 1)$$

con un cero en $s = -1/T$ y el polo en $s = -1/(\alpha T)$. Observe que al ubicar el cero a la derecha del polo, el aporte en fase del cero es mayor que el aporte del polo, por lo que a esta relación se le conoce como de adelanto de fase. La ganancia K_c se usa para ajustes finos y para ajustes de error permanente. Asumiendo $K_c = 1$ y representando el sistema en el dominio de frecuencia

$$G_{cad}(j\omega) = \alpha \frac{1 + j\omega\alpha T}{1 + j\omega T}$$

Para ilustración, se muestran en la Figura 8.22 los aportes en magnitud y fase del compensador en adelanto.

Observe cómo la red de adelanto de fase puede proporcionar un máximo de ϕ_m en la frecuencia ω_m ; el máximo adelanto de fase depende del valor de la constante α .

Para la Figura 8.22, $\phi_m = 60^\circ$, recuérdese que ϕ_m se obtiene del análisis polar de la red de adelanto, tal que

$$\sin(\phi_m) = \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \quad (8.9)$$

La frecuencia ω_m es la media geométrica de las dos frecuencias de cruce $1/T$ y $1/\alpha T$.

$$\log \omega_m = \frac{1}{2} \left(\log \frac{1}{T} + \log \frac{1}{\alpha T} \right)$$

luego

$$\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}} \quad (8.10)$$

En este valor de ω_m el aporte en magnitud del compensador es

$$\left| \frac{1 + j\omega T}{1 + j\omega\alpha T} \right|_{\omega_m} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \quad (8.11)$$

por lo que en decibeles aporta

$$20 \log \frac{1}{\sqrt{\alpha}}$$

El proceso de diseño es el siguiente:

1. Calcule el valor de la ganancia de lazo abierto K del sistema con compensador para cumplir las especificaciones de error permanente del sistema

$$G_c(s)G_p(s) = K_c \alpha \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} G_p(s) = \alpha \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} G(s)$$

donde

$$G(s) = KG_p(s)$$

y

$$K = K_c \alpha$$

2. Para el sistema con la K ajustada, trace el diagrama de Bode, determine si el sistema cumple las especificaciones de desempeño estático y dinámico; si no cumple, determine el margen de fase.
3. A partir de los requerimientos de desempeño dinámico determine el margen de fase necesario, con ese dato determine la fase que necesita adicionar a su sistema, sume una fase adicional de aproximadamente 5° .
4. A partir de 8.9, determine la ubicación del polo y el cero; considere que

$$\alpha = \frac{1 - \sin \phi_m}{1 + \sin \phi_m}$$

y ubique en el sistema sin compensar el valor donde la magnitud es

$$-20 \log \frac{1}{\sqrt{\alpha}}$$

ubique la frecuencia y esta será su nueva frecuencia de cruce de ganancia ($\omega_c = \omega_m$); el cambio máximo de fase, incluyendo el factor de ajuste, ocurre en esta frecuencia.

5. Conocida ω_c y α , usando 8.10 calcule la ubicación del cero, para ello hay que determinar T , y

$$\frac{1}{T} = \omega_c \sqrt{\alpha}$$

Después calcule la ubicación del polo

$$\frac{1}{\alpha T} = \frac{\omega_c}{\sqrt{\alpha}}$$

6. Calcule la constante del compensador:

$$K_c = \frac{K}{\alpha}$$

7. Verifique el desempeño estático y dinámico; si no cumple, realice ajustes finos.

Compensador en atraso de fase

Considerando la aproximación presentada en Ogata (1993) con estructura para la red de atraso expresada como

$$G_{cad}(s) = K_c \beta \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1} = K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\beta T}} \quad (\beta > 1) \quad (8.12)$$

con un cero en $s = -1/T$ y el polo en $s = -1/(\beta T)$.

Obsérvese que al ubicar el polo a la derecha del cero, el aporte en fase del polo es mayor que el aporte del cero, por lo que a esta relación se le conoce como de atraso de fase.

Para ilustración, se muestran en la Figura 8.23 los aportes en magnitud y fase del compensador en atraso. Observe cómo la red de atraso de fase puede proporcionar un máximo de ϕ_m en la frecuencia w_m ; el máximo atraso de fase depende del valor del factor β .

Para la Figura $\phi_m = -60^\circ$, ϕ_m se obtiene del análisis polar de la red de atraso, de forma análoga a la red de adelanto, tal que

$$\sin(\phi_m) = \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \quad (8.13)$$

la frecuencia w_m es la media geométrica de las dos frecuencias de cruce $1/\beta T$ y $1/T$.

$$\log w_m = \frac{1}{2} \left(\log \frac{1}{T} + \log \frac{1}{\beta T} \right)$$

El proceso de diseño es el siguiente:

1. Calcule el valor de la ganancia de lazo abierto K del sistema con compensador para cumplir las especificaciones de error permanente del sistema

$$G_c(s)G_p(s) = K_c \beta \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1} G_p(s) = \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1} G(s)$$

donde

$$G(s) = KG_p(s) \quad \text{y} \quad K = K_c \beta$$

2. Para el sistema con la K ajustada, trace el diagrama de Bode, determine si el sistema cumple las especificaciones de desempeño estático y dinámico; si no cumple, determine el margen de fase.
3. A partir de los requerimientos de desempeño dinámico, determine la fase necesaria y súmele un valor adicional de aproximadamente 5° a 12° considerando lo que atenuará el compensador en atraso. Esta fase adicional se ubica en la curva de fase a la frecuencia donde se pueda obtener el margen de fase más la compensación; esta será la frecuencia de cruce de ganancia w_g .
4. Para evitar los efectos fuertes del compensador en atraso, el polo y el cero deberán ubicarse en frecuencias muy inferiores a la frecuencia de cruce de ganancia. Se recomienda ubicar el cero del compensador ($1/T$) en una octava o una década por debajo de la frecuencia de cruce de ganancia.
5. Calcule la atenuación que se necesita para bajar la curva de magnitud a 0 dB en la nueva frecuencia de cruce de ganancia, considerando que en w_m el compensador en atraso atenúa $-20 \log \beta$. De ahí

Tabla 8.2: Materiales y equipos.

Hardware			
Cantidad	Nombre	Marca / Modelo	Especificaciones
1	PC	Intel / AMD	Procesador: para trabajar con MATLAB® local: Intel I5 o Ryzen 5, para MATLAB® online: Intel I3 o Ryzen 3. Memoria RAM: 8 GB. Espacio en disco duro: 20 GB.
Software			
1	Software	MATLAB®	Versión 2019 o superior.
1	Software	LabVIEW®	Versión 2020 o superior.

puede calcular β y luego puede ubicar el polo del compensador en

$$w = \frac{1}{T\beta}$$

6. Calcule la nueva ganancia del compensador a partir de

$$K_c = \frac{K}{\beta}$$

Materiales y equipos

En la Tabla 8.2 se listan los elementos necesarios para realizar la experimentación.

Procedimiento

Extracción de la respuesta de frecuencia

En este punto se debe tener una planta, sujeto de estudio asignada por su instructor o profesor.

Debe conocer el punto de operación y los rangos lineales de trabajo.

1. Diseñe las señales que va a emplear para el barrido de la frecuencia (amplitud, rango de variación de frecuencias y número de puntos del experimento.)
2. Implemente la entrada sinusoidal sobre el valor de operación de la planta.

