

EL CAPACITOR SERIE CONTROLADO POR TIRISTORES (TCSC)

RESUMEN

Se sabe que la transmisión de potencia de C.A. a través de grandes enlaces, está limitada principalmente por su impedancia serie. La compensación por medio de capacitores serie fijos es un recurso usado desde hace décadas para tratar de reducir la impedancia de las líneas e incrementar la transmisión de potencia a través de ellas. Con el desarrollo de los dispositivos FACTS se ha demostrado que la compensación variable serie es efectiva, tanto para el control del flujo de potencia en las líneas, como para el mejoramiento de la estabilidad transitoria.

ESTRUCTURA DEL TCSC

El capacitor serie controlado por tiristores (TCSC) es un dispositivo FACTS de primera generación que se utiliza como compensador serie. Con el desarrollo del TCSC se ha logrado obtener una compensación variable, que ayuda a resolver problemas de estabilidad de voltaje, mejoramiento de la estabilidad transitoria, amortiguamiento de oscilaciones de potencia, y el incremento del flujo de potencia a través de las líneas de transmisión.

En la figura 3.1 este dispositivo está caracterizado por rápida respuesta, amplio rango de operación y alta confiabilidad. Es un dispositivo basado en tiristores en conjunto con un banco de capacitores y reactores (inductores). La configuración más común para este dispositivo, es un capacitor fijo en paralelo con un reactor controlado por tiristores (TCR).

Reactor controlado por tiristores (TCR)

El reactor controlado por tiristores (TCR) consiste de un reactor o inductancia L y dos tiristores en antiparalelo. En la práctica, se conecta un conjunto de tiristores (típicamente entre 10 y 40) en serie para alcanzar los niveles de voltaje requeridos. Aplicando simultáneamente un pulso de disparo a las compuertas de los tiristores, éstos entran en conducción. Los tiristores automáticamente conmutan cuando la corriente que circula por ellos cae por debajo de una corriente mínima de conducción (idealmente esta corriente es cero). La forma de controlar este dispositivo es variando el ángulo de disparo de los tiristores.

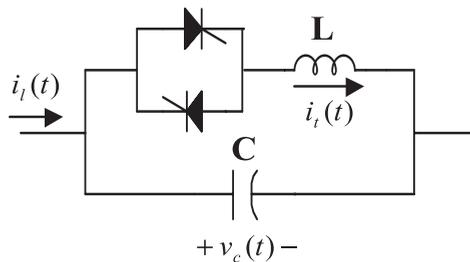


figura3.1 Módulo básico de un TCSC

La corriente del TCR es esencialmente reactiva atrasada 90° con respecto al voltaje. El componente activo de la corriente es muy pequeño y, por lo tanto, las pérdidas del dispositivo son despreciables; éstas se encuentran en el rango de 0.5-2% de la potencia reactiva. Por lo tanto, una de las suposiciones comunes es despreciar la resistencia del inductor.

El ángulo de disparo α se define como el ángulo en grados eléctricos tomando como referencia el cruce por cero de la señal de sincronización, ésta señal puede ser el voltaje a través del TCR o la corriente de la línea. Los tiristores son disparados en forma simétrica y el rango de control se encuentra entre 0° y 90° . Se obtiene conducción total al aplicar un ángulo de disparo de 90° , y conducción parcial para ángulos de disparo entre 0° y 90° . El componente fundamental de la corriente se reduce a medida que el ángulo de disparo se incrementa. Esto es equivalente a incrementar la reactancia inductiva del TCR; por lo tanto, se puede decir que el TCR se comporta como una reactancia inductiva variable a frecuencia fundamental.

En la actualidad se encuentran en operación dos TCSC en los Estados Unidos. El primero de ellos el TCSC de 500 kV en la subestación C.J. Slatt de la BPA (Bonneville Power Administration) en el estado de Oregon, manufacturado por General Electric (GE) [1]; y el segundo en la subestación de Kayenta de la WSCC de 230 kV, ubicada en el estado de Arizona; éste manufacturado por Siemens AG [2].

El TCSC de la subestación Slatt consta de seis módulos idénticos de tiristores en serie en cada una de las fases. Cada módulo incluye un capacitor, un varistor, y un reactor controlado por tiristores (TCR). El principal objetivo de este dispositivo es el amortiguamiento de resonancia subsíncrona, el soporte de voltaje, y el mejoramiento de la estabilidad transitoria.

El TCSC instalado en la subestación Kayenta, consta de dos bancos de capacitores serie de 55Ω cada uno, de 165 Mvar y 1000 A. Uno de los bancos es operado como compensador fijo y el segundo es dividido para obtener una compensación fija de 40Ω a 120 Mvar, mientras el segundo segmento está en configuración TCSC de 45 Mvar. Este TCSC fue instalado para incrementar el nivel de transmisión de la línea de 230 kV entre Glen Canyon and Shiprock.

MODOS DE OPERACIÓN DEL TCSC

El dispositivo TCSC opera básicamente en tres modos:

- Modo de bloqueo o no-conducción.
- Modo de conducción.
- Modo vernier.

Para el modo de bloqueo o no-conducción no circula corriente por los tiristores, y se puede decir que, en este caso, los tiristores se comportan como un interruptor abierto. Si los tiristores se encuentran conduciendo en todo momento, se dice que el dispositivo está operando en *modo de conducción*; para este caso los tiristores se comportan como un interruptor cerrado. El modo de operación donde normalmente opera el dispositivo se denomina *modo vernier*. En este caso los tiristores conducen de forma parcial formando un ciclo sucesivo de encendido/apagado.

A continuación se analiza cada uno de estos modos operativos, iniciando por las características de estado estacionario del TCSC, que son similares a un circuito RLC en paralelo con inductancia variable.

Características de estado estacionario

El sistema de la figura 3.2 representa un sistema máquina barra-infinita, en el cual se encuentra conectado un TCSC. Se asume que el generador mantiene un voltaje en terminales $E_s(t)$, mientras en la barra-infinita se tiene $E_r(t)$, donde:

$$E_s(t) = E_m \sin(\omega t + \delta) \quad (4)$$

$$E_r(t) = E_m \sin(\omega t) \quad (5)$$

Se define un voltaje $E_d(t)$ como la diferencia de voltajes:

$$E_d(t) = E_s(t) - E_r(t) \quad (6)$$

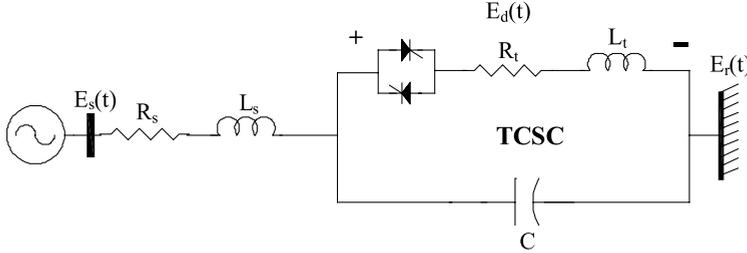


Figura 3.2 TCSC inserto en una línea de transmisión

$$E_d(t) = E_m \sin(\omega t + \delta) - E_m \sin(\omega t)$$

$$E_d(t) = E_m [\sin(\omega t) \cos(\delta) + \sin(\delta) \cos(\omega t)] - E_m \sin(\omega t)$$

$$E_d(t) = E_m (\sin(\omega t) \cos(\delta) + \sin(\delta) \cos(\omega t)) - E_m \sin(\omega t)$$

$$E_d(t) = E_m \sin(\delta) \cos(\omega t) + E_m (\cos(\delta) - 1) \sin(\omega t) \quad (7)$$

Si $A = E_m \sin(\delta)$ y $B = E_m (\cos(\delta) - 1)$, aplicando la igualdad trigonométrica se tiene:

$$A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t) = \sqrt{A^2 + B^2} \cos\left(\omega t + \arctan\left(-\frac{B}{A}\right)\right) \quad (8)$$

Por lo tanto:

$$E_d(t) = E_{dm} \cos(\omega t + \delta_d) \quad (9)$$

donde:

$$E_{dm} = 2E_m \sin(\delta_d) \quad (10)$$

$$\delta_d = \frac{\delta}{2} \quad (11)$$

Modo de bloqueo

Para el modo operativo donde los tiristores no conducen, $i_t(t) = 0$, el dispositivo se comporta como un capacitor fijo; por lo tanto, el sistema de potencia mostrado en la figura 3.2 se reduce al de la figura 3.3

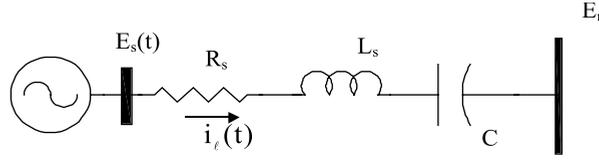


Figura 3.3 Sistema en modo de bloqueo

Usando análisis fasorial se calculan la corriente de línea $i_l(t)$ y el voltaje en el capacitor $v_c(t)$.

$$E_{dm} \angle \delta_d = \left[R_s + j \left(\omega L_s - \frac{1}{\omega C} \right) \right] I_l \quad (12)$$

$$I_l = \frac{E_{dm}}{\sqrt{R_s^2 + \left(\omega L_s - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \angle \delta_d - \varphi \quad (13)$$

donde:

$$\varphi = \arctan \left(\frac{\omega L_s - \frac{1}{\omega C}}{R_s} \right) \quad (14)$$

$$V_c = I_l X_C \quad (15)$$

$$V_c = \frac{E_{dm}}{\omega C \sqrt{R_s^2 + \left(\omega L_s - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \angle \left(\delta_d - \varphi - \frac{\pi}{2} \right) \quad (16)$$

En el dominio del tiempo,

$$v_c(t) = \frac{E_{dm}}{\omega C \sqrt{R_s^2 + \left(\omega L_s - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \sin \omega t + \delta_d - \varphi \quad (17)$$

$$i_l(t) = 0 \quad (\text{corriente en tiristores}) \quad (18)$$

$$i_l(t) = \frac{E_{dm}}{\sqrt{R_s^2 + \left(\omega L_s - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \cos \omega t + \delta_d - \varphi \quad (19)$$

Modo de conducción

Para el modo de conducción el circuito a analizar es el que se presenta en la figura 3.4:

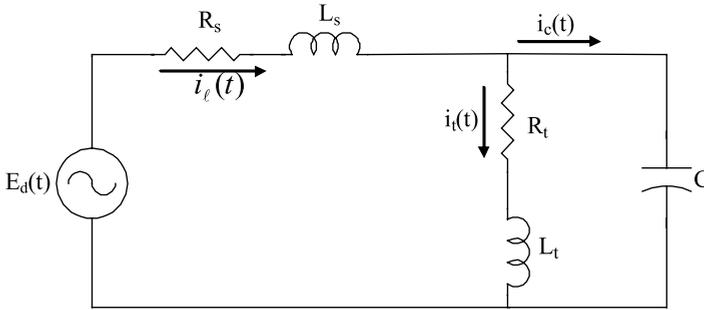


Figura 3.4 Sistema en modo de conducción

Usando análisis fasorial se obtiene el estado estacionario del voltaje en el capacitor $v_c(t)$, la corriente en los tiristores $i_t(t)$, la corriente en el capacitor $i_c(t)$, y la corriente en la línea $i_l(t)$.

