Capítulo 8

SOLUCIÓN A LOS PROBLEMAS DE INGENIO

Lástima que hayas tenido que llegar hasta aquí. Pero no te preocupes, que no se lo diremos a nadie.

Torres de Hanoi

Podemos representar el estado del juego con un vector de *N* posiciones. La posición *i-ésima* representa la columna *{1,2,3}* en la que se encuentra la anilla de radio *i*. Por ejemplo, para *N=4* anillas el estado inicial es *(1,1,1,1)*, el estado objetivo final es *(3,3,3,3)*, y en la figura 232 también se representa el estado *(2,2,1,3)*.

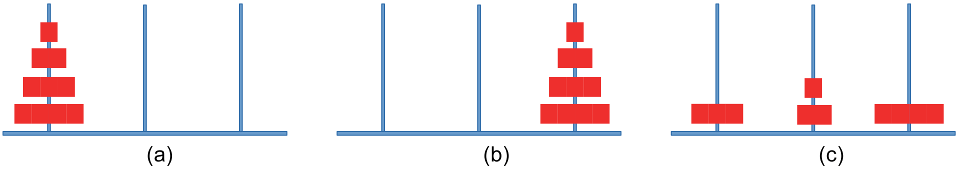

Figura 232. Juego de las Torres de Hanoi: (a) posición inicial; (b) posición final; (c) una posición intermedia válida

Entonces, el algoritmo que nos lleva de la posición inicial a la final se puede obtener del grafo de la figura 233 (se ha dibujado solo con *N=3* anillas), que representa los estados válidos y sus transiciones. Este grafo es similar al fractal de Sierpinski.

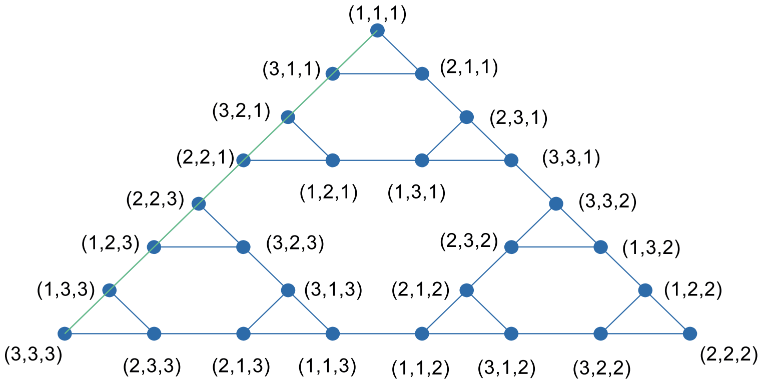

Figura 233. Diagrama de estados de las Torres de Hanoi. En color verde está la solución. El espacio de movimientos es análogo al fractal de Sierpinski

Y resulta que los genes están organizados también así (unos genes regulan la expresión de otros), de modo que no debería sorprender que aparezcan fractales en la naturaleza, como veremos más adelante. Además, la naturaleza logra así fabricar cuerpos complejos a partir de especificaciones genéticas simples.

Dinero de bolsillo

Vamos a solucionar este problema eliminando las ambigüedades del lenguaje hablado y, para ello, nada mejor que plantear la matriz de pagos, en la figura 234, suponiendo —sin pérdida de generalidad— que cada uno puede llevar dinero por valor de 100, 200 o 300. Allí se pueden descartar las filas y columnas dominadas, con lo que se ve que la estrategia óptima para cada uno es llevar lo menos posible, en este caso 100, con lo cual quedarán empatados.

De donde se deduce que conviene llevar lo menos posible. La próxima vez que vayas a jugar este juego, no lleves nada de dinero en los bolsillos.

		Luisita		
		100	**200**	**300**
Juanito	**100**	0	200	300
	200	-200	0	300
	300	-300	-300	0

Figura 234. Matriz de pagos para dinero de bolsillo

Nave espacial

Hay muchas formas de hacer naves espaciales (*spaceships*) que se muevan horizontalmente. La más pequeña de todas la encuentras en la figura 235 y es una variante de la mostrada en el enunciado del problema. Requiere 4 tics de reloj para avanzar dos celdas.