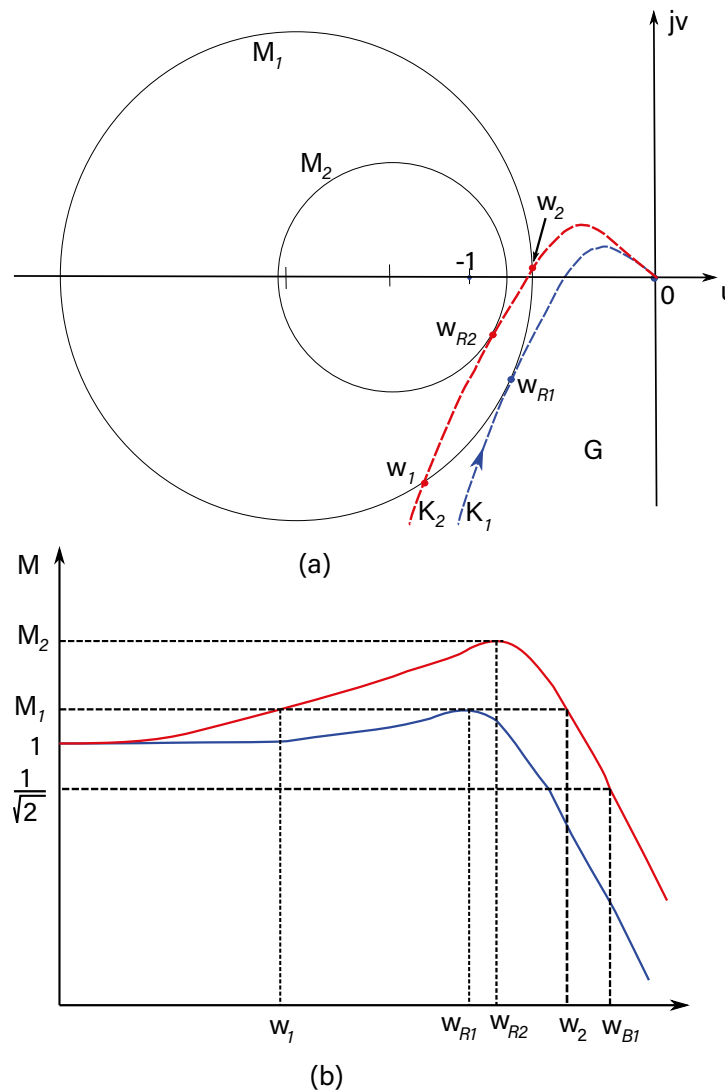


Figura 8.12: Gráfico de Nyquist para dos valores de una ganancia.

3. Realice la toma de los datos registrando la frecuencia, la entrada y la salida.
4. Procese los datos para obtener la magnitud en decibels y la fase en grados.
5. Analice el desempeño estático de su sistema y con su profesor o equipo de trabajo, establezcan los nuevos requerimientos de desempeño dinámico y estático en lazo cerrado.

Ajuste de controlador PID

6. Usando la técnica de respuesta en frecuencia, diseñe el compensador P, PI, PD o PID que le permita cumplir los requerimientos de desempeño.

Ajuste de compensador

7. Usando compensador de adelanto-atraso de fase, diseñe el compensador que le permita cumplir los requerimientos de desempeño.

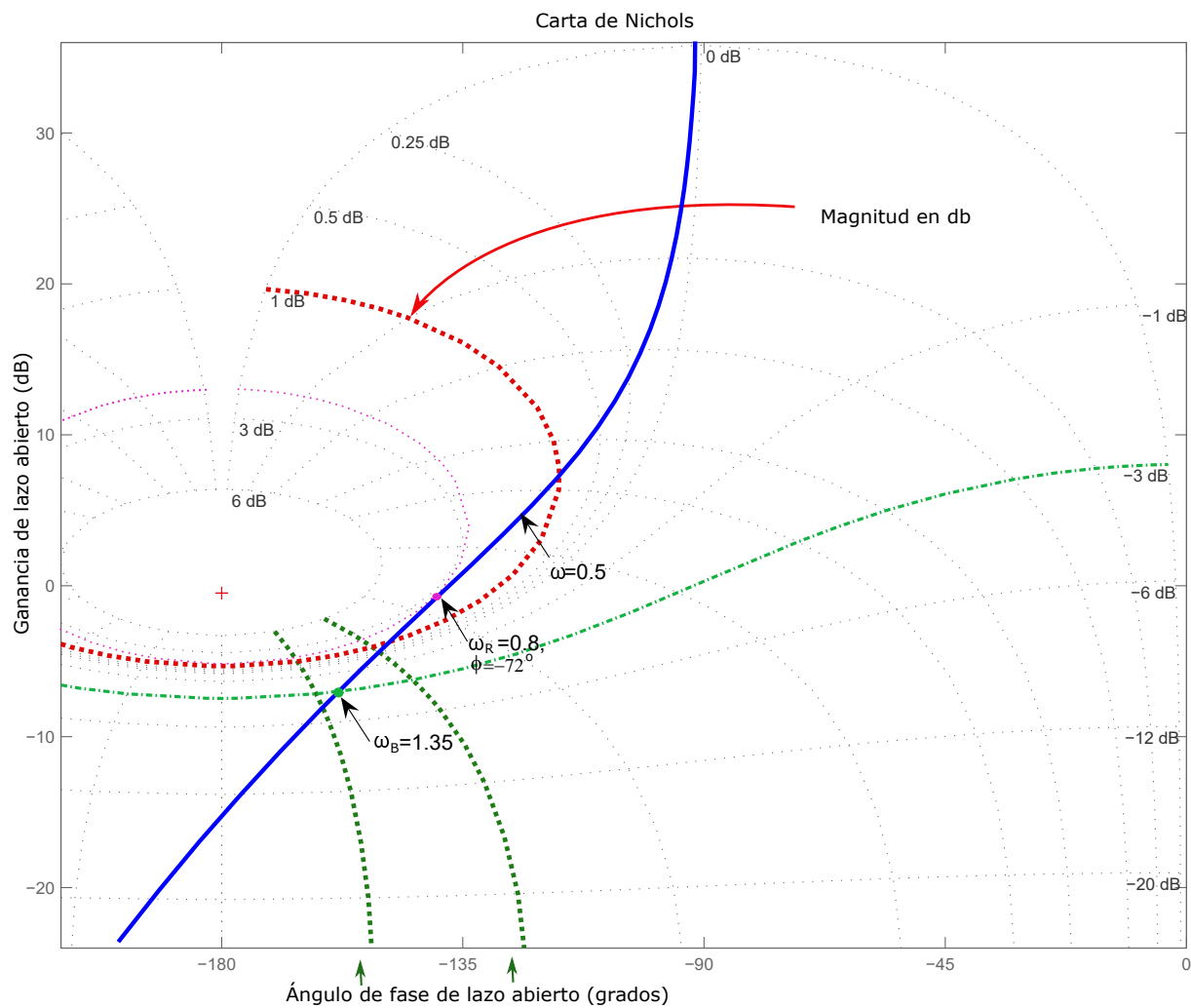


Figura 8.13: Trazo Nichols para G_N

Informe

Elabore su reporte donde, de forma estructurada, organizada y profesional, informe los datos obtenidos en

cada punto del procedimiento. Compare los desempeños logrados con los controladores diseñados, reporte el análisis de sus resultados y las conclusiones.

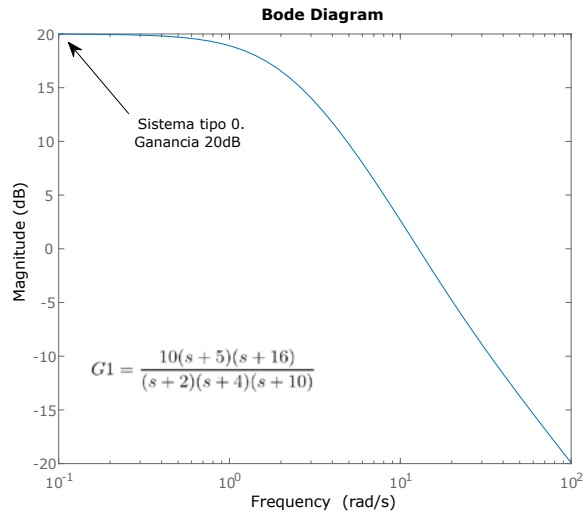


Figura 8.14: Trazo de magnitud de Bode para $G_1(s)$.