Definiendo:

$$Z_t = R_t + j\omega L_t$$

$$Z_l = R_s + j\omega L_s$$

Aplicando la ley de voltaje y corriente de Kirchoff se plantean las siguientes ecuaciones:

$$E_{dm} \angle \delta_d - Z_l I_l = V_c \quad (20)$$

$$I_l = I_c + I_t \quad (21)$$

Resolviendo para V_c , I_c , I_t e I_l , se obtiene:

$$V_c = \frac{|Z_t|}{|Z_\Delta|} E_{dm} \angle (\delta_d + \varphi_t - \varphi_\Delta) \quad (22)$$

$$I_c = \frac{\omega C |Z_t|}{|Z_\Delta|} E_{dm} \angle \left(\delta_d + \varphi_t - \varphi_\Delta + \frac{\pi}{2} \right) \quad (23)$$

$$I_t = \frac{1}{|Z_\Delta|} E_{dm} \angle (\delta_d - \varphi_\Delta) \quad (24)$$

$$I_l = V_c \left(\frac{1}{Z_t} + \frac{1}{X_C} \right) \quad (25)$$

En el dominio del tiempo:

$$v_c(t) = \frac{|Z_t|}{|Z_\Delta|} E_{dm} \cos(\omega t + \delta_d + \varphi_t - \varphi_\Delta) \quad (26)$$

$$i_c(t) = -\frac{\omega C |Z_t|}{|Z_\Delta|} E_{dm} \sin(\omega t + \delta_d + \varphi_t - \varphi_\Delta) \quad (27)$$

$$i_t(t) = \frac{E_{dm}}{|Z_\Delta|} \cos(\omega t + \delta_d - \varphi_\Delta) \quad (28)$$

$$i_l(t) = \frac{E_{dm}}{|Z_\Delta|} \left[\cos(\omega t + \delta_d - \varphi_\Delta) - \omega C |Z_t| \sin(\omega t + \delta_d + \varphi_t - \varphi_\Delta) \right] \quad (29)$$

donde:

$$|Z_t| = \sqrt{R_t^2 + (\omega L_t)^2} \quad (30)$$

$$\varphi_t = \arctan \left(\frac{\omega L_t}{R_t} \right) \quad (31)$$

$$Z_\Delta = |Z_\Delta| \angle \varphi_\Delta \quad (32)$$

$$|Z_\Delta| = \sqrt{Z_1^2 + Z_2^2} \quad (33)$$

$$\varphi_\Delta = \arctan \left(\frac{Z_2}{Z_1} \right) \quad (34)$$

$$Z_1 = R_s + R_t - \omega^2 C (R_s L_t + R_t L_s) \quad (35)$$

$$Z_2 = \omega (R_s R_t C + L_t + L_s) - \omega^3 L_s L_t C \quad (36)$$

Modo vernier

El modo vernier es el principal modo de operación del TCSC, donde su comportamiento se controla mediante el ángulo de disparo de los tiristores α , obteniendo así una conducción parcial por parte de los tiristores. El ángulo de disparo puede considerarse como referencia, ya sea el cruce por cero del voltaje en el capacitor, o el de la corriente que circula por la línea.

Para obtener las características del dispositivo en este modo de operación, el sistema de potencia mostrado en la figura 3.2 se considera toman-

do en cuenta dos representaciones en el espacio de estados, de acuerdo con el estado de los tiristores: cuando no hay conducción por ellos, y cuando se encuentran en conducción. Así, el análisis se realiza por medio de una sucesión periódica de sistemas lineales de dimensión variable.

No-conducción

El sistema durante el intervalo de no-conducción se muestra en la figura 3.5 En este modo de operación sólo existen dos variables de estado: el voltaje en el capacitor $v_c(t)$, y la corriente de la línea $i_l(t)$.

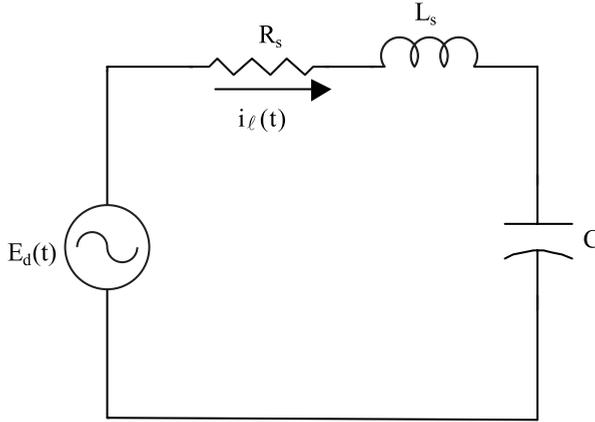


Figura 3.5 Sistema sin conducción de tiristores

Aplicando leyes de Kirchoff se tiene:

$$E_d(t) = R_s i_l(t) + L_s \frac{d}{dt} i_l(t) + v_c(t) \quad (37)$$

$$v_c(t) = \frac{1}{C} \int i_l(t) dt \quad (38)$$

$$\frac{d}{dt} v_c(t) = \frac{1}{C} i_l(t) \quad (39)$$

$$\frac{d}{dt} i_l(t) = -\frac{R_s}{L_s} i_l(t) - \frac{1}{L_s} v_c(t) + \frac{1}{L_s} E_d(t) \quad (40)$$

En representación de estado se tiene:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_c(t) \\ i_l(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L_s} & -\frac{R_s}{L_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c(t) \\ i_l(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L_s} \end{bmatrix} E_d(t) \quad (41)$$

Conducción

Cuando los tiristores conducen, el sistema analizado es el que se muestra en la figura 3.4 En este modo de operación las variables de estado son: voltaje en el capacitor $v_c(t)$, corriente en los tiristores $i_t(t)$, y la corriente en la línea $i_l(t)$.

Aplicando leyes de Kirchhoff se obtiene:

$$\frac{d}{dt} v_c = \frac{1}{C} i_l(t) - \frac{1}{C} i_t(t) \quad (42)$$

$$\frac{d}{dt} i_l(t) = -\frac{R_s}{L_s} i_l(t) - \frac{1}{L_s} v_c(t) + \frac{1}{L_s} E_d(t) \quad (43)$$

$$\frac{d}{dt} i_t(t) = -\frac{R_t}{L_t} i_t(t) + \frac{1}{L_t} v_c(t) \quad (44)$$

En forma de variables de estado:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_l(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_t}{L_t} & \frac{1}{L_t} & 0 \\ -\frac{1}{C} & 0 & \frac{1}{C} \\ 0 & -\frac{1}{L_s} & -\frac{R_s}{L_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_l(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_s} \end{bmatrix} E_d(t) \quad (45)$$

Debido al cambio en el modo de operación provocado por la conmutación de los tiristores, el sistema experimenta un cambio de dimensiones, pasando de un sistema de $n-1$ variables de estado, a uno de n variables de estado, y viceversa. Para evitar este cambio de dimensiones el TCSC se modela como una ecuación de estados periódica no homogénea; considerando la conmutación de los tiristores mediante la función de conmutación $s(t)$ [3], se tiene:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_l(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_t}{L_t} & \frac{s(t)}{L_t} & 0 \\ -\frac{s(t)}{C} & 0 & \frac{1}{C} \\ 0 & -\frac{1}{L_s} & -\frac{R_s}{L_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_l(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_s} \end{bmatrix} E_d(t) \quad (46)$$

donde:

$s(t) = 1$: Tiristores conduciendo

$s(t) = 0$: Tiristores bloqueados (no-conducción)

De acuerdo con el valor de $s(t)$ la matriz de estados A será de dos formas:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{R_t}{L_t} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C} \\ 0 & -\frac{1}{L_s} & -\frac{R_s}{L_s} \end{bmatrix} \quad (47)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{R_t}{L_t} & \frac{1}{L_t} & 0 \\ -\frac{1}{C} & 0 & \frac{1}{C} \\ 0 & -\frac{1}{L_s} & -\frac{R_s}{L_s} \end{bmatrix} \quad (48)$$

Donde A_1 denota al sistema cuando no conducen los tiristores, mientras A_2 denota al sistema con los tiristores en conducción. Ya que la matriz A_1 se usa para el caso donde los tiristores no están en conducción, entonces se asume que $i_t(t_0) = 0$.

La solución general a la ecuación de estado no homogénea [4]:

$$\frac{d}{dt} x(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \quad (49)$$

$X(t)$ está dada por:

$$x(t) = \phi(t, t_0)x(t_0) + \int_{t_0}^t \phi(t, \tau)B(\tau)u(\tau)d\tau \quad (50)$$

donde $\phi(t, t_0)$ es la matriz de transición de estado.

$$\phi(t, t_0) = e^{\int_{t_0}^t A(\tau)d\tau} \quad (51)$$

Sustituyendo la ecuación (51) en la ecuación (50) se tiene:

$$x(t) = e^{\int_{t_0}^t A(\tau) d\tau} x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{\int_{t_0}^{\tau} A(\beta) d\beta} B(\tau) u(\tau) d\tau \quad (52)$$

$$x(t) = e^{\int_{t_0}^t A(\tau) d\tau - \int_0^{t_0} A(\tau) d\tau} x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{\int_0^t A(\beta) d\beta - \int_0^{\tau} A(\beta) d\beta} B(\tau) u(\tau) d\tau \quad (53)$$

$$x(t) = e^{\int_{t_0}^t A(\tau) d\tau} \left[e^{-\int_0^{t_0} A(\tau) d\tau} x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{-\int_0^{\tau} A(\beta) d\beta} B(\tau) u(\tau) d\tau \right] \quad (54)$$

La ecuación (54) es la solución general para un sistema lineal variante en el tiempo descrito por la ecuación (49). Ya que las matrices A_1 y A_2 son matrices que contienen elementos invariantes en el tiempo (el sistema en análisis, realmente es un sistema no lineal variante en el tiempo, pero al utilizar la función de conmutación se convierte en un sistema lineal invariante en el tiempo por secciones), la ecuación (54) se reduce a:

$$x(t) = e^{A(t-t_0)} x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)} B u(\tau) d\tau$$

$$x(t) = e^{At} \left[e^{-At_0} x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{-A\tau} B u(\tau) d\tau \right] \quad (55)$$

Para obtener $x(t)$ de la ecuación (55) se utiliza la descomposición modal [5]. Asíumase que λ_1, λ_2 y λ_3 son valores propios distintos de la matriz A , y ξ_1, ξ_2 y ξ_3 son los vectores propios asociados. La matriz modal M consta de los vectores propios, y la matriz diagonal J consta de los valores propios. Esto es:

$$e^{At} = M e^{Jt} M^{-1} \quad (56)$$

donde:

$$J = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix}$$

$$M = [\xi_1 \quad \xi_2 \quad \xi_3]$$

Por lo tanto,

$$e^{At} = \begin{bmatrix} \xi_1 & \xi_2 & \xi_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{\lambda_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2} & 0 \\ 0 & 0 & e^{\lambda_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 & \xi_2 & \xi_3 \end{bmatrix}^{-1} \quad (57)$$

La dinámica detallada del sistema se analiza al reescribir la ecuación (58).