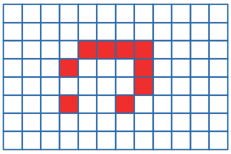

Figura 235. El* spaceship *de movimiento horizontal más pequeño que existe

Velocidad de la luz

La teoría es correcta: la velocidad máxima teórica a la que puede viajar un objeto es una celda por tic de reloj. Sin embargo, durante algún tiempo no se encontró cómo hacerlo y se pensó que el *glider* era el objeto que podía viajar más rápido en el autómata celular *LIFE* en forma diagonal (una celda cada 4 tics) y el *spaceship* de la figura 235 en forma horizontal (dos celdas cada 4 tics). Después de todo, son los patrones más pequeños que se mueven sin destruirse. Además, patrones más grandes suelen requerir más tiempo para avanzar. Sin embargo, ya se conocen estructuras que alcanzan la máxima velocidad posible de 1 celda por tic y el truco está en que no se propagan en el "vacío" sino que requieren un cable previamente instalado. En la figura 236 podemos ver el cable y una señal desplazándose de derecha a izquierda. Está incompleta, pues hay que añadir un poco más de infraestructura para que el cable no se destruya en el proceso.

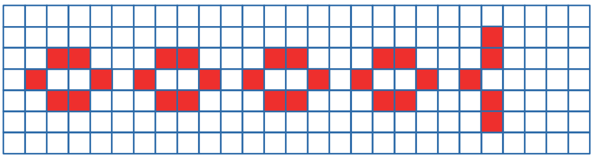

Figura 236. Patrón lightspeed-telegraph

Y en la figura 237 podemos ver otra señal desplazándose de izquierda a derecha por el cable horizontal central.

Al respecto hay también una especie de broma, con un *spaceship* del que la gente afirma que se mueve más rápido que la luz. El patrón se llama *stargate*. Obviamente, no supera la velocidad de la luz, pero el truco es bonito y se basa en construir (o no) otro spaceship adelantado, en función de si llega (o no) el original. Búscalo en *GOLLY*.

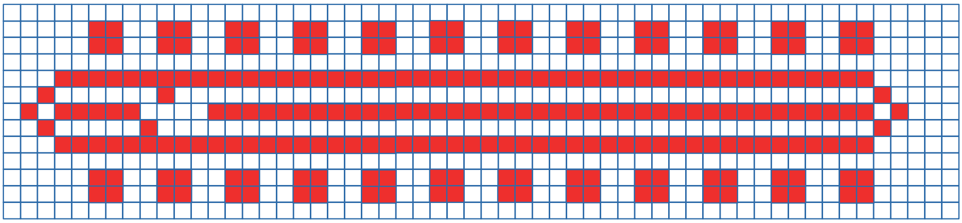

Figura 237. Patrón lightspeed-wire

Bandera francesa

El *software* completo lo realizó el ingeniero Eider Falla, mientras era estudiante nuestro en la Universidad del Valle. Nos lo ha cedido amablemente escrito en Java y en tres versiones, de modo que si quieres ver cómo funciona, se encuentra publicado en https://goo.gl/EB4gTq. Aquí vamos solamente a dar un esbozo de cómo hacerlo.

Definimos los estados básicos:

- Q: estado quiescente del entorno
- I: estado inicial del segmento
- P: perturbación inicial
- R: rojo
- B: blanco
- A: azul

Se parte de un segmento contiguo de células en estado I, con un extremo en estado P y rodeadas de todas las demás células en estado Q.

La función de transición de estados es sencilla, pero larguísima, concretamente muchos condicionales:

if estado == 'P' and celdaIzquierda == 'Q' then estado = 'A'
if estado == 'I' and celdaIzquierda == 'A' then estado = 'A'

Con estas dos líneas se logra que la perturbación inicial propague el color azul hacia la derecha. Hay que propagar más cosas, claro. Para ello se introducen estados adicionales que ayudan a propagar el color:

- Z: frente azul. Velocidad = 1 célula por ciclo
- N: frente blanco. Velocidad = 1 célula por cada 2 ciclos
- J: frente rojo. Velocidad = 1 célula por cada 5 ciclos
- E: estabilizador. Velocidad = 1 célula por ciclo

Z, N y J se generan a partir de la ocurrencia de P.