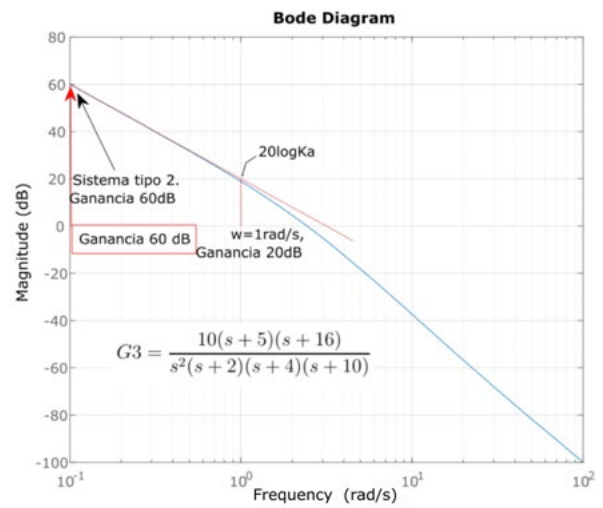


Figura 8.16: Trazo de magnitud de Bode para $G_3(s)$.

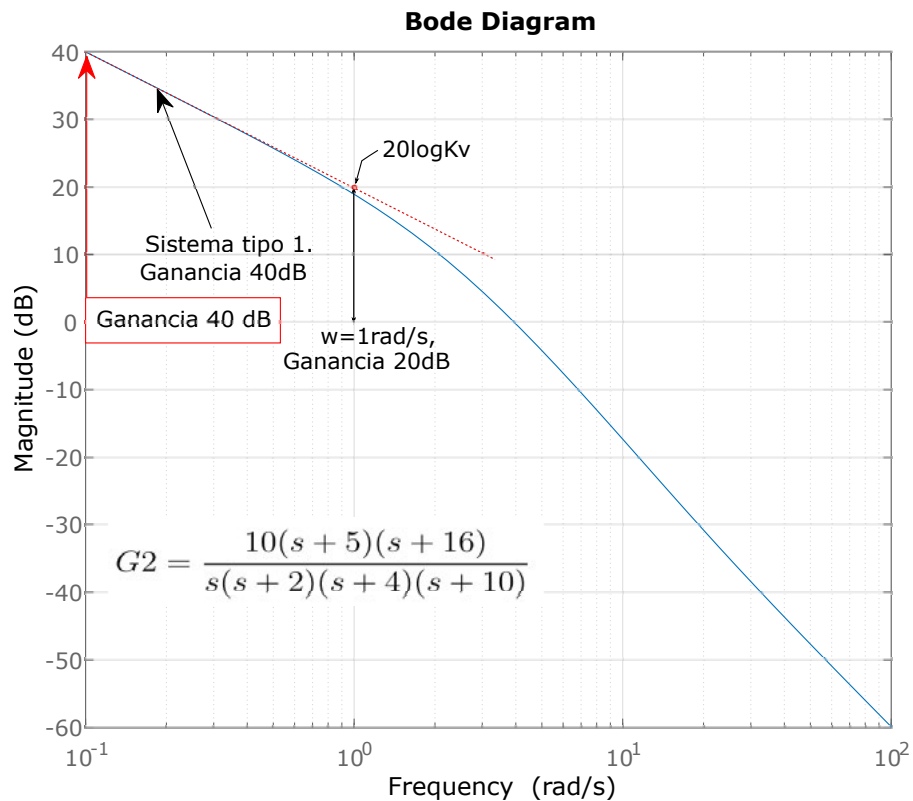


Figura 8.15: Trazo de magnitud de Bode para $G_2(s)$.

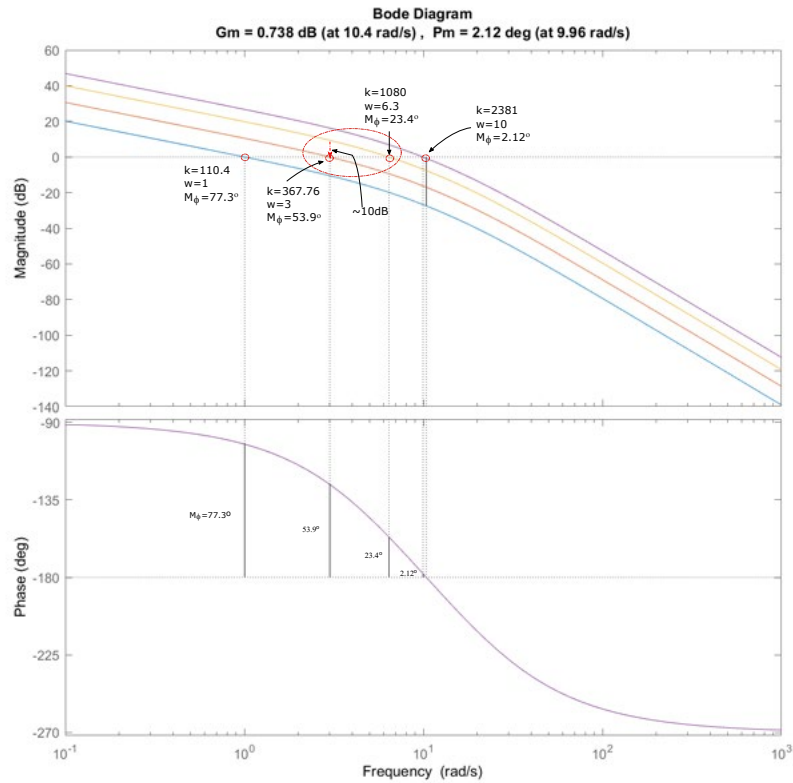


Figura 8.17: Efecto de variaciones de la ganancia en el gráfico de Bode para $G_3(s)$.

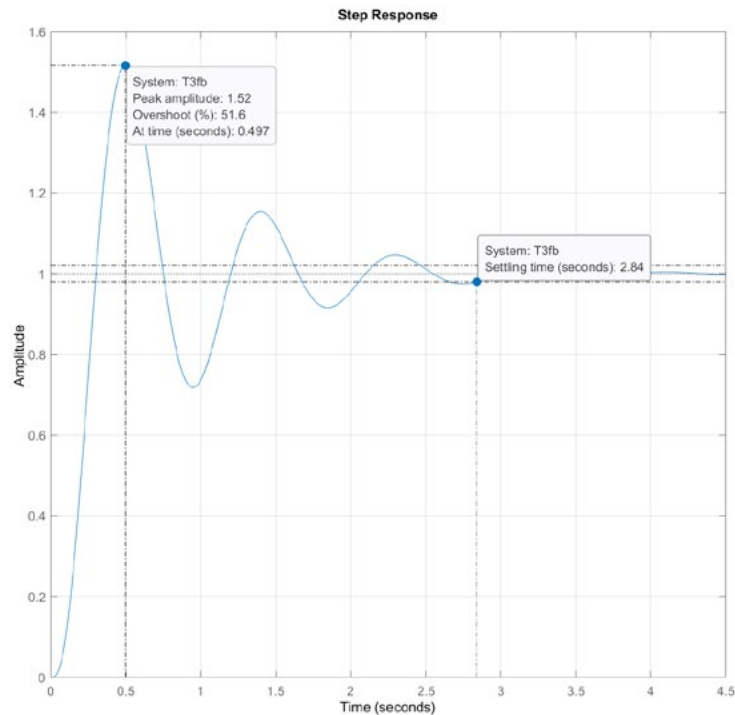


Figura 8.18: Respuesta en red cerrada para $G_3(s)$ con controlador unitario y realimentación unitaria.