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{i}}_t(t) \\ \mathbf{v}_c(t) \\ \dot{\mathbf{i}}_1(t) \end{bmatrix} = e^{At} \left[e^{-At_0} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{i}}_t(t_0) \\ \mathbf{v}_c(t_0) \\ \dot{\mathbf{i}}_1(t_0) \end{bmatrix} + \int_{t_0}^t \mathbf{M} e^{-J\tau} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{B} u(\tau) d\tau \right] \quad (58)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{i}}_t(t) \\ \mathbf{v}_c(t) \\ \dot{\mathbf{i}}_1(t) \end{bmatrix} = e^{At} \left[e^{-At_0} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{i}}_t(t_0) \\ \mathbf{v}_c(t_0) \\ \dot{\mathbf{i}}_1(t_0) \end{bmatrix} + \mathbf{M} \int_{t_0}^t \mathbf{Z} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_s} \end{bmatrix} E_{dm} \cos(\omega\tau + \delta_d) d\tau \right] \quad (59)$$

donde: $\mathbf{Z} = e^{-J\tau} \mathbf{M}^{-1}$

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{i}}_t(t) \\ \mathbf{v}_c(t) \\ \dot{\mathbf{i}}_1(t) \end{bmatrix} = e^{At} \left[e^{-At_0} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{i}}_t(t_0) \\ \mathbf{v}_c(t_0) \\ \dot{\mathbf{i}}_1(t_0) \end{bmatrix} + \frac{E_{dm}}{L_s} \mathbf{M} \int_{t_0}^t \begin{bmatrix} m_{13} e^{-\lambda_1\tau} \cos(\omega\tau + \delta_d) \\ m_{23} e^{-\lambda_2\tau} \cos(\omega\tau + \delta_d) \\ m_{33} e^{-\lambda_3\tau} \cos(\omega\tau + \delta_d) \end{bmatrix} d\tau \right] \quad (60)$$

Efectuando la integral del i -ésimo elemento

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^t e^{-\lambda_i\tau} \cos(\omega\tau + \delta_d) d\tau &= \int_0^t e^{-\lambda_i\tau} \cos(\omega\tau + \delta_d) d\tau - \int_0^{t_0} e^{-\lambda_i\tau} \cos(\omega\tau + \delta_d) d\tau \\ \int_{t_0}^t e^{-\lambda_i\tau} \cos(\omega\tau + \delta_d) d\tau &= \mathbf{I}\lambda_i(t) - \mathbf{I}\lambda_i(t_0) \end{aligned} \quad (61)$$

Sustituyendo (61) en (60) se obtiene la ecuación (62):

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{i}}_t(t) \\ \mathbf{v}_c(t) \\ \dot{\mathbf{i}}_1(t) \end{bmatrix} = e^{At} \left[e^{-At_0} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{i}}_t(t_0) \\ \mathbf{v}_c(t_0) \\ \dot{\mathbf{i}}_1(t_0) \end{bmatrix} + k_f \mathbf{M} \begin{bmatrix} m_{13} (\mathbf{I}\lambda_1(t) - \mathbf{I}\lambda_1(t_0)) \\ m_{23} (\mathbf{I}\lambda_2(t) - \mathbf{I}\lambda_2(t_0)) \\ m_{33} (\mathbf{I}\lambda_3(t) - \mathbf{I}\lambda_3(t_0)) \end{bmatrix} \right] \quad (62)$$

donde:

$$k_f = \frac{2E_m \sin\left(\frac{\delta}{2}\right)}{L_s} \quad (63)$$

$$i_{\lambda_i}(t) = -\frac{\lambda_i}{\lambda_i^2 + \omega^2} \left[e^{-\lambda_i t} \cos\left(\omega t + \frac{\delta}{2}\right) - \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) \right] + \frac{\omega}{\lambda_i^2 + \omega^2} \left[e^{-\lambda_i t} \sin\left(\omega t + \frac{\delta}{2}\right) - \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \right] \quad (64)$$

donde:

m_{ij} es la i, j -ésima entrada de la matriz modal inversa M^{-1}
 M : Matriz modal de A o matriz de vectores propios de A
 λ_i : i -ésimo valor propio de A

ANÁLISIS DEL TCSC EN SUS DIFERENTES MODOS DE OPERACIÓN

Con las expresiones matemáticas se efectuará el análisis del sistema en sus diferentes modos de operación: bloqueado, conducción y vernier.

El sistema en estudio de la figura 3.2 es del tipo máquina-barra infinita, donde se asume un generador trifásico de 300Mvar, con un voltaje en el lado de alta de 345 kV (60 Hz) y una línea de transmisión de 200 km. El capacitor fijo del TCSC representa una reactancia del 30% de la impedancia de la línea [3]. Los parámetros se muestran en la tabla 3.1.

Tabla 3.1 Parámetros del sistema en estudio

E_m	$345\sqrt{2/3}$ kV
δ	14.2°
L_s	260 mH
R_s	10 Ω
C	90 μ F
R_t	0 Ω
L_t	23.5 mH
ω	120 π rad/s

Modo de bloqueo

En este modo, la función de conmutación $s(t) = 0$, y se utilizó la matriz A_1 . Se asume que el capacitor fijo del TCSC se inserta en la línea cuando

el sistema de potencia se encuentra en estado estacionario, y la corriente que circula por la línea (para este caso, es tomada como referencia para el disparo de los tiristores) cruza por cero ($t = 32.7349$ ms). Las condiciones de estado estacionario antes de insertar el TCSC son las siguientes:

$$v_c(t) = 0$$

$$i_t(t) = 0$$

$$i_l(t) = 0.7068 \cos(\omega t - 77.0747^\circ) \text{ kA}$$

En la figura 3.6 se ilustra la respuesta del voltaje en el capacitor y la corriente de la línea. Se observa que ambas señales alcanzan su punto de estado estacionario en aproximadamente diez ciclos. También se puede observar que al momento de compensar la línea, ésta aumenta su capacidad de transmisión, incrementando la potencia y la corriente que circula por ella.

Las nuevas condiciones del estado estacionario alcanzado son las siguientes:

$$v_c(t) = 29.6283 \cos(\omega t - 164.5996^\circ) \text{ kV}$$

$$i_t(t) = 0$$

$$i_l(t) = 1.0053 \cos(\omega t - 74.5997^\circ) \text{ kA}$$

Modo de conducción

Para este modo de operación la función de conmutación $s(t) = 1$, y se utiliza la matriz A_2 . Se asume que el sistema está operando en estado estacionario en modo de bloqueo, y en el momento en que la corriente de la línea cruza por cero ($t = 32.6204$ ms) se conmuta al modo de conducción.

De las figuras 3.6 a)-3.6 c) se observa la respuesta para diferentes valores de R_t . En la figura 3.6 a) primera de ellas (fig. 3.6 a)) para $R_t = 0 \Omega$, tanto el voltaje del capacitor, como la corriente en la línea, no han alcanzado su punto de estado estacionario después de 16 ciclos de operación.

En cambio en la figura 3.6 b), para el caso donde $R_t = 1 \Omega$, el punto estacionario se alcanza en aproximadamente 10 ciclos. Con los resultados en la figura 3.6 c), $R_t = 10 \Omega$, se puede observar que el voltaje y la corriente convergen en su punto de estado estacionario mucho más rápido, entre mayor sea el valor de R_t . Debido a esto, R_t se considera como un elemento de amortiguamiento, aunque la presencia de tal resistencia incrementa las pérdidas del dispositivo.

Las condiciones de estado estacionario $v_c(t)$, $i_t(t)$ e $i_l(t)$ en el modo de conducción se calculan con las ecuaciones (26), (28) y (29).

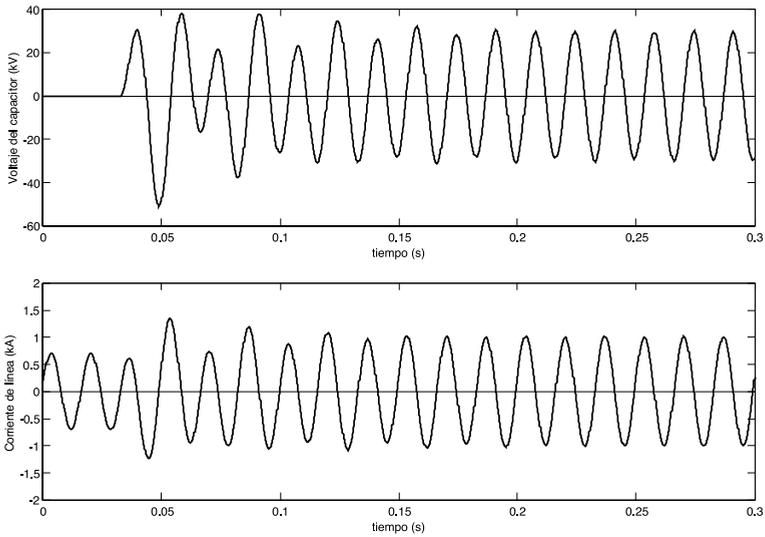


Figura 3.6 Formas de onda al momento de insertar el TCSC

1. Para $R_t = 0 \Omega$

$$v_c(t) = 7.9367 \cos(\omega t + 12.2625^\circ) \text{ kV}$$

$$i_t(t) = 895.8648 \cos(\omega t - 77.7375^\circ) \text{ A}$$

$$i_l(t) = 626.6574 \sin(\omega t + 12.2625^\circ) \text{ A}$$

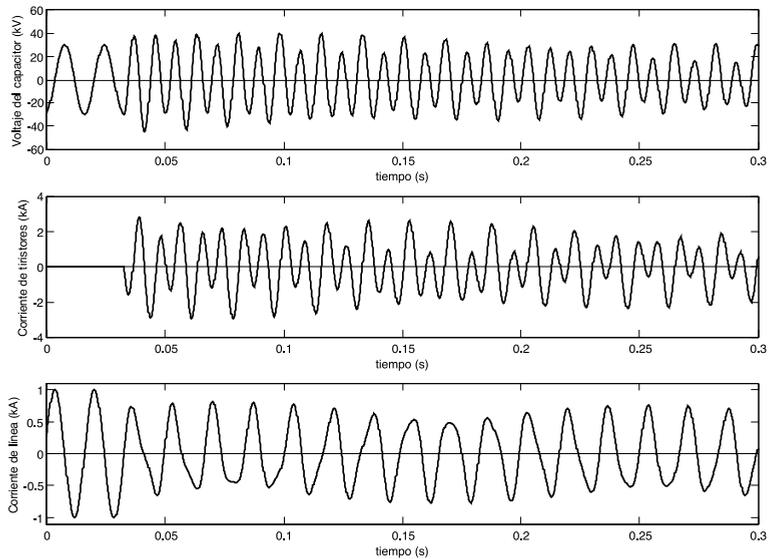


Figura 3.6 a). Formas de onda para $R_t = 0 \Omega$

2. Para $R_t = 1 \Omega$

$$v_c(t) = 7.9703 \cos(\omega t + 4.0960^\circ) \text{ kV}$$

$$i_t(t) = 893.9785 \cos(\omega t - 79.4640^\circ) \text{ A}$$

$$i_1(t) = 893.9785 \cos(\omega t - 79.4640^\circ) - 0.3025 \sin(\omega t + 4.096^\circ) \text{ A}$$

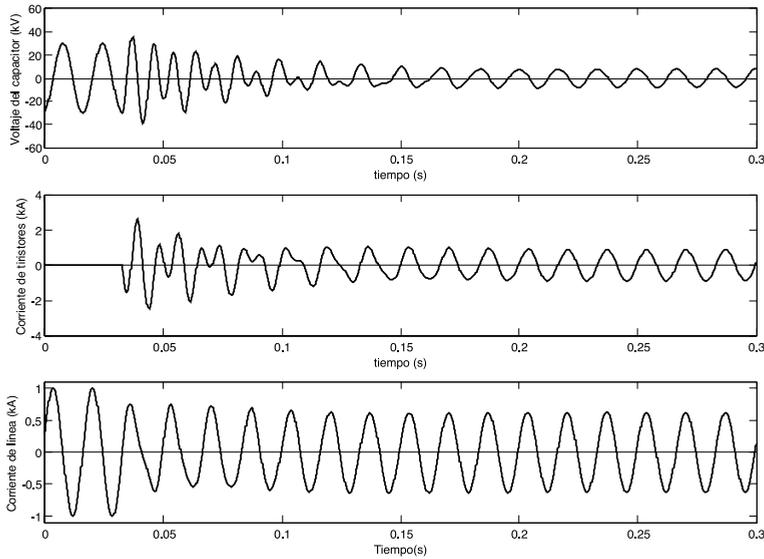


Figura 3.6 b). Formas de onda con $R_t = 1 \Omega$

3. Para $R_t = 10 \Omega$

$$v_c(t) = 11.2865 \cos(\omega t + 127.2598^\circ) \text{ kV}$$

$$i_t(t) = 844.8064 \cos(\omega t + 85.7211^\circ) \text{ A}$$

$$i_1(t) = 844.8064 \left[\cos(\omega t + 85.7211^\circ) - 0.4533 \sin(\omega t + 127.2590^\circ) \right] \text{ A}$$