Para lograr la velocidad requerida, se desdobla N en {N1, N0}; y J en {J4, J3, J2, J1, J0}, que actuarán a manera de contadores. Y la señal E se genera en dirección contraria, en el momento en que el frente de onda Z llegue al extremo opuesto. Su misión es estabilizar N y J, como puede verse en la figura 238.

Queda por solucionar cómo lograr que se restaure la bandera cuando se rompa el segmento. Para ello hay que introducir más estados:

- TR: marcará el extremo rojo en el momento de salir la onda J.
- TA: marcará el extremo azul en el momento de salir la onda E.

Con estos estados se aísla el segmento de las células Q. Cuando el segmento se rompe, habrá dos células {R, B o A} en contacto con Q, y esta condición servirá para disparar el estado P en esas células y volver a empezar.

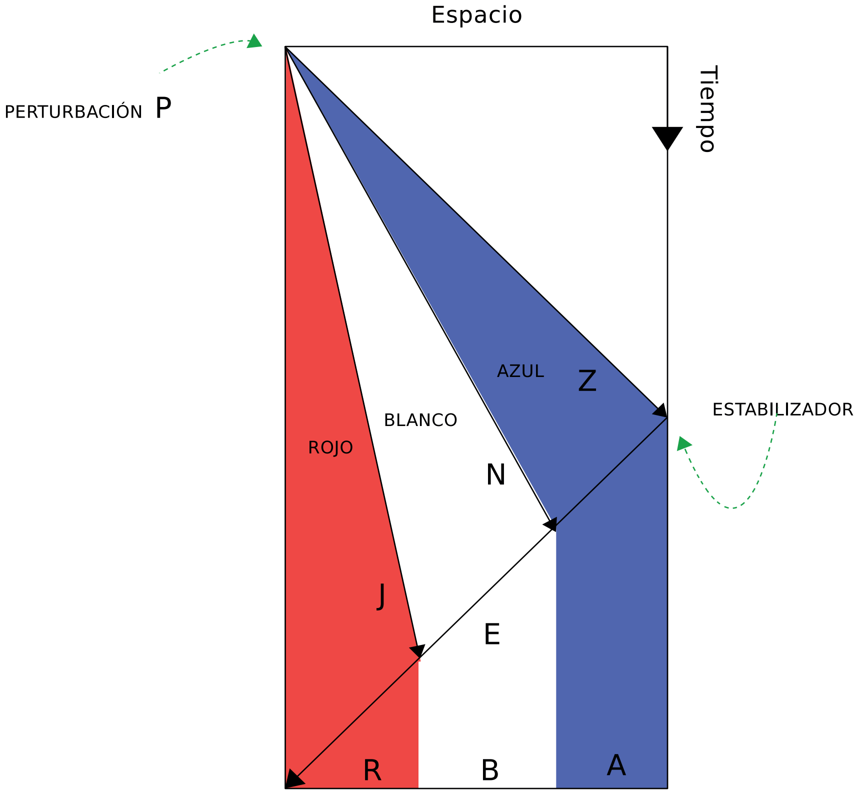

Figura 238. Señales que deben transmitirse en la bandera francesa

Para respetar la polaridad de la bandera, si el frente azul llega al extremo TA, sabe que la orientación es la correcta. Mientras que, si llega al extremo TR, sabe que debe volver a empezar, cambiando TR por P para reiniciar el proceso en el extremo correcto.