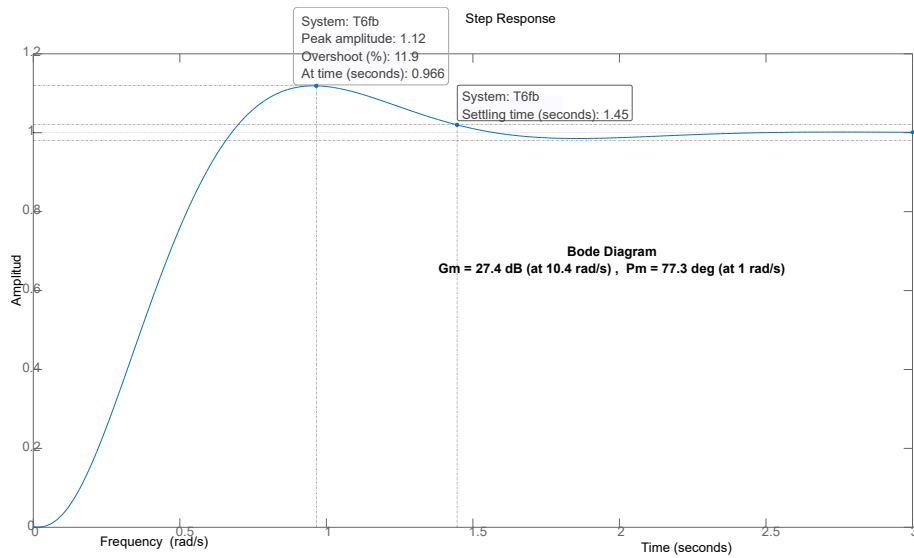


Figura 8.19: Control proporcional de $G_3(s)$ con $K_p = 0.31623$, $k' = 341.530$

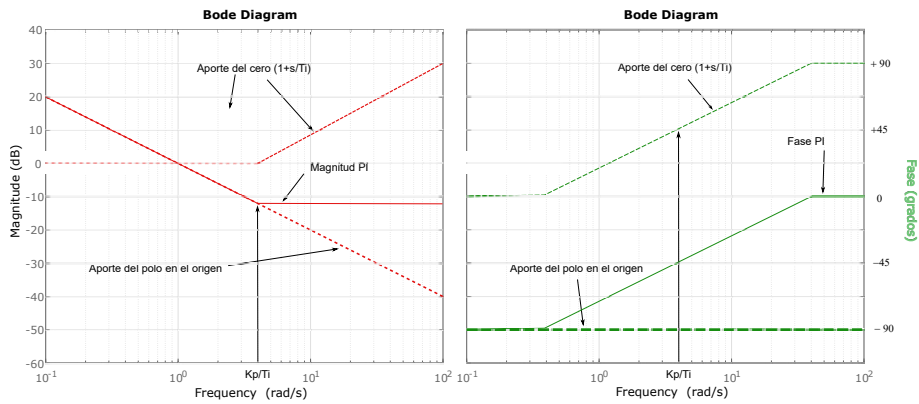


Figura 8.20: Asíntotas de magnitud y fase de controlador PI.

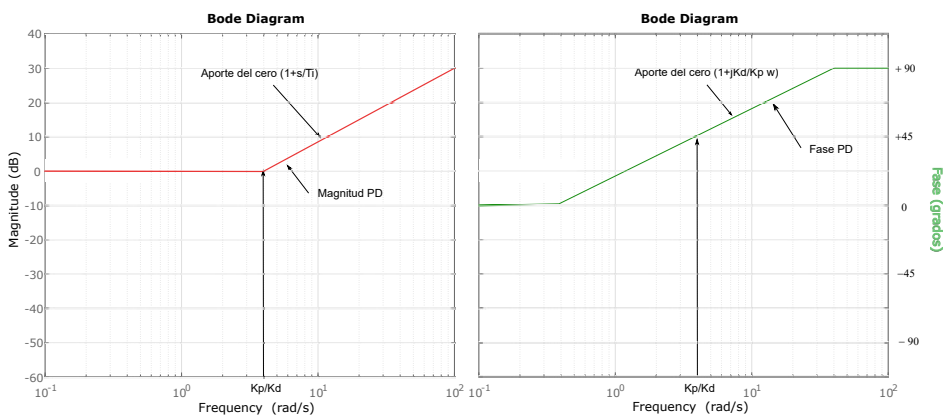


Figura 8.21: Asíntotas de magnitud y fase de controlador PD, a la izquierda se presenta la curva de magnitud y a la derecha la curva de fase.

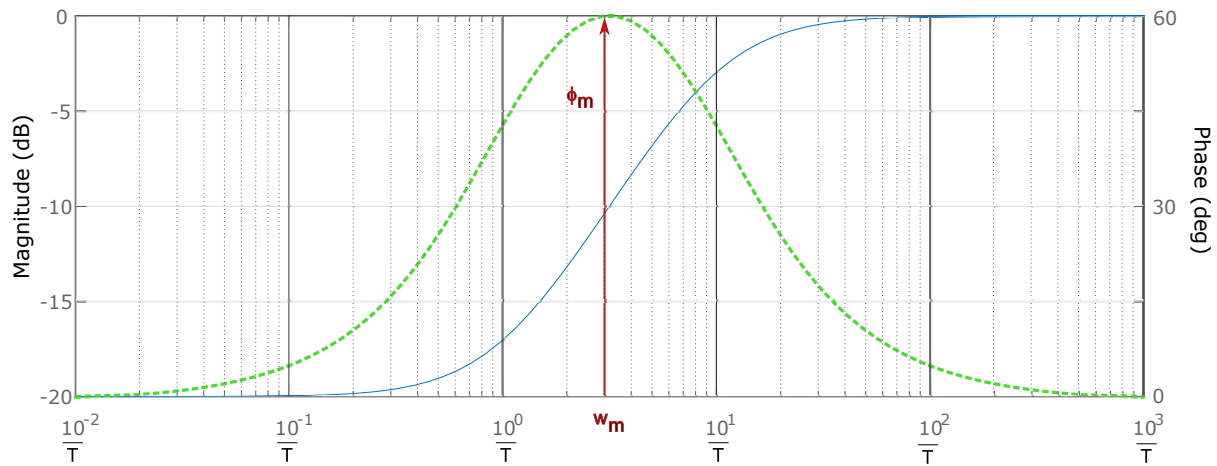


Figura 8.22: Red de adelanto de fase. En línea continua la magnitud y en línea a trazos la fase.

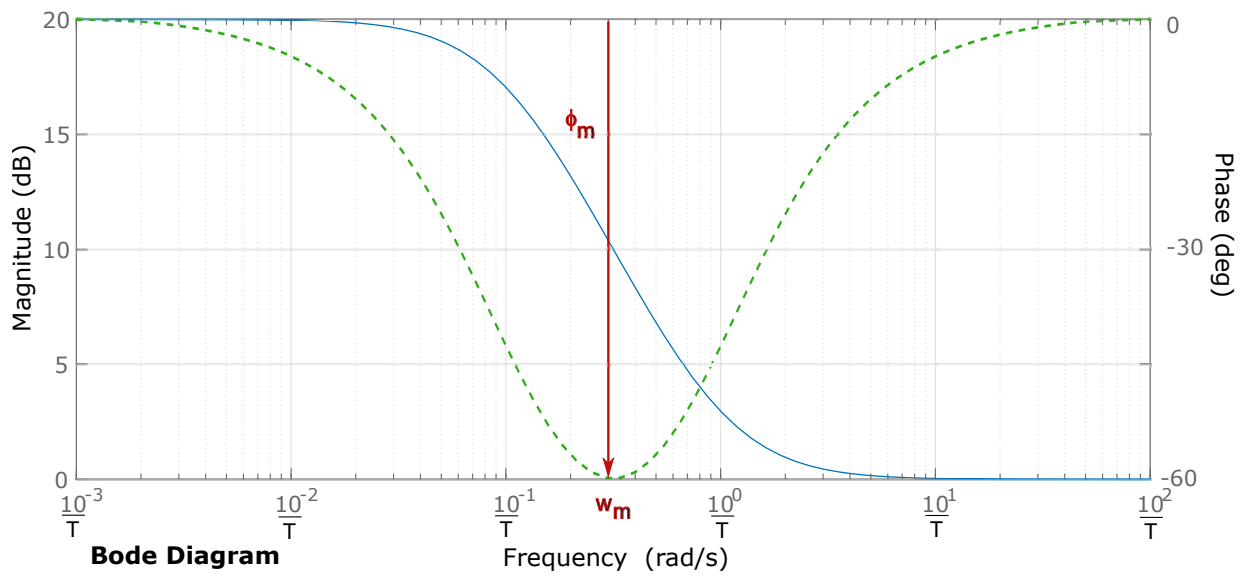


Figura 8.23: Red de atraso de fase. En línea continua la magnitud y en línea a trazos la fase.