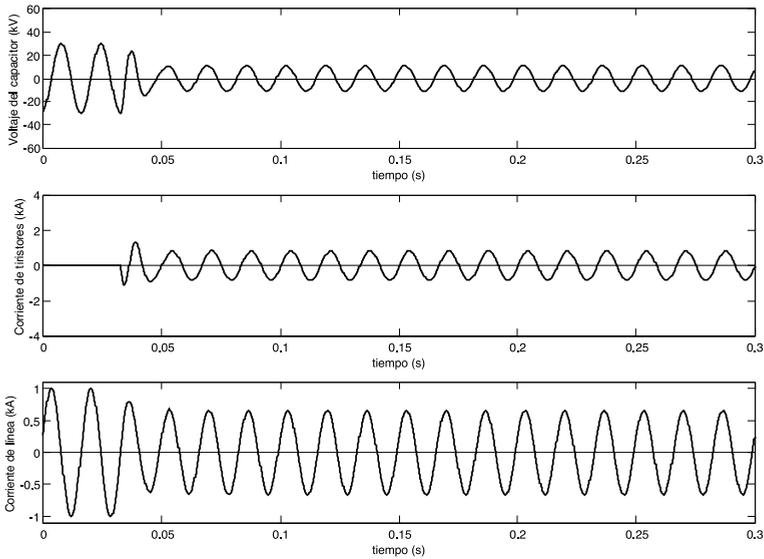


Figura 3.6 c) Formas de onda con $R_l = 10 \Omega$

Modo vernier

La operación del TCSC en modo vernier se puede ejemplificar empleando la figura 3.7, que muestra el ciclo de trabajo del dispositivo. En esta figura, t_0 representa el cruce por cero de la corriente de la línea, el cual se toma como referencia para las señales de disparo de los tiristores. Los instantes t_1 y t_3 son el inicio de la conducción de los tiristores y son determinados por los ángulos de disparo α_1 y α_2 ($\alpha_2 = \alpha_1 + 180^\circ$).

Los tiristores estarán en conducción mientras la corriente que circula por ellos sea diferente de cero, provocando una conmutación natural en los instantes t_2 y t_4 . Al tiempo de conducción de los tiristores, esto es, al intervalo de tiempo que existe entre $t_2 - t_1$ y $t_4 - t_3$ normalmente se le hace referencia como *ángulo de conducción*, simbolizado por σ .

El ciclo de operación del dispositivo termina en el instante t_5 , el cual también es el inicio del ciclo próximo; este punto es el siguiente cruce por cero de la corriente de línea.

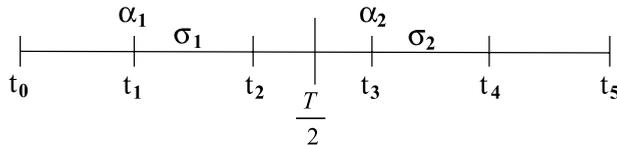


Figura 3.7 Ciclo de trabajo del TCSC

El TCSC en modo vernier se modela considerando cinco secciones, como se muestra en la figura 3.7; de acuerdo con el intervalo de operación

es el valor de la función de conmutación $s(t)$. Cuando hay conducción $s(t) = 1$ y se aplica la matriz A_2 ; cuando no existe conducción $s(t) = 0$, y se aplica la matriz A_1 . El modelo en el espacio de estados para un ciclo de trabajo está dado por las ecuaciones (65)-(69).

Primer intervalo ($t_0 + nT \leq t \leq t_1 + nT$)

$$\begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_l(t) \end{bmatrix} = e^{A_1 t} \left[e^{-A_1(t_0 + nT)} \begin{bmatrix} i_t(t_0 + nT) \\ v_c(t_0 + nT) \\ i_l(t_0 + nT) \end{bmatrix} + k_f M_1 \begin{bmatrix} m_{13}(M_1)(I\lambda_1(t) - I\lambda_1(t_0 + nT)) \\ m_{23}(M_1)(I\lambda_2(t) - I\lambda_2(t_0 + nT)) \\ m_{33}(M_1)(I\lambda_3(t) - I\lambda_3(t_0 + nT)) \end{bmatrix} \right] \quad (65)$$

Segundo intervalo ($t_1 + nT \leq t \leq t_2 + nT$)

$$\begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_l(t) \end{bmatrix} = e^{A_2 t} \left[e^{-A_2(t_1 + nT)} \begin{bmatrix} i_t(t_1 + nT) \\ v_c(t_1 + nT) \\ i_l(t_1 + nT) \end{bmatrix} + k_f M_2 \begin{bmatrix} m_{13}(M_2)(I\lambda_1(t) - I\lambda_1(t_1 + nT)) \\ m_{23}(M_2)(I\lambda_2(t) - I\lambda_2(t_1 + nT)) \\ m_{33}(M_2)(I\lambda_3(t) - I\lambda_3(t_1 + nT)) \end{bmatrix} \right] \quad (66)$$

Tercer intervalo ($t_2 + nT \leq t \leq t_3 + nT$)

$$\begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_l(t) \end{bmatrix} = e^{A_1 t} \left[e^{-A_1(t_2 + nT)} \begin{bmatrix} i_t(t_2 + nT) \\ v_c(t_2 + nT) \\ i_l(t_2 + nT) \end{bmatrix} + k_f M_1 \begin{bmatrix} m_{13}(M_1)(I\lambda_1(t) - I\lambda_1(t_2 + nT)) \\ m_{23}(M_1)(I\lambda_2(t) - I\lambda_2(t_2 + nT)) \\ m_{33}(M_1)(I\lambda_3(t) - I\lambda_3(t_2 + nT)) \end{bmatrix} \right] \quad (67)$$

Cuarto intervalo ($t_3 + nT \leq t \leq t_4 + nT$)

$$\begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_l(t) \end{bmatrix} = e^{A_2 t} \left[e^{-A_2(t_3 + nT)} \begin{bmatrix} i_t(t_3 + nT) \\ v_c(t_3 + nT) \\ i_l(t_3 + nT) \end{bmatrix} + k_f M_2 \begin{bmatrix} m_{13}(M_2)(I\lambda_1(t) - I\lambda_1(t_3 + nT)) \\ m_{23}(M_2)(I\lambda_2(t) - I\lambda_2(t_3 + nT)) \\ m_{33}(M_2)(I\lambda_3(t) - I\lambda_3(t_3 + nT)) \end{bmatrix} \right] \quad (68)$$

Quinto intervalo ($t_4 + nT \leq t \leq t_5 + nT$)

$$\begin{bmatrix} i_t(t) \\ v_c(t) \\ i_l(t) \end{bmatrix} = e^{A_1 t} \left[e^{-A_1(t_4 + nT)} \begin{bmatrix} i_t(t_4 + nT) \\ v_c(t_4 + nT) \\ i_l(t_4 + nT) \end{bmatrix} + k_f M_1 \begin{bmatrix} m_{13}(M_1)(I\lambda_1(t) - I\lambda_1(t_4 + nT)) \\ m_{23}(M_1)(I\lambda_2(t) - I\lambda_2(t_4 + nT)) \\ m_{33}(M_1)(I\lambda_3(t) - I\lambda_3(t_4 + nT)) \end{bmatrix} \right] \quad (69)$$

donde:

$n = 0, 1, \dots$

T : Periodo.

M_1 : Matriz modal asociada a $A_{1(\text{no-conducción})}$

M_2 : Matriz modal asociada a $A_{2(\text{conducción})}$
 $m_{i,j}(M_1)$: La i,j -ésima entrada de la matriz modal inversa M_1^{-1}
 $m_{i,j}(M_2)$: La i,j -ésima entrada de la matriz modal inversa M_2^{-1}

En la figura 3.8 se muestra la respuesta al modo vernier con $\alpha = 60^\circ$. La simulación se realiza pasando del estado estacionario en modo de bloqueo al modo vernier, cuando la corriente de la línea cruza por cero ($t = 32.6204$ ms). Se nota que el voltaje del capacitor y la corriente de la línea aumentan conforme la corriente de los tiristores alcanza su punto estacionario. La variación en el voltaje del capacitor y la corriente en línea dependen directamente del ángulo de disparo de los tiristores. Debe notarse que en el estado transitorio el ángulo de conducción es asimétrico, y simétrico en el estado estacionario (cuarto ciclo para el sistema en estudio).

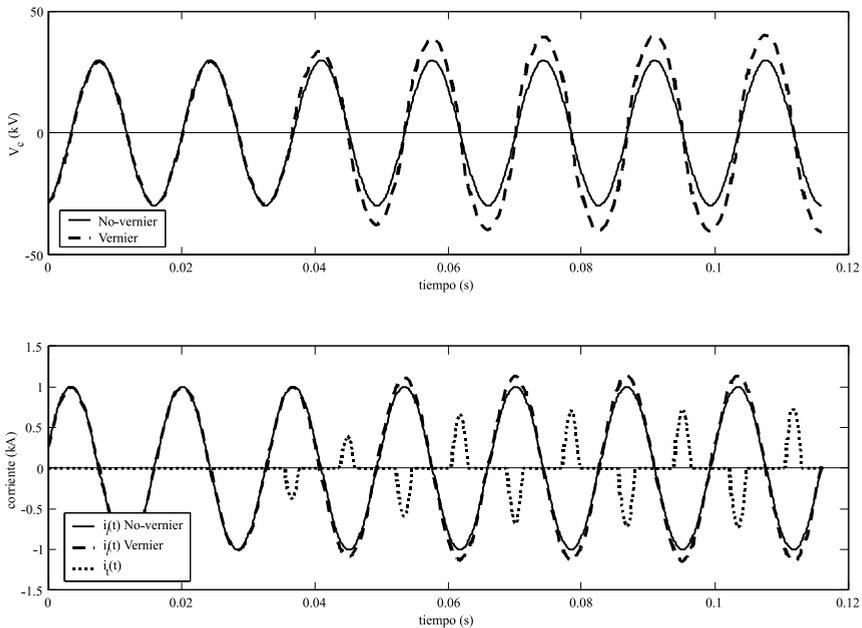


Figura 3.8 Respuesta del TCSC operando en modo vernier

ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DEL TCSC MEDIANTE EL MAPA DE POINCARÉ

En esta sección se estudia la estabilidad del TCSC mediante el mapa de Poincaré. Se introduce el concepto de una forma sencilla para posteriormente aplicarlo al estudio de estabilidad del TCSC. Ya que el TCSC se modela por un sistema no-lineal resulta un mapa de Poincaré no-lineal, por lo que para realizar el análisis de estabilidad mediante valores propios es necesario linealizar el sistema, esto es, obtener el Jacobiano del mapa.

Se obtienen paso a paso las expresiones para el mapa y el Jacobiano, y se ejemplifica la aplicación.

El TCSC se representa por un circuito no-lineal, como se ilustró en la figura 3.9, cuyo análisis puede realizarse como una sucesión periódica de sistemas lineales de dimensión variable; el primero de ellos cuando alguno de los tiristores está en conducción, y el segundo cuando ambos tiristores están bloqueados (no-conducción). Se sabe que el TCSC tiene una operación periódica de apagado y encendido, de modo que su operación en estado estacionario corresponde a una órbita periódica en el espacio de estados, como se ilustra en la figura 3.10. La naturaleza no-lineal del modelo del TCSC se debe a la dependencia del tiempo de apagado de los tiristores con los estados del sistema.