Este problema es muy interesante porque simula varios fenómenos biológicos:

- La diferenciación de las células a partir de una única germinal.
- La distribución de tareas en una colonia de hormigas: un porcentaje fijo de hormigas se dedica a cada tarea, aunque se suprima una parte de la colonia. Piense que no hay ninguna hormiga contando a las demás para distribuirlas en grupos.
- La regeneración de una estrella de mar o una hidra, cuando sufren un corte. No hay un control centralizado que decida como volver a hacer crecer un miembro roto. Solo hay comunicación local entre células.
- La coloración de peces y otros animales como cebras, guepardos, tigres y un sinnúmero más. De nuevo el cerebro no se encarga de decidir el color de cada célula de la piel, pues sería un trabajo terrible. Ni como estirar las manchas conforme el animal va creciendo. Cada célula decide de qué color ponerse en función de lo que hagan sus vecinas. En muchos casos salen dibujos fractales o similares a los autómatas celulares 1D como la regla 30 (Figura 239). Aunque en otros casos proceden de un proceso evolutivo, como las mariposas que parece que tienen unos ojos pintados en las alas, con lo cual asustan a sus depredadores y sobreviven más, dejando más hijos parecidos a ellas.

Figura 239. El molusco Conus Textile

Fuente: Richard Ling (richard@research.canon.com.au).
Lugar: Cod Hole, Great Barrier Reef, Australia, CC BY-SA 3.0. Disponible en: https://goo.gl/hzTpDh

Los algoritmos distribuidos como estos son muy interesantes en vida artificial, física digital e inteligencia artificial. Dado que no hay un control central, es complicado diseñar algoritmos para esta arquitectura. A pesar de ello hay aportes interesantes en votaciones mayoritarias y sincronización de eventos (Cristian, 1989).

Para saber más

La mayoría de los autores de estos problemas son anónimos. Me los contaron frente a unas cañas o proceden de revistas de entretenimiento donde no aparecen referencias.

Los problemas de ingenio son un pasatiempo divertido, despiertan nuestra creatividad, sirven para aumentar nuestro coeficiente intelectual y mantienen joven nuestro cerebro. Los seleccionados aquí, demás, iluminan algunos de los temas que se abordan en este libro.

A continuación indico cuatro libros donde hay recopilaciones de estos problemas.

- Juan José Rivera Gómez (1981). *Comecocos I*. Madrid: Editorial Álamo.

Un libro muy viejo con muchos problemas de ingenio, la mayoría sencillos pero contiene también algunas joyas como "La mayor toca el piano", que te propongo para que lo resuelvas y te animes a leer el libro completo: dos amigos matemáticos se encuentran por la calle después de mucho tiempo sin verse y se cuentan sus vidas.

—Tengo 3 hijas.

—¿De qué edades?

—Es muy sencillo. El producto de sus edades es 36.

—Necesito más datos.

—Si sumas sus edades te da el número de la calle en la que estamos.

El amigo mira hacia arriba, al cartel con el número de la calle y exclama: ¡con eso tampoco es suficiente!

—Tienes razón. Te daré una última pista: la mayor toca el piano.

—¡Ah! Ahora sí. Ya sé sus edades.

¿Cuáles son las edades de las tres hijas?

- Lewis Carroll (1979). *Matemática demente*. Barcelona: Tusquets Editores.

Del mismo autor de *Alicia a través del espejo*. Contiene un cuento espectacular, "Lo que le dijo la tortuga a Aquiles", que demuestra que incluso para aplicar la lógica se necesita sentido común. Si hay reglas, se requieren metarreglas, para que las primeras no sean abusadas. Y hay luego unos pocos problemas de ingenio que hacen reflexionar sobre cosas cotidianas como: ¿Por qué los espejos invierten izquierda y derecha, pero no arriba y abajo?

- Martin Gardner (1992). *Inspiración Ajá*. Barcelona: Editorial Labor.

Este libro es técnicamente el mejor, el más complejo y que toca muchos aspectos de las matemáticas, no solo la lógica.

- Raymond Smullyan (1978). *¿Cómo se llama este libro?* El enigma de Drácula y otros pasatiempos lógicos. Madrid: Prentice Hall.

Este libro también es muy bueno, por el tipo de preguntas que tienen respuesta lógica a pesar de que el escenario es muy desfavorable (personas que a veces mienten pero a veces no, personas que se olvidan de quienes son y cosas así).

Referencias

Libros, artículos y enlaces web

Cristian, F. (1989). Probabilistic clock synchronization. *Distributed Computing, 3*(3), pp. 146-158. DOI: https://doi.org/10.1007/BF01784024