REFERENCIAS

- American National Standard (2009). ANSI/ISA-5.1-2009, Instrumentation Symbols and Identification. https://integrated.cc/cse/Instrumentation_Symbols_and_Identification.pdf
- Åström, K. J. y Hägglund, T. (1995). *PID controllers: Theory, design, and tuning* (2.^a ed.). Instrument Society of America.
- Distefano, J., Stubberud, A. R. y Williams, I. J. (1995). *Feedback and Control Systems: Continuous (analog) and discrete (digital)* (2.^a ed.). McGraw-Hill.
- Dorf, R. C. (1989). *Sistemas modernos de control: Teoría y práctica* (2.^a ed. en español). Addison-Wesley.
- Feedback (2013). *Modular servo instructional servo system MS150*. <https://acortar.link/VR1LKF>
- Franklin, G. F., Powell, J. D. y Emami-Naeini, A. (1991). *Control de sistemas dinámicos con retroalimentación*. Addison-Wesley.
- Kuo, B. C. (1996). *Sistemas de control automáticos* (7.^a ed.). Prentice-Hall.
- National Instruments (2020). *¿Qué es myDAQ?* <https://acortar.link/K0TYzw>
- Ogata, K. (1993). *Ingeniería de control moderna*. Prentice-Hall.
- Pinto, E. y Matía, F. (2010). *Fundamentos de control con Matlab*. Pearson Education.
- Ramírez, M. (2015). *Aplicaciones informáticas para apoyar el aprendizaje por proyectos de sistemas de control*. [Trabajo de investigación de Maestría, Universidad del Valle, Facultad de Ingeniería].
- Rubio, O. D. y Vásquez, L. J. (2011). *Estandarización según norma ISA S5.1 y plan de mantenimiento para el laboratorio de control automático de la UTB* (inf. téc.). Universidad Tecnológica de Bolívar.
- Umez-Eronini, E. (2001). *Dinámica de sistemas y control*. Thomson-Learning.
- Urbano-López, J. E., Holguín-Berrocal, A. M., Chiza, J. D., Franco-Mejía, E., Cabal, E., Rosero, E. y Ramírez, J. M. (2021). Herramientas para la experimentación remota-virtual-local de sistemas de control en tiempos de pandemia. *Encuentro Internacional de Educación en Ingeniería*. <https://doi.org/10.26507/ponencia.1996>
- Van de Vegte, J. (1994). *Feedback control systems* (3.^a ed.). Prentice-Hall.
- Wang, N., Qianlong, L., Chen, X., Song, G. y Parsaei, H. (2020). *Development of a remote laboratory for engineering education*. CRC Press. <https://doi.org/10.1201/9780429326455>
- Wondershare Edraw (26 de noviembre de 2021). *How to read process flow diagram | What is PFD* [Archivo de video]. Youtube. <https://youtu.be/x9mk0Nu7K9I>

ANEXOS



<https://doi.org/10.25100/peu.1416.an>

Formato sugerido para el informe

Portada:

UNIVERSIDAD DEL VALLE
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA
ÁREA DE AUTOMÁTICA

SISTEMAS AUTOMÁTICOS DE CONTROL
INFORME DE LA PRÁCTICA No. X
TÍTULO
SUBTÍTULO

ESTUDIANTES, CÓDIGO Y GRUPO:
PROFESOR(ES):

Fecha:

Cuerpo:

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

INFORME

CONCLUSIONES Y OBSERVACIONES

BIBLIOGRAFÍA.

Diagramas de proceso de flujo y de tubería e instrumentación resumen norma ASA s5.1

A continuación se presentan detalles importantes para la lectura y construcción de un diagrama P&ID a través de reglas generales, tomadas de la norma ANSI/ISA (Rubio y Vásquez, 2011). Por su extensión, solo se muestran algunas; para más información se remite al lector a consultar directamente la norma ANSI/ISA,1992 o la versión más actualizada disponible.

Representación de elementos

Cada instrumento se debe representar en los diagramas mediante un símbolo y este debe estar acompañado por un número identificador o etiqueta.

Los números de los instrumentos en los lazos pueden tener información codificada relacionada con la planta, unidad de proceso o el área designada para ellos.

Por ejemplo, en la Figura 24 se reconocen: un círculo, un texto en la parte superior, un número en la parte inferior y una línea horizontal que separa el texto del número; cada parte cumple una función en el diagrama.

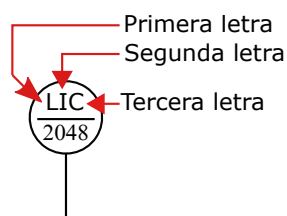


Figura 24: Instrumento básico.

En el texto que contiene tres letras, la primera letra indica la variable (en este caso nivel, L), la segunda letra es un indicador (o sea que tendrá un despliegue visual de la variable medida), la tercera letra indica la función de controlador (C). En la parte inferior aparece un número representando el lazo de control en la planta; en los siguientes párrafos se presentan más detalles.

Identificación de instrumentos

El método de identificación de la instrumentación depende también de la función realizada por el instrumento y no de su construcción o forma. Por ejemplo,

un transmisor de presión diferencial, cuando es conectado de un lado al tanque midiendo el nivel del líquido indirectamente, no se identifica como un transmisor de presión diferencial sino como un transmisor de nivel.

El tamaño estándar de los símbolos gráficos se encuentra en la norma. Todos los símbolos deben mantener las relaciones de tamaño estándar cuando el diagrama es incrementado o reducido.

Cada instrumento o función que va a ser identificado, es designado por un código alfanumérico o un número de etiqueta en mayúscula. En un lazo, las partes se identifican con una etiqueta generalmente común a todos los instrumentos o funciones pertenecientes al lazo. Como se mostró en la Figura 24, la identificación funcional de un instrumento o su equivalente funcional consiste de letras, que incluye una primera letra (designando la variable medida o inicial) y una o más letras sucesivas (designando las funciones ejecutadas). La identificación típica se muestra en la Tabla 3.

Tabla 3: Identificación con etiquetas

Identificación	Ejemplo: TIC-2050
TIC-2050	Identificación del instrumento en el diagrama P&ID
T	Primera letra indica la variable controlada o medida, temperatura.
IC	Segunda y tercera letra muestran la función I: Indicador C: controlador
2050	Número para identificar el lazo en el proceso.

Para otros elementos, en las Tablas 4 y 5 se muestran las correspondencias para las diferentes variables de proceso; las notas aclaratorias se describen más adelante.

La secuencia de identificación de instrumentos comienza con una letra de variable medida o inicial. La letra de funciones de lectura o pasivas siguen en el orden, y luego las funciones de salida. Sin embargo, las letras de modificador de variable, si se usan, se interponen inmediatamente después de la letra que modifican. Así, TDAL tiene dos modificadores: la primera letra D cambia la variable medida T en una nueva variable, "diferencial de temperatura"; la letra L restringe

la función A, para que represente una alarma de temperatura baja.

La identificación del lazo consiste de una letra de variable medida y un número. Cada instrumento del lazo tiene una única identificación. La numeración del lazo y sus instrumentos, puede ser paralela o serial. En la numeración paralela, se inicia una secuencia numérica por cada nueva primera letra, por ejemplo: TT-100, TC-100, TCV-100, FT-101, FC-101, FCV-101. En la numeración serial se utiliza una única secuencia numérica sin importar la primera letra, por ejemplo: TT-100, TC-101, TCV-102, FT-103, FC-104, FCV-105.