La dinámica de cualquier sistema con comportamiento periódico puede ser estudiada tomando muestras de los estados. Si el valor de los estados en la muestra actual es igual a los de la muestra anterior, se dice que el sistema se encuentra en estado estacionario. Por lo tanto, el sistema dinámico se describe como el cambio de los estados de un período a otro. Este concepto es formalizado en el *mapa de Poincaré*, $F(x_0)$, que toma en cuenta la dependencia de los tiempos de encendido y apagado de los tiristores. Para obtener tal mapa se usa una aproximación periódica en el espacio de estados [3].

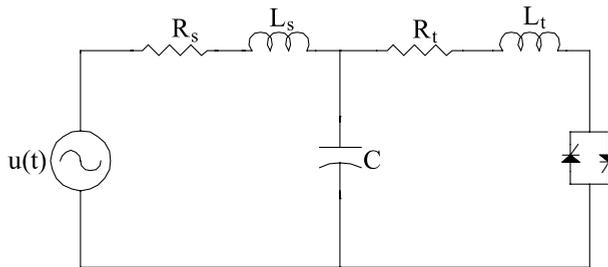


Figura 3.9 Sistema de compensación en una sola fase

Mapa de Poincaré

La idea en la que se basa el mapa de Poincaré es la siguiente. Sea Γ una órbita periódica del sistema descrito mediante:

$$\frac{d}{dt} x = f(x) \tag{70}$$

Con una condición inicial $x(\alpha_0) = x_0$, y sea Σ un hiperplano perpendicular (también llamado plano de Poincaré) a Γ en el punto x_0 . Entonces para cualquier punto $x \in \Sigma$ suficientemente cercano a x_0 , la solución de la ecuación (70) a través de x en $t = \alpha_0 + T_s$, cruzará al hiperplano Σ en el punto $P(x)$ cercano a x_0 , como se ilustra en la figura 3.10 El mapeo de $x \rightarrow P(x)$ se denomina *mapa de Poincaré* [6]-[7].

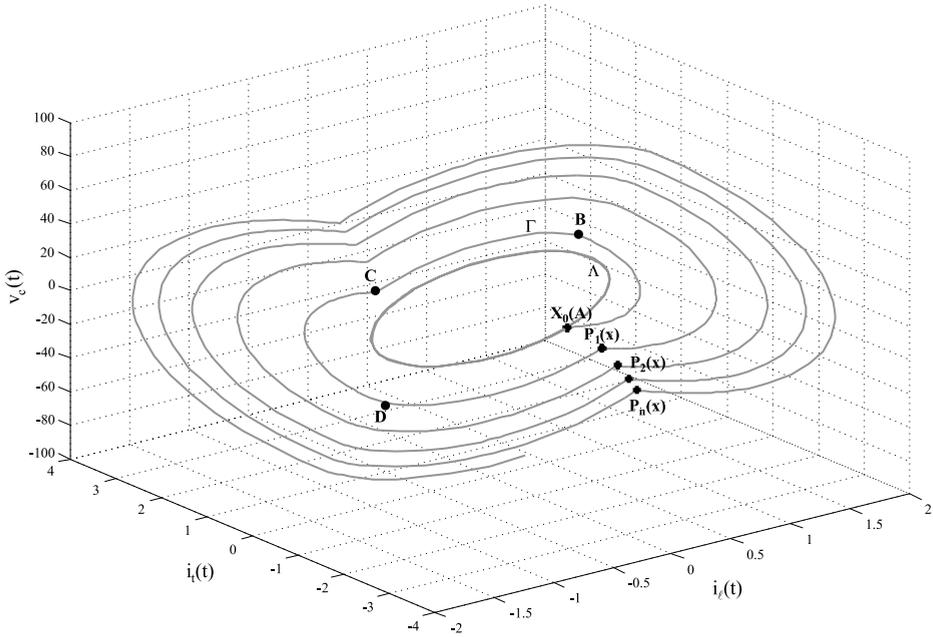


Figura 3.10 Comportamiento del TCSC en el espacio de estados

El mapa de Poincaré también puede ser definido cuando Σ es una superficie a través del punto $x_0 \in \Gamma$, la cual no necesariamente es tangente a Γ en x_0 . En este caso, la superficie Σ intercepta a la órbita Γ en x_0 .

El mapa de Poincaré se define localmente; esto es, es local ya que proporciona el comportamiento del sistema en un determinado punto de la órbita y no en la totalidad de ella, por lo que sólo proporciona información del comportamiento del sistema sobre el plano Σ y no en todo el espacio de estados. Esta es la principal razón por la que se utiliza para el estudio de sistemas con comportamiento periódico, ya que sólo interesa la muestra de los estados del sistema en cada período.

El punto $x_0(A)$, figura 3.10, es la condición inicial o la primera muestra del plano de Poincaré (las tomas se presentan al momento de la activación de los tiristores, $t = \alpha/\omega$), este es el inicio del período de conducción, que termina con la conmutación de los tiristores en el punto B. En el intervalo B-C, el dispositivo opera en el modo bloqueo hasta el próximo disparo de los tiristores en el punto C, donde comienza un nuevo período de conducción hasta el punto D, donde nuevamente se entra al modo de bloqueo hasta el punto $P_1(x)$ que inicia otro ciclo de operación. Para la formación del mapa de Poincaré se despliegan los puntos $P(x)$ de cada período.

Para clarificar este concepto se proponen las figuras (3.11 a) y (3.11 b). En la primera de ellas se exhibe el comportamiento periódico del sistema

de la figura (3.10) en el espacio de estados. La órbita Λ , figura 3.10, representa el comportamiento cuando el dispositivo está operando en el modo bloqueo. En el punto x_0 , el dispositivo comienza a operar en modo vernier iniciando un comportamiento periódico de encendido/apagado. Este comportamiento periódico está dado por la serie de órbitas Γ que convergen en una sola, conforme el dispositivo alcanza su punto de estado estacionario.

La serie de puntos caen dentro del plano Σ que se ilustra en la figura 3.11 b). La figura ayuda a afirmar que el mapa de Poincaré reemplaza un sistema continuo en el tiempo de orden n , en un sistema discreto de orden $n-1$ [7].

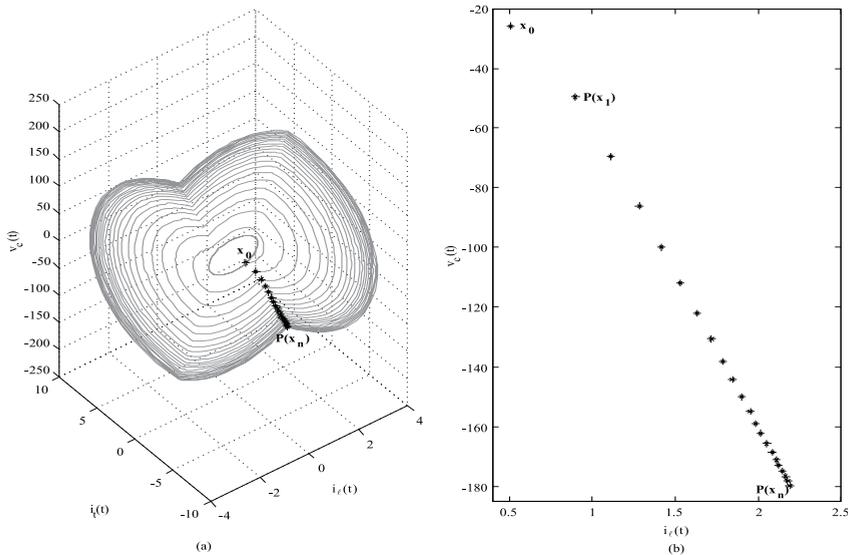


Figura 3.11 a) Comportamiento en el espacio de estados; b) Plano Σ

Modelado del sistema

El mapa de Poincaré para el circuito de la figura 3.9 se obtiene integrando el sistema lineal que describe el comportamiento del circuito. Debido a la acción de conmutación de los tiristores, el modelo del TCSC en el espacio de estados cambia de dimensiones, por lo que es necesario tomar en cuenta un cambio de espacio de estado cuando ocurre la conmutación. Durante el intervalo de conducción el vector de estados del sistema es $x(t)$, que incluye la corriente de los tiristores $i_l(t)$, el voltaje del capacitor controlado $v_c(t)$, y la corriente de línea $i_l = i(t)$. La dinámica del sistema en este intervalo se describe por la ecuación diferencial lineal (71).

$$\frac{d}{dt} x(t) = Ax(t) + Bu(t) \tag{71}$$

Para el intervalo de no-conducción, el vector de estados del circuito disminuye sus dimensiones para caer en el plano $i_t(t) = 0$. En esta condición, el vector de estados del circuito es $y(t)$, constituido por el voltaje del capacitor controlado $v_c(t)$ y la corriente de línea $i_l(t)$. El sistema dinámico para este intervalo es:

$$\frac{d}{dt} y(t) = PAP^T y(t) + PBu(t) \quad (72)$$

Donde la matriz P es una transformación lineal que proyecta el vector de estados $x(t)$ en el plano $i_t(t) = 0$.

La figura 3.12 describe esquemáticamente las diversas condiciones operativas de los tiristores durante un período T_s . El tiristor empieza a conducir en el tiempo α_0 . Ese modo operativo se describe por (71) y termina cuando la corriente del tiristor cruza por cero en el tiempo τ_0 . El modo de no-conducción se describe por mediante la ecuación (71) y continúa hasta el pulso de encendido del otro tiristor en el tiempo $\alpha_{1/2}$. Esto comienza un ciclo similar de conducción/no-conducción, hasta el inicio del siguiente periodo, en $\alpha_1 = \alpha_0 + T_s$.

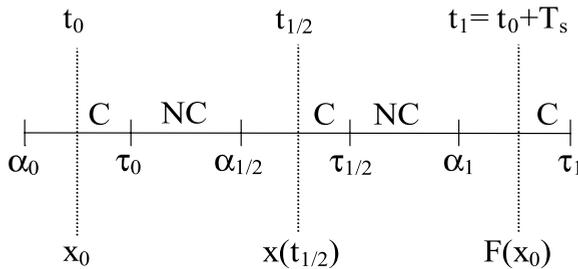


Figura 3.12 Dinámica del TCSC sobre un periodo

Los estados en la conmutación α_0 , pueden ser denotados por cualquiera de los vectores de estado $y(\alpha_0)$ o $x(\alpha_0)$. Los vectores de estado en el tiempo α_0 están relacionados en la ecuación (73).

$$x(\alpha_0) = P^T y(\alpha_0) \quad (73)$$

Esta ecuación (73) expresa que el vector de estados $x(t)$ en la conmutación se puede obtener a partir del vector de estados $y(t)$ agregando un nuevo componente que tiene valor cero. Los estados en el apagado igualmente pueden ser denotados por $x(\tau_0)$ o por $y(\tau_0)$, relacionados mediante:

$$y(\tau_0) = Px(\tau_0) \quad (74)$$

Cálculo del mapa de Poincaré

En esta sección se construye el mapa de Poincaré considerando los intervalos de la figura 3.12. Dado un intervalo de $[t_1, t_2]$ se utiliza $f(t_1, t_2)$ para el mapa que lleva los estados del tiempo t_1 al tiempo t_2 . El mapa de Poincaré que traslada los estados un periodo de tiempo T_s con una condición inicial x_0 en el tiempo t_0 se denota como $f(x(t_0), t_0, t_0 + T_s)$. Se adopta la convención de $f(x(t_1), t_1, t_2)$, evalúa a $x(t_2)$ y $f(y(t_1), t_1, t_2)$, evalúa a $y(t_2)$. Por lo tanto, el mapa de Poincaré $f(x(t_0), t_0, t_0 + T_s)$ evalúa a $x(t_0 + T_s)$. Si cualquiera de los tiristores está en conducción durante el intervalo se escribe $f(x(t_1), t_1, t_2)$ como $f_c(x(t_1), t_1, t_2)$, mientras que si los tiristores no se encuentran en conducción $f(y(t_1), t_1, t_2)$, como $f_{nc}(y(t_1), t_1, t_2)$. $f_c(x(t_1), t_1, t_2)$ y $f_{nc}(y(t_1), t_1, t_2)$ se calculan integrando el correspondiente sistema lineal (71) ó (72) sobre el intervalo $[t_1, t_2]$.