Si un lazo tiene más de un instrumento con la misma identificación funcional, un sufijo puede ser adicionado al número de lazo. Por ejemplo: TT-100A y TT-100B. Dichos sufijos deben ser en mayúscula.

Los accesorios auxiliares de dispositivos pueden ser o no mostrados en el diagrama, pero sí deben ser identificados funcionalmente con su etiqueta dentro del lazo en que se encuentran. Alternativamente, también es posible que el accesorio use la misma identificación funcional de su instrumento asociado, pero con una palabra de aclaración referente al accesorio. Por

ejemplo: Un termopozo usado con un termómetro TI-1, puede ser etiquetado como TW-1, pero también como TI-1 TERMOPOZO. El símbolo de círculo puede ser usado para etiquetar otros símbolos distintivos, tales como válvulas de control. Cuando este sea el caso, la línea conectando el círculo al símbolo del instrumento se dibuja cerca, pero sin tocarlo. Si se desea, es posible solo mostrar el símbolo de círculo.

Una nota aclaratoria breve puede ser adicionada contigua al símbolo o línea para clarificar la función del ítem. Por ejemplo, la notación "3-15 psig – AO" adyacente al símbolo de una válvula.

Las líneas de señales pueden ser dibujadas entrando o saliendo de una parte apropiada del instrumento a cualquier ángulo (es posible adicionar flechas para mostrar la dirección de la señal). Las designaciones de bloques de función y letras de etiquetas deben ser siempre dibujadas con orientación horizontal. La secuencia en la cual los instrumentos o función de un lazo son conectados en un diagrama, deben reflejar la lógica funcional o flujo de información, aunque este arreglo no será necesariamente correspondiente a la secuencia de conexión.

Tabla 4: Tabla con letras para indicación.

Letra	Primeras letras (1)			Letras sucesivas (15)	
	Columna 1	Columna 2	Columna 3	Columna 4	Columna 5
	<i>Variable medida / inicial</i>	<i>Modificador de la variable (10)</i>	<i>Función pasiva / de lectura</i>	Función activa / de salida	<i>Modificador de la función</i>
A	Análisis (2)(3)(4)		Alarma	Elección de usuario (5)	Elección de usuario (5)
B	Llama, combustión (2)		Elección de usuario (5)	Control (23a)(23e)	Cerrado (27b)
C	Elección de usuario (3a)(5)				Desviación (28)
D	Elección de usuario (3a)(5)	Diferencia, diferencial (11a)(12a)			
E	Voltaje (2)		Sensor, elemento primario		
F	Flujo, tasa de flujo (2)	Relación (12b)			
G	Elección de usuario		Vidrio, calibre, dispositivo de visión (16)		
H	Manual (2)				Alto (27a)(28a)(29)
I	Corriente eléctrica (2)		Indicador (17)		
J	Potencia (2)		Indicador (17)		

Es una práctica común, para los diagramas P&ID, omitir los símbolos de componentes de enclavamiento eléctrico. Por ejemplo: relés auxiliares, transformadores y otros componentes se detallan en un esquema eléctrico, y no en un P&ID.

Algunas notas aclaratorias de las Tablas 4 y 5

A continuación se muestran algunas notas aclaratorias de las Tablas 4 y 5, tomadas de American National Standard (2009) –no se pretende hacer una copia de la norma, solo traer las más empleadas–.

- (1) Las primeras letras se refieren a la variable medida o inicial, y si se requiere, es posible hacer una combinación entre la variable medida o inicial y un modificador de dicha variable. Por ejemplo: PD = Presión diferencial.
- (6) La letra U, como variable medida o inicial, identifica un instrumento o lazo que requiere múltiples puntos de medición u otras entradas, para generar una o varias salidas. Por ejemplo: un PLC que utilice varias medidas de temperatura y presión para regular la conmutación de varios interruptores on-off.

Tabla 5: Continuación tabla con letras para indicación.

Letra	Primeras letras (1)					Letras sucesivas (15)				
	Columna 1		Columna 2		Columna 3		Columna 4		Columna 5	
	<i>Variable medida / inicial</i>		<i>Modificador de la variable (10)</i>		<i>Función pasiva / de lectura</i>		<i>Función activa / de salida</i>		<i>Modificador de la función</i>	
K	Tiempo (2)		Tasa de cambio temporal (12c)(13)				Estación de control (24)			
L	Nivel (2)				Luz (19)				Bajo (27b)(28)(29)	
M	Elección de usuario (5)								Medio, intermedio (27c)(28)(29)	
N	Elección de usuario (5)				Elección de usuario (5)		Elección de usuario (5)		Elección de usuario (5)	
O	Elección de usuario (5)				Orificio, restricción				Abierto (27a)	
P	Presión (2)				Punto o conexión de prueba					
Q	Cantidad (2)		Integración, totalizador (11b)		Integración, totalizador					
R	Radiación (2)				Registro (20)				Ejecutar	
S	Velocidad, frecuencia (2)		Seguridad (14)				Interruptor (23b)		Parar	
T	Temperatura (2)						Transmisión, transmisor			
U	Multivariable (2)(6)				Multifunción (21)		Multifunción (21)			
V	Vibración, análisis mecánico (2)(4)(7)						Válvula (23c)(23e)			
W	Peso, fuerza (2)				Pozo, vaina, prueba					
X	Sin clasificar (8)		Eje X (11c)		Accesorios de dispositivos (2), sin clasificar (8)		Sin clasificar (8)		Sin clasificar (8)	
Y	Evento, estado, presencia (2)(9)		Eje Y (11c)				Dispositivos auxiliares (23d)(25)(26)			
Z	Posición, dimensión (2)		Eje Z (11c), sistemas instrumentados de seguridad (30)				Driver, actuador, elemento final de control sin clasificar			

- (10) Las combinaciones entre la variable medida o inicial y el modificador de la variable, deben ser seleccionadas de acuerdo con la manera como se mide o se modifica alguna propiedad.
- (11) Las variables medidas directamente, que deben ser consideradas como variables medidas o iniciales, para la numeración de un lazo incluirán (pero no limitado a esto): (a) Presión diferencial (PD) o temperatura diferencial (TD); (b) Totalizador de flujo (FQ).
- (14) La letra S, utilizada como modificador de variable, técnicamente no representa una variable de proceso medida; es usada para identificar elementos primarios y finales de control que se usan en la protección de condiciones de emergencias peligrosas (que no suceden normalmente) para el personal o equipamiento. Únicamente es posible cuando es utilizada junto a una variable medida o inicial o letras sucesivas. Por ejemplo: PSV significa válvula de seguridad de presión.
- (16) La letra G, usada como función pasiva o de lectura, debe ser usada en vez de la letra I para instrumentos o dispositivos que proveen una vista secundaria, tales como vidrios de nivel, manómetros, termómetros, vidrios de vista de flujo y televisores monitores.
- (17) La letra I, como función pasiva o de lectura, aplica a la lectura análoga o digital de una medición actual o señal de entrada a un instrumento discreto o unidades de visualización. También debe ser usado para el dial o indicación de una señal de salida generada
- (19) La letra L, como función pasiva o de lectura, identifica dispositivos o funciones que pretenden indicar, mediante luces indicadoras, el estado de operación normal o anormal, aclarando que no se usa para indicaciones de alarma.
- (23) Existen diferencias en significado, que deben ser consideradas cuando se seleccione entre funciones activas o de salida para las letras C, S, V y Y: (a) la letra C aplica a un dispositivo o función automático que recibe una señal generada por una variable medida o inicial y genera una señal de salida variable que es usada para modular o conmutar un dispositivo identificado con las letras V o Y, a un predeterminado "set point"; (b) la letra S aplica a un dispositivo o función que conecta, desconecta o transfiere una o más señales o circuitos que podrían ser actuados manual o automáticamente; (c) la letra V aplica a un dispositivo que module, conmute o encienda o apague un flujo de proceso, después de recibir una señal de salida generada por un dispositivo identificado con las letras C, S o Y; (d) la letra Y aplica a un dispositivo o función automático, actuado por una señal de un controlador (C), transmisor (T) o interruptor (S), que conecta, desconecta, transfiere, computa o convierte señales o circuitos; (e) las letras sucesivas CV no deben ser usadas para otra cosa que no sea una válvula de control autoaccionada.
- (24) La letra K, como función activa o de salida, debe ser usada para:
- (a) designar una estación de control accesible al operador, usada con un controlador automático que tiene un interruptor de modo de control (auto-manual); (b) dispositivos de control de arquitectura dividida o de bus de campo, donde las funciones del controlador están localizadas remotamente de la estación del operador.
- (25) La letra Y, como función activa o de salida, incluye dispositivos o funciones como: válvulas solenoides, relés y dispositivos de cómputo y convertidores.
- (26) La letra Y, como función activa o de salida, para señales por computar o convertir, cuando se muestre en el diagrama, debe ser definida afuera del símbolo gráfico con un símbolo apropiado de la Tabla 11.
- (29) Las letras H, L y M, como modificadores de función, y cuando se aplican a alarmas, corresponden a valores de la variable medida, no a valores de la señal actuante de la alarma. Por ejemplo: LAH significa alarma de nivel alto.

Nota 54. El usuario puede asignar variables o significados a las letras a elección de usuario y a los espacios en blanco. Cuando tales asignaciones se hagan, deben

ser documentadas en alguna parte del diagrama PyID (American National Standar, 2009).▲













Simbología gráfica

La forma de simbolizar toda la instrumentación o los dispositivos, se hace basándose en las reglas anteriormente expuestas y teniendo en cuenta las siguientes tablas, tomadas de American National Standar (2009). Solo se muestran algunas tablas y notas aclaratorias útiles para la formación en SAC; para información de toda la simbología, consulte la norma.

Las notas aclaratorias significan:

1. Los dispositivos y funciones representados por estos símbolos son: instrumentación de visualización y control compartido, basada en microprocesador, y con capacidad de comunicación de datos, donde las funciones son accesibles para el operador por displays o monitores. También, sistemas de control configurables tales como PLC, DCS, PC y transmisores inteligentes.
2. Estos símbolos deben ser usados si un símbolo gráfico no existe o el usuario no usa símbolos gráficos.

Tabla 6: Descripción general de símbolos para indicación.

Visualización y control compartido (1)				
A	B	C	D	
Primera elección o sistema de control de procesos básico (2)	Elección alternativa o sistema instrumentado de seguridad (3)	Software y sistemas de cómputo (4)	Discreto (5)	Ubicación y accesibilidad
				<ul style="list-style-type: none"> • Localizado en campo. • Sin panel, gabinete o consola de montaje. • Visible en campo. • Normalmente accesible al operador.
				<ul style="list-style-type: none"> • Localizado en la parte frontal de una consola o panel principal o central. • Visible en frente de panel o de un display. • Normalmente accesible al operador en un panel o consola.
				<ul style="list-style-type: none"> • Localizado en la parte trasera de una consola o panel principal o central. • No es visible en frente de panel o de un display. • No es normalmente accesible al operador en un panel o consola.

3. En vez de la letra T, podría ir también la C, I, R o S.
4. Los dispositivos y funciones representados por estos símbolos son configurados en sistemas de cómputo, tales como: controladores de proceso, optimizadores de proceso, controladores estadísticos de procesos, controladores avanzados, analizadores, ERP, MES, etc.
5. Los dispositivos y funciones representados por estos símbolos son basados en hardware o son independientes o están conectados a otros instrumentos, dispositivos o sistemas.
6. Accesibilidad incluye vista, ajustes de "set point", cambios de modo de operación y cualquier otra acción requerida para operar la instrumentación.

Tabla 7: Descripción de símbolos para indicación.





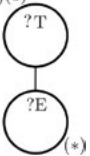
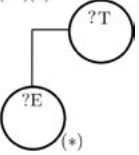

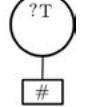
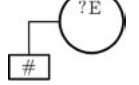
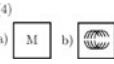







Símbolo	Descripción
	<ul style="list-style-type: none"> • Procesamiento de señal • Se localiza en la parte superior derecha del símbolo. Si la señal afectada por el procesamiento es la que se va a conectar, se localiza encima del símbolo. • Insertar símbolos de la Tabla 11.
	<ul style="list-style-type: none"> • Luz piloto
(1a)(2) 	<ul style="list-style-type: none"> • Elemento primario genérico • En (*) se coloca el tipo de elemento primario según la Tabla 8. • Insertar en una línea de proceso, tanque o equipo.
(1a)(2)(3) 	<ul style="list-style-type: none"> • Transmisor con elemento primario integrado • En (*) se coloca el tipo de elemento primario según la Tabla 8. • Insertar en una línea de proceso, tanque o equipo.
(1a)(2)(3) 	<ul style="list-style-type: none"> • Transmisor con elemento primario acoplado cerca. • La línea de conexión debe ser igual o menor de 6 mm. • En (*) se coloca el tipo de elemento primario según la Tabla 8. • Insertar en una línea de proceso, tanque o equipo.
(1a)(3) 	<ul style="list-style-type: none"> • Transmisor con elemento primario remoto • La línea de conexión debe ser igual o menor de 12 mm. • En (*) se coloca el tipo de elemento primario según la Tabla 8. • Insertar en una línea de proceso, tanque o equipo.
(1b)(3) 	<ul style="list-style-type: none"> • Transmisor con elemento primario integrado e insertado en una línea de proceso, tanque o equipo. • En (#) se coloca el tipo de elemento primario según la Tabla 9.
(1b)(3) 	<ul style="list-style-type: none"> • Transmisor con elemento primario acoplado cerca e insertado en una línea de proceso, tanque o equipo. • La línea de conexión debe ser igual o menor de 6 mm. • En (#) se coloca el tipo de elemento primario según la Tabla 9.
(1b)(3) 	<ul style="list-style-type: none"> • Transmisor con elemento primario remoto e insertado en una línea de proceso, tanque o equipo. • La línea de conexión debe ser igual o menor de 12 mm. • En (#) se coloca el tipo de elemento primario según la Tabla 9.

Tabla 8: Acrónimos usados para instrumentos.

Flow			
CFR = Constant flow regulator	OP = Orifice plate	PT = Pitot tube	
CONE = Cone	OP-CT = Corner taps	PV = Pilot venturi	
COR = Coriolis	OP-CQ = Circle quadrant	SNR = Sonar	VENT = Venturi tube
DOP = Doppler	OP-E = Eccentric	SON = Sonic	VOR = Vortex shedding
DSON = Doppler sonic	OP-FT = Flange taps	TAR = Target	WDG = Wedge
FLN = Flow nozzle	OP-MH = Multi-hole	THER = Thermal	
FLT = Flow tube	OP-P = Pipe taps	TTS = Transic time sonic	
LAM = Laminar	OP-VC = Vena contracta taps	TUR = Turbine	
MAG = Magnetic	PD = Positive displacement	US = Ultrasonic	
Level			
CAP = Capacitance	GWR = Guided wave radar	NUC = Nuclear	
d/p = Differential pressure	LSR = Laser	RAD = Radar	US = Ultrasonic
DI = Dielectric constant	MAG = Magnetic	RES = Resistance	
DP = Differential pressure	MS = Magnetostrictive	SON = Sonic	
Pressure			
ABS = Absolute	MAN = Manometer		
AVG = Average	P-V = Pressure-vacuum	VAC = Vacuum	
DFR = Draft	SG = Strain gage		
Temperature			
BM = Bi-metallic	RTD = Resistance temp detector	TCK = Thermocouple type K	
IR = Infrared	TC = Thermocouple	TCT = Thermocouple type T	
RAD = Radiation	TCE = Thermocouple type E	THRM = Thermistor	TRAN = Transistor
RP = Radiation pyrometer	TCJ = Thermocouple type J	TMP = Thermocouple	

Tabla 9: Descripción de símbolos para indicación.