Ahora se construye el mapa de Poincaré $f(x(t_0), t_0, t_0 + T_s)$ en términos de f_c y f_{nc} y el cambio de coordenadas en las ecuaciones (73) y (74). El estado $x(\tau_0)$ se obtiene integrando la ecuación diferencial (71) con condición inicial x_0 en el intervalo de tiempo $[t_0, \tau_0]$.

$$\begin{aligned} x(\tau_0) &= f_c(x_0, t_0, \tau_0) \\ x(\tau_0) &= e^{A(\tau_0 - t_0)} x_0 + \int_{t_0}^{\tau_0} e^{A(\tau_0 - s)} B u(s) ds \\ x(\tau_0) &= e^{A(\tau_0 - t_0)} \left[x_0 + \int_{t_0}^{\tau_0} e^{A(t_0 - s)} B u(s) ds \right] \end{aligned} \quad (75)$$

Usando el cambio de coordenadas de la ecuación (74) e integrando el sistema lineal de la ecuación (71) en el intervalo $[\tau_0, \alpha_{1/2}]$ resulta el estado $y(\alpha_{1/2})$.

$$y(\alpha_{1/2}) = f_{NC}(P x(\tau_0), \tau_0, \alpha_{1/2}) = f_{NC}(P f_c(x_0, t_0, \tau_0), \tau_0, \alpha_{1/2}) \quad (76)$$

$$y(\alpha_{1/2}) = e^{P A P^T (\alpha_{1/2} - \tau_0)} P x(\tau_0) + \int_{\tau_0}^{\alpha_{1/2}} e^{P A P^T (\alpha_{1/2} - s)} P B u(s) ds \quad (77)$$

El mapa de medio ciclo $f(x_0, t_0, t_{1/2})$ se obtiene combinando las ecuaciones (75), (76) y la transformación de coordenadas de la ecuación (73):

$$\begin{aligned} f(x_0, t_0, t_{1/2}) &= f_c(P^T y(\alpha_{1/2}), \alpha_{1/2}, t_{1/2}) = x(t_{1/2}) \\ f(x_0, t_0, t_{1/2}) &= f_c(P^T f_{NC}(P f_c(x_0, t_0, \tau_0), \tau_0, \alpha_{1/2}), \alpha_{1/2}, t_{1/2}) \end{aligned} \quad (78)$$

Similarmente la expresión del siguiente medio ciclo es:

$$f(x(t_{1/2}), t_{1/2}, t_1) = f_C(P^T f_{NC}(P f_C(x(t_{1/2}), t_{1/2}, \tau_{1/2}), \tau_{1/2}, \alpha_1), \alpha_1, t_1) \quad (79)$$

El mapa de Poincaré se obtiene por una composición de dos mapas de medio ciclo sucesivos, es decir, una combinación de las ecuaciones (78) y (79).

$$F(x_0) = f(x_0, t_0, t_1) = f(f(x_0, t_0, t_{1/2}), t_{1/2}, t_1)$$

Sin considerar los argumentos del tiempo, el mapa de Poincaré está dado por:

$$F(x_0) = f_C P^T f_{NC} P f_C P^T f_{NC} P f_C(x_0) \quad (80)$$

ESTABILIDAD DE UN SISTEMA PERIÓDICO

Si un sistema con comportamiento periódico de periodo T_s , en estado estacionario, pasa por el punto x_0 , entonces el punto x_0 es un punto de equilibrio del mapa de Poincaré, esto es

$$f(x_0, t_0, t_1) = x_0 \quad (81)$$

Al aplicar el mapa de Poincaré a un sistema no-lineal se obtiene un sistema en tiempo discreto no-lineal, por lo que la estabilidad local de un sistema periódico se puede evaluar empleando el Jacobiano del mapa de Poincaré en el punto de equilibrio. La órbita periódica es exponencialmente estable, si los valores propios del Jacobiano caen dentro del círculo unitario [8]. El mapa de Poincaré es discontinuo en las bifurcaciones de conmutación por lo que se asume que el sistema no se encuentra exactamente en una bifurcación de conmutación. Una bifurcación de conmutación (llamada también bifurcación silla) es causada por conmutaciones fuera de tiempo, y pueden provocar la existencia de un desfase en el tiempo de apagado o encendido de los tiristores. Estos desfases pueden ser por la distorsión armónica, lo que puede resultar en que la corriente de los tiristores se deforme creando nuevos cruces por cero o que desaparezca el cruce por cero [9].

Para estimar la estabilidad del dispositivo, el primer paso es calcular el Jacobiano del mapa de medio ciclo $f(x_0, t_0, t_{1/2})$, que es una función del punto de equilibrio y los tiempos de encendido y apagado de los tiristores. El medio mapa se expresa por $H_0(x_0, \tau_0(x_0), \alpha_{1/2}(x_0))$. H_0 expresa a $x(t_{1/2})$ como una función de x_0 , el tiempo de apagado τ_0 , y el tiempo de encendido $\alpha_{1/2}$. τ_0 es una función de x_0 , ya que el tiempo de apagado τ_0 depende de los estados. El tiempo de encendido $\alpha_{1/2}$ depende de x_0 a través del esquema de sincro-

nización. Recuerde que el pulso de disparo puede tomar como referencia el cruce por cero de la corriente de línea o el cruce por cero del voltaje en el capacitor controlado. El mapa de medio ciclo se representa como:

$$f(x_0, t_0, t_{1/2}) = H_0(x_0, \tau_0(x_0), \alpha_{1/2}(x_0)) \quad (82)$$

Diferenciando la ecuación (82) se obtiene el Jacobiano del medio ciclo expresado mediante la ecuación (83):

$$Df(x_0, t_0, t_{1/2}) = \frac{\partial}{\partial x_0} H_0 + \frac{\partial}{\partial \tau_0} H_0 D\tau_0 + \frac{\partial}{\partial \alpha_{1/2}} H_0 D\alpha_{1/2} \quad (83)$$

donde $D\alpha_{1/2}$ y $D\tau_0$ es el gradiente de los estados respecto a x_0 al momento del encendido y apagado de los tiristores.

Para obtener el Jacobiano se emplea la función $f(x_0, t_0, t_{1/2})$ definida en la ecuación (78), que puede reescribirse como:

$$\begin{aligned} f(x_0, t_0, t_{1/2}) &= f_c(P^T y(\alpha_{1/2}), \alpha_{1/2}, t_{1/2}) \\ f(x_0, t_0, t_{1/2}) &= e^{A(t_{1/2}-\alpha_{1/2})} P^T y(\alpha_{1/2}) + \int_{\alpha_{1/2}}^{t_{1/2}} e^{A(t_{1/2}-s)} B u(s) ds \\ f(x_0, t_0, t_{1/2}) &= e^{A(t_{1/2}-\alpha_{1/2})} \left[P^T y(\alpha_{1/2}) + \int_{\alpha_{1/2}}^{t_{1/2}} e^{A(\alpha_{1/2}-s)} B u(s) ds \right] \end{aligned} \quad (84)$$

La evaluación del segundo y tercer término de la ecuación (83) presenta el problema de derivar una integral donde los límites de ésta dependen de la variable con respecto a la cual se está derivando. Para efectuar ésta derivada se hace uso de la llamada integral de Leibniz expresada en la ecuación (85) [5].

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{a(x)}^{b(x)} f(t, x) dt = f(t, x) \frac{\partial}{\partial x} b(x) - f(t, x) \frac{\partial}{\partial x} a(x) + \int_{a(x)}^{b(x)} \frac{\partial}{\partial x} f(t, x) dt \quad (85)$$

Mediante operaciones algebraicas y con la integral de Leibniz se puede mostrar que las derivadas parciales de H_0 están dadas por las siguientes expresiones,

$$\frac{\partial}{\partial x_0} H_0 = e^{A(t_{1/2}-\alpha_{1/2})} P^T e^{PAP^T(\alpha_{1/2}-\tau_0)} P e^{A(\tau_0-t_0)} \quad (86)$$

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_{1/2}} H_0 = e^{A(t_{1/2}-\alpha_{1/2})} \left(P^T \frac{d}{dt} y(\alpha_{1/2}-) - \frac{d}{dt} (\alpha_{1/2}+) \right) \quad (87)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau_0} H_0 = 0 \quad (88)$$

donde $y(\alpha_{1/2}-)$ representa el límite de $y(t)$ conforme t se aproxima a $\alpha_{1/2}$ estando en el período de no-conducción, y $x(\alpha_{1/2}+)$ representa el límite de $x(t)$ conforme t se aproxima a $\alpha_{1/2}$ estando en el período de conducción.

Ya que para obtener el mapa de Poincaré se asume que el dispositivo se encuentra en estado estacionario, entonces las derivadas de los estados bajo esta condición son cero por lo que la ecuación (87) es igual a cero.

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_{1/2}} H_0 = 0 \quad (89)$$

De las ecuaciones (88) y (89) se observa que al derivar (84), $\alpha_{1/2}$ y τ_0 pueden considerarse como constantes. Esto se debe a que en estado estacionario $\alpha_{1/2}$ y τ_0 son constantes. Por lo tanto, el Jacobiano de medio ciclo resulta:

$$\begin{aligned} Df(x_0, t_0, t_{1/2}) &= \frac{\partial}{\partial x_0} H_0 \\ Df(x_0, t_0, t_{1/2}) &= e^{A(t_{1/2}-\alpha_{1/2})} P^T e^{PAP^T(\alpha_{1/2}-\tau_0)} P e^{A(\tau_0-t_0)} \end{aligned} \quad (90)$$

La expresión para el Jacobiano del siguiente medio ciclo se obtiene cambiando el subíndice $1/2$ por 1 y 0 por $1/2$ en la ecuación (90).

$$Df(x_{1/2}, t_{1/2}, t_1) = e^{A(t_1-\alpha_1)} P^T e^{PAP^T(\alpha_1-\tau_{1/2})} P e^{A(\tau_{1/2}-t_{1/2})} \quad (91)$$

Desarrollando la ecuación (80) para obtener una expresión para el mapa del ciclo completo, $F(x_0)$ resulta:

$$\begin{aligned} F(x_0) &= f_c(P^T y(\alpha_1), \alpha_1, t_1) = f(f(x_0, t_0, t_{1/2}), t_{1/2}, t_1) \\ F(x_0) &= e^{A(t_1-\alpha_1)} P^T y(\alpha_1) + \int_{\alpha_1}^{t_1} e^{A(t_1-s)} B u(s) ds \\ F(x_0) &= e^{A(t_1-\alpha_1)} \left[P^T y(\alpha_1) + \int_{\alpha_1}^{t_1} e^{A(\alpha_1-s)} B u(s) ds \right] \end{aligned} \quad (92)$$

Si

$$\begin{aligned}
 y(\alpha_1) &= f(\mathbf{P}\mathbf{x}(\tau_{1/2}), \tau_{1/2}, \alpha_1) = f_{\text{NC}}(\mathbf{P}\mathbf{x}(\tau_{1/2}), \tau_{1/2}, \alpha_1) \\
 y(\alpha_1) &= e^{\mathbf{P}\mathbf{A}\mathbf{P}^T(\alpha_1 - \tau_{1/2})} \mathbf{P}\mathbf{x}(\tau_{1/2}) + \int_{\tau_{1/2}}^{\alpha_1} e^{\mathbf{P}\mathbf{A}\mathbf{P}^T(\alpha_1 - s)} \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{u}(s) ds
 \end{aligned} \tag{93}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}(\tau_{1/2}) &= f(f(\mathbf{x}_0, t_0, t_{1/2}), t_{1/2}, \tau_{1/2}) = f_{\text{C}}(f(\mathbf{x}_0, t_0, t_{1/2}), t_{1/2}, \tau_{1/2}) \\
 \mathbf{x}(\tau_{1/2}) &= e^{\mathbf{A}(\tau_{1/2} - t_{1/2})} f(\mathbf{x}_0, t_0, t_{1/2}) + \int_{t_{1/2}}^{\tau_{1/2}} e^{\mathbf{A}(\tau_{1/2} - s)} \mathbf{B}\mathbf{u}(s) ds
 \end{aligned} \tag{94}$$

entonces, sustituyendo las ecuaciones (93) y (94) en la ecuación (92):

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}_0) = e^{\mathbf{A}(t_1 - \alpha_1)} \mathbf{P}^T e^{\mathbf{P}\mathbf{A}\mathbf{P}^T(\alpha_1 - \tau_{1/2})} \mathbf{P} e^{\mathbf{A}(\tau_{1/2} - t_{1/2})} f(\mathbf{x}_0, t_0, t_{1/2}) + \mathbf{g}(\alpha_1, \tau_{1/2}, t_1) \tag{95}$$

donde \mathbf{g} es una función que depende de α_1 , $\tau_{1/2}$ y t_1 . Aplicando la ecuación (91) en la ecuación (95), se tiene:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}_0) = \mathbf{D}f(\mathbf{x}_{1/2}, t_{1/2}, t_1) f(\mathbf{x}_0, t_0, t_{1/2}) + \mathbf{g}(\alpha_1, \tau_{1/2}, t_1) \tag{96}$$

El Jacobiano para el período completo se obtiene derivando (96) respecto a \mathbf{x}_0

$$\mathbf{DF}(\mathbf{x}_0) = \mathbf{D}f(\mathbf{x}_{1/2}, t_{1/2}, t_1) \mathbf{D}f(\mathbf{x}_0, t_0, t_{1/2}) \tag{97}$$

Cuando los pulsos de encendido que se aplican a los tiristores son simétricos, el comportamiento del TCSC presenta una simetría de media onda, esto implica que los tiempos de conducción sean iguales y que los estados del sistema a la mitad del periodo son iguales en magnitud pero de signo opuesto a los estados al inicio del período. Aplicando simetría de media onda el Jacobiano del mapa de Poincaré se simplifica de la siguiente manera:

$$\mathbf{DF}(\mathbf{x}_0) = \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_0} \mathbf{H}_0 \right)^2 \tag{98}$$

En forma detallada:

$$\mathbf{DF}(\mathbf{x}_0) = \left(e^{\mathbf{A}(t_{1/2} - \alpha_{1/2})} \mathbf{P}^T e^{\mathbf{P}\mathbf{A}\mathbf{P}^T(\alpha_{1/2} - \tau_0)} \mathbf{P} e^{\mathbf{A}(\tau_0 - t_0)} \right)^2 \tag{99}$$

De la ecuación (99) se observa que el Jacobiano sólo depende del ángulo de conducción σ (99) puede expresarse en función de σ , tomando en cuenta que $\alpha_0 = (\pi - \sigma)/2$ y $\alpha_{1/2} = \alpha_0 + \pi$. Estos valores se encuentran en radianes, mientras que para evaluar la ecuación (99) debe estar en segundos. Por lo tanto, para determinar la estabilidad del TCSC es necesario probar la estabilidad del Jacobiano del mapa de Poincaré (99) evaluado en el punto de equilibrio conforme σ varía en un rango de 0° a 180° .

Si t_0 se hace coincidir con α_0 , donde α_0 es el ángulo de disparo de los tiristores α , entonces resulta la siguiente expresión para el Jacobiano del mapa de Poincaré (recuerde que los parámetros en las ecuaciones (99) y (100) están dados en segundos y no en radianes).

$$DF(x_0) = \left(P^T e^{PAP^T \left(\frac{T_s}{2} - \sigma \right)} P e^{A\sigma} \right)^2 \quad (100)$$

El Jacobiano del mapa de Poincaré describe la estabilidad de la órbita periódica bajo pequeñas perturbaciones, esto debido a que es local y no determina la estabilidad en forma global.

Estabilidad de un sistema discreto

Dado que la formulación original se ha discretizado y linealizado, se requiere recordar el concepto de la estabilidad en el plano discreto complejo z mediante valores propios.

La estabilidad de un sistema lineal en tiempo continuo está determinada por la localización de los valores propios en el plano complejo s , mientras que un sistema discreto se determina por la localización de los valores propios en el plano complejo z [8]. El comportamiento dinámico en tiempo discreto depende del período de muestreo T_s , por lo que la localización de los valores propios en el plano complejo z depende del período de muestreo T_s [8]. Un cambio en el período de muestreo T_s modifica el comportamiento del sistema.

Cuando se realiza un muestreo por impulsos, las variables complejas z y s quedan relacionadas mediante la expresión:

$$z = e^{T_s s} \quad (101)$$

donde la variable compleja s se constituye de una parte real β y una parte imaginaria $j\omega$.

$$s = \beta + j\omega$$

Sustituyendo en la ecuación (99):

$$z = e^{T_s(\beta + j\omega)} = e^{T_s\beta} e^{jT_s\omega} \quad (102)$$

Para que un sistema lineal en el tiempo continuo sea estable, sus valores propios deben estar localizados en el semiplano izquierdo del plano s , y dado que β es negativo en el semiplano izquierdo, la correspondencia de éste con el plano complejo z esta dada por la ecuación:

$$|z| = e^{T_s\beta} < 1 \quad (103)$$

El eje $j\omega$ en el plano s corresponde a $|z| = 1$. Por lo tanto, el eje imaginario en el plano s corresponde al círculo unitario en el plano z , y el interior del círculo corresponde al semiplano izquierdo del plano s ; por lo tanto, la totalidad del semiplano derecho del plano s corresponde al exterior del círculo unitario en el plano z .

De lo anterior se concluye: si los valores propios del modelo descrito se localizan estrictamente dentro del círculo unitario entonces la órbita periódica es exponencialmente estable. Si algunos valores propios se localizan sobre el círculo unitario, la estabilidad de la órbita periódica no puede ser determinada por el Jacobiano del mapa de Poincaré (99), ya que el sistema se vuelve críticamente estable, y si algunos valores propios se encuentran fuera del círculo unitario, la órbita periódica es inestable bajo cualquier perturbación.

Ya que las bifurcaciones de conmutación no son bifurcaciones convencionales, éstas no son detectadas por los valores propios del Jacobiano del mapa de Poincaré de la órbita periódica. Así, en una órbita asintóticamente estable, con valores propios estrictamente dentro del círculo unitario, puede ocurrir una bifurcación de conmutación y la órbita puede perder estabilidad. Los valores propios que más se acerquen a la periferia del círculo unitario están asociados con efectos de resonancia [9].

Ejemplos de aplicación

Para probar la utilidad del mapa de Poincaré, se realiza un análisis de valores propios para tres casos diferentes. Los dos primeros para un sistema con la configuración de la figura 3.2 y el tercero para el sistema de Kayenta [10], de la figura 3.13.

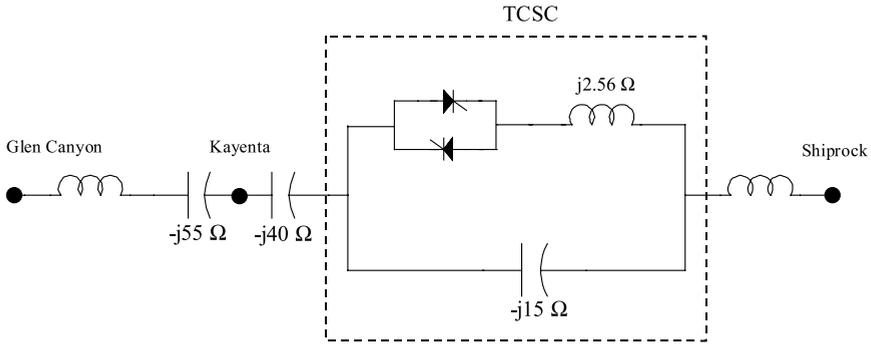


Figura 3.13 Sistema de Kayenta

Para los dos primeros sistemas, durante el tiempo de conducción de los tiristores el vector de estado es $x(t) = [i_t(t), v_c(t), i_l(t)]^T$, donde $i_t(t)$ es la corriente a través de los tiristores, $v_c(t)$ es el voltaje del capacitor controlado e $i_l(t)$ es la corriente de la línea. Las matrices A, B y P son las siguientes:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R_t}{L_t} & \frac{1}{L_t} & 0 \\ -\frac{1}{C} & 0 & \frac{1}{C} \\ 0 & \frac{1}{L_s} & -\frac{R_s}{L_s} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_s} \end{bmatrix} \quad P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Durante el tiempo de no-conducción, la corriente de los tiristores es cero y el vector de estados está dado por $y(t) = [v_c(t), i_l(t)]^T$.

Para el primer caso en estudio los parámetros son los siguientes [9]: $L_s = 0.195\text{mH}$, $R_s = 0.9\text{m}\Omega$, $L_t = 1.66\text{mH}$, $R_t = 31.3\text{m}\Omega$ y $C = 1.5\text{mF}$. En la figura 3.14 se muestra la localización de los valores propios del Jacobiano del mapa de Poincaré en el plano complejo z conforme σ varía entre 0° y 180° . Ya que éstos se encuentran estrictamente dentro del círculo unitario, el sistema es exponencialmente estable para cualquier ángulo de conducción.

En la figura 3.15 se observa el mismo sistema, pero ahora con un período $T_s = 1/30$, obsérvese cómo varía la posición de los valores propios con respecto a la figura 3.14, esto prueba que la dinámica del sistema depende del período de muestreo T_s .