Símbolo	Descripción
(4) a) 	<ul style="list-style-type: none"> Elemento primario de medición de flujo. Forma de medición: electromagnética.
	<ul style="list-style-type: none"> Elemento primario de medición de nivel. Forma de medición: desplazador internamente montado en tanque.
	<ul style="list-style-type: none"> Elemento primario de medición de nivel. Forma de medición: bola flotadora internamente montada en tanque. Puede ser instalada en la parte de arriba del tanque.
	<ul style="list-style-type: none"> Elemento primario para medición de presión. La forma de medición (*) según la Figura 2.1. Si el tipo de conexión se va a mostrar, se usan los símbolos de las conexiones de instrumento a proceso de esta tabla.
	<ul style="list-style-type: none"> Elemento primario para medición de temperatura. La forma de medición (*) según la Figura 8. Si el tipo de conexión se va a mostrar, se usan los símbolos de las conexiones de instrumento a proceso.
	<ul style="list-style-type: none"> Indicador visual de nivel de tanque. Indicador de vidrio integrado en tanque.
	<ul style="list-style-type: none"> Indicador visual de nivel de tanque. Indicador de vidrio integrado en tanque. Si el tipo de conexión se va a mostrar, se usan los símbolos de las conexiones de instrumento a proceso.
	<ul style="list-style-type: none"> Manómetro. Si el tipo de conexión se va a mostrar, se usan los símbolos de las conexiones de instrumento a proceso.

Continúa...

Tabla 9: Descripción de símbolos para indicación.

Sigue...
















Símbolo	Descripción
	<ul style="list-style-type: none"> Termómetro. Si el tipo de conexión se va a mostrar, se usan los símbolos de las conexiones de instrumento a proceso.
	<ul style="list-style-type: none"> Sello de diafragma a presión; con brida, roscado o soldado. Sello de diafragma químico; con brida, roscado o soldado. Si el tipo de conexión se va a mostrar, se usan los símbolos de las conexiones de instrumento a proceso.
	<ul style="list-style-type: none"> Sello de diafragma a presión soldado. Sello de diafragma químico soldado.
	<ul style="list-style-type: none"> Termopozo con brida. Vaina de prueba, con brida. Si el tipo de conexión se va a mostrar, se usan los símbolos de las conexiones de instrumento a proceso.
	<ul style="list-style-type: none"> Conexión de instrumento a proceso y equipos. Línea de impulso de proceso.
	<ul style="list-style-type: none"> Conexión genérica de instrumento a línea de proceso o equipos.
	<ul style="list-style-type: none"> Conexión de instrumento a proceso y equipos, con brida.
	<ul style="list-style-type: none"> Conexión de instrumento a proceso y equipos, roscada.
	<ul style="list-style-type: none"> Conexión de instrumento a proceso y equipos, soldada.
(1) 	<ul style="list-style-type: none"> Indica la alimentación de potencia al instrumento. Las siguientes abreviaturas se sugieren para denotar el tipo de alimentación: AS - Air supply AS - IA-Instrument Air AS - PA-Plant Air ES - Electric Supply GS - Gas Supply HS - Hydraulic Supply NS - Nitrogen Supply SS - Steam Supply WS - Water Supply <p>El nivel de alimentación (supply) puede ser adicionado a la línea de alimentación del instrumento, p. e.: AS-100, a 100-PSIg air supply; ES-24DC, a 24-volt direct current power supply.</p>
(2) 	<ul style="list-style-type: none"> Señal indefinida.
(2) 	<ul style="list-style-type: none"> Señal neumática, continua o discreta.
(2) 	<ul style="list-style-type: none"> Señal eléctrica, continua o discreta.
(2) 	<ul style="list-style-type: none"> Conexión o enlace mecánico.
(2) 	<ul style="list-style-type: none"> Enlace de comunicación por medio de bus de campo para DCS, PLC, PC y sistemas dedicados.

Tabla 10: Descripción de símbolos para indicación de válvulas y actuadores.


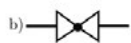













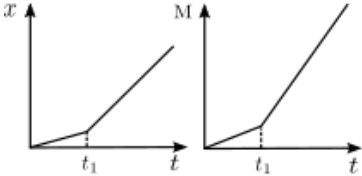


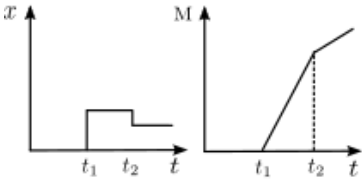


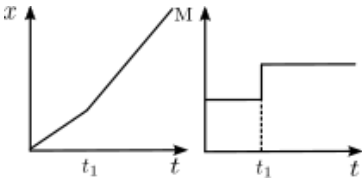







Símbolo	Descripción
<p>(1)(2)</p> <p>a) </p> <p>b) </p> <p>c) </p>	<ul style="list-style-type: none"> • Válvula de dos vías genérica. • Válvula de globo recta. • Válvula de globo puerta.
<p>(2) </p>	<ul style="list-style-type: none"> • Válvula de tres vías genérica. • Válvula de tres vías de globo. • La flecha indica en camino del flujo no actuado o de falla.
<p>(2) </p>	<ul style="list-style-type: none"> • Válvula de bola.
<p>(6) </p>	<ul style="list-style-type: none"> • Tanque acumulador.
<p>(7) </p>	<ul style="list-style-type: none"> • Actuador genérico. • Actuador de diafragma.
<p>(7) </p>	<ul style="list-style-type: none"> • Actuador de diafragma con posicionador.
<p>(7) </p>	<ul style="list-style-type: none"> • Actuador operado por motor (eléctrico, neumático o hidráulico). • Acción rotatoria o no lineal.
<p>(7) </p>	<ul style="list-style-type: none"> • Actuador solenoide modulante. • Acción solenoide on-off.
<p>(7) </p>	<ul style="list-style-type: none"> • Actuador genérico con manipulador manual.
<p>(7) </p>	<ul style="list-style-type: none"> • Actuador manual.
<p></p>	<ul style="list-style-type: none"> • Regulador reductor de presión con tap central.

Tabla 11: Descripción de símbolos para acciones de control y controladores.

Función	Ecuación	Definición
Símbolo	Gráfica	
Proporción	$M = Kx$ ó $M = Px$	
(3) a)  b) 		<ul style="list-style-type: none"> Salida proporcional a la entrada. K y P: constantes de proporcionalidad.
Integral	$M = \frac{1}{T_i} \int x dt$	
(3) a)  b) 		<ul style="list-style-type: none"> La salida varía en función de la magnitud y tiempo de duración de la entrada. K y P: constantes de proporcionalidad.
Derivada	$M = T_D \frac{dx}{dt}$	
(3) a)  b) 		<ul style="list-style-type: none"> La salida varía en función de la tasa de cambio temporal de la entrada. T_D: tiempo derivativo.
Conversión		La señal de entrada de un tipo se convierte en una señal de salida de otro tipo:
		
		
		
		
		
		
		
		<ul style="list-style-type: none"> A: análoga B: binaria D: digital E: tensión V: voltaje F: frecuencia H: hidráulica I: corriente O: electromagnética P: neumática R: resistencia.



(a)



(b)



Universidad
del Valle

Programa  Editorial

**Vicerrectoría de
Investigaciones**

Universidad del Valle
Campus Meléndez
Calle 13 N° 100-00, Cali

Tfnos.: (57) 602 3212227 | 602 3212100 ext. 7687
Edificio Administración Central E01, espacio 1001
<https://programaeditorial.univalle.edu.co>
programa.editorial@correounivalle.edu.co
    | [programaeditorialunivalle](http://programaeditorialunivalle.edu.co)