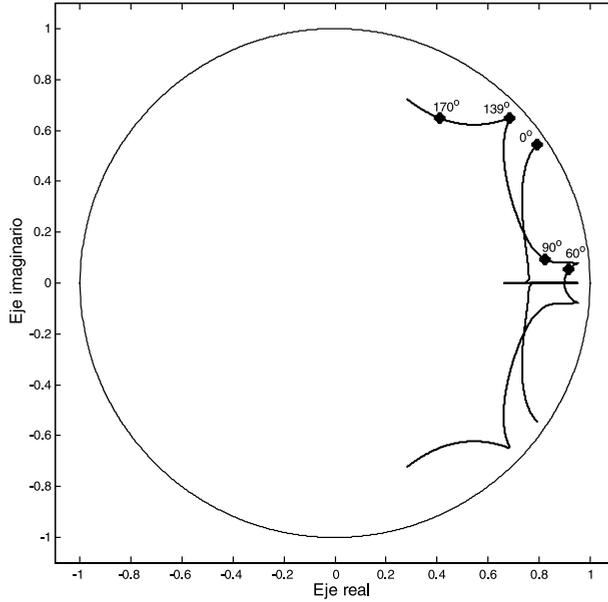


Figura 3.14 Valores propios del Jacobiano del mapa de Poincaré en el plano z

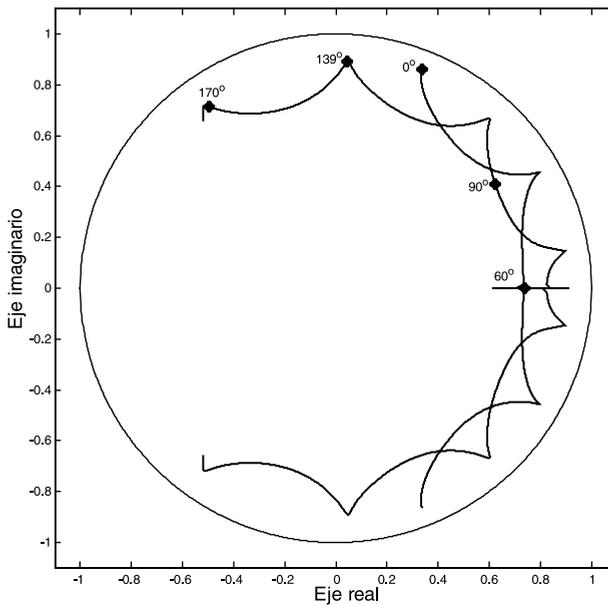


Figura 3.15 Valores propios con $T = 1/30$ en el plano z

Continuando con el mismo sistema, pero considerando los siguientes parámetros: $L_s = 260\text{mH}$, $R_s = 10 \Omega$, $L_t = 23.5\text{mH}$, $R_t = 0 \Omega$, $C = 90\mu\text{F}$ [3]. En la figura 3.16 se exhibe el comportamiento en el plano de estados cuando el

ángulo de disparo $\alpha = 60^\circ$, así como la localización de los puntos de Poincaré en el mismo plano. Como se puede apreciar, es un sistema que alcanza su punto de estado estacionario en aproximadamente cuatro periodos.

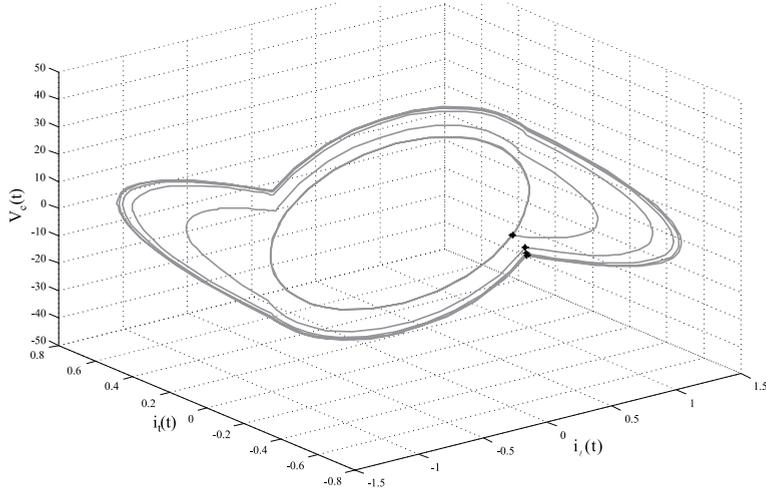


Figura 3.16 Plano de estados y puntos de Poincaré para el caso 2

Ya que los valores propios del Jacobiano del mapa de Poincaré en la figura 3.17 se encuentran estrictamente dentro del círculo unitario, el sistema es exponencialmente estable para cualquier ángulo de conducción.

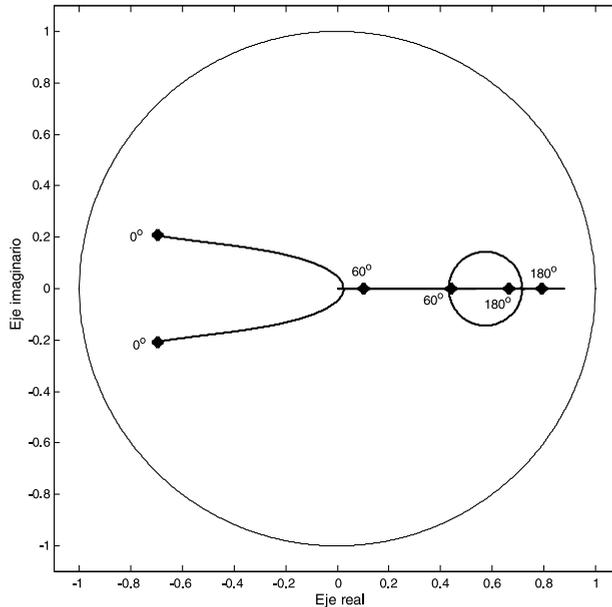


Figura 3.17 Valores propios del Jacobiano del mapa de Poincaré en el plano z .

Para este segundo caso los valores propios se encuentran más al interior del círculo unitario, lo que indica que es un sistema que presenta un mayor nivel de amortiguamiento. Para el caso mostrado se usó un ángulo de conducción de 60° , al que le corresponde un valor propio que se encuentra muy cercano al centro del círculo; por lo tanto, es un valor propio con un fuerte nivel de amortiguamiento. Esto se ve reflejado en la figura 3.16.

El sistema de Kayenta agrega un capacitor fijo en la parte de la línea C_s , figura 3.13. El vector de estados de conducción y no-conducción es; $x(t) = [i_t(t), v_c(t), i_s(t), v_s(t)]^T$ e $y(t) = [v_c(t), i_s(t), v_s(t)]^T$, respectivamente, donde $v_s(t)$ es el voltaje del capacitor fijo de la línea. Las matrices A, B y P son las siguientes, según [10]:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L_t} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{C_t} & 0 & \frac{1}{C_t} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_s} & -\frac{R_s}{L_s} & -\frac{1}{L_s} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_s} & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_s} \\ 0 \end{bmatrix} \quad P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Sí:

$$L_s=406\text{mH}, R_s=19.89 \Omega, C_s=27.9\mu\text{F}, L_t=6.8\text{mH}, C_t=177\mu\text{F} \text{ y } R_t=0 \Omega.$$

En la figura 3.18 se exhiben los valores propios. En ella se puede apreciar cómo los valores propios están fuera del círculo unitario cuando el ángulo de conducción varía entre 46° - 57° y 66° - 93° . Esto significa que para ángulos de conducción que se encuentren dentro de estos rangos el sistema será inestable ante cualquier perturbación, por lo que los controladores deben evitar la operación del dispositivo para estos ángulos de conducción.

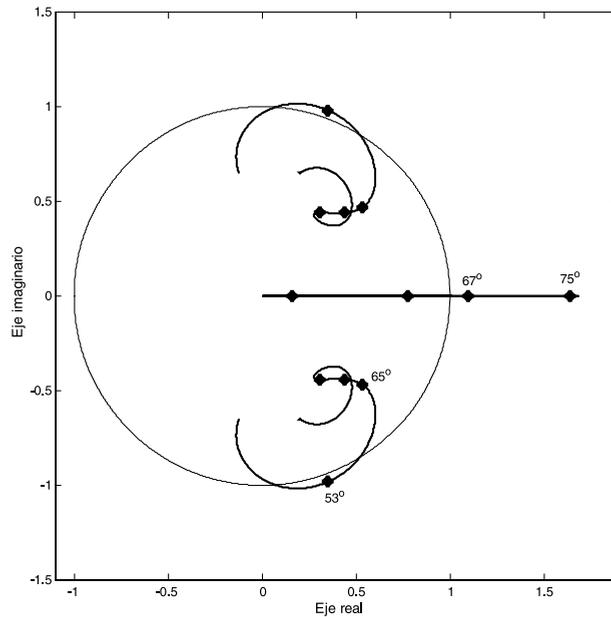


Figura 3.18 Valores propios para el sistema de Kayenta en el plano z

CONCLUSIONES

En este capítulo se estudian los diferentes modos de operación del TCSC. El principal modo de operación es el modo vernier. Para estudiar las características en este modo operativo se plantea un método bastante poderoso para el estudio dinámico del TCSC.

El TCSC se modela por secciones, la figura 3.7, según el estado de los tiristores. El dispositivo en cada una de estas secciones se puede considerar como un sistema lineal con condiciones iniciales que dependen del ángulo de disparo y el tiempo de apagado; es en estos tiempos donde se conmuta de un sistema lineal a otro.

La principal ventaja de analizar el TCSC por medio de la aproximación periódica en variables de estado es que incluye el impacto que provoca la acción de los tiristores en la corriente de línea, esto se aprecia en la figura 3.8 donde se observa que la acción de los tiristores produce un aumento de amplitud en la corriente de la línea así como la inyección de armónicos. Esto implica una diferencia con otros modelos donde se considera que la corriente de línea se mantiene constante, aunque tales modelos son normalmente aceptados para estudios de estabilidad transitoria donde sólo se consideran señales fundamentales de 60 Hz.

Debido a la compleja dinámica que presenta el TCSC al combinar tanto dinámica continua en el tiempo, debida al voltaje en el capacitor controlado

y la corriente en la inductancia del TCR, como dinámica discreta debida a la conmutación de los tiristores, el concepto del mapa de Poincaré es una herramienta que facilita el análisis, ya que sólo es necesario el muestreo de los estados en cada periodo, dando como resultado un traslado a un plano.

Dada la dinámica combinada del TCSC, resulta complejo obtener modelos que describan tal comportamiento. Una de las soluciones que se han tomado es el desarrollo de modelos completamente continuos en el tiempo, tal como modelos promedio o modelos completamente discretos, algunos de ellos basados en el mapa de Poincaré.

El estudio de los valores propios del Jacobiano del mapa de Poincaré proporciona información sobre la estabilidad del dispositivo bajo pequeñas perturbaciones conforme su ángulo de conducción varía. Esta es una información importante ya que se localizan ángulos de disparo que los controladores deben evitar, además de que se pueden localizar los posibles puntos de resonancia.

REFERENCIAS

- [1] D. J. Trudnowski, M. K. Donnelly, J. F. Hauer, "Estimating Damping Effectiveness of BPA's Thyristor Controlled Series Capacitor by Applying Time and Frequency Domain Methods to Measured Response", IEEE Trans. on Power Systems, Vol 11, No. 2, mayo 1996, pp. 761-766.
- [2] Narain G. Hingorani, Laszlo Gyugyi, *Understanding FACTS Concepts and Technology of Flexible AC Transmission System*, primera edición, IEEE Press 2000.
- [3] Hak-Guhn Han, Jong-Keun Park, Byung-Ha Lee, "Analysis of thyristor controlled Series Compensator Dynamics Using the State Variable Approach of a Periodic System Model", IEEE Trans. Power Delivery. Vol. 12, No. 4, October 1997, pp. 1744-1750.
- [4] Wilson J. Rugh. *Linear System Theory*, second edition. Prentice Hall, 1996.
- [5] Chi-Tsong Chen. *Linear System Theory and Desing*. Saunders Collage Publishing, 1996.
- [6] Lawrence Perko. *Differential Equations and Dinamics Systems*, Springer Verlag, 1994.
- [7] Hassan K. Khalil. *Nonlinear Systems*, segunda edición, Prentice hall, 1996.
- [8] Katsuhiko Ogata. *Sistemas de control en tiempo discreto*, segunda edición, Prentice Hall, 1996.
- [9] Sasan Jalali, Ian, Dobson, Robert H. Lasseter, Giri Venkataramanan, "Switching Time Bifurcations in a Thyristor Controlled Reactor," IEEE Trans. Circuits and Systems, vol. 43, no. 3, Marzo 1996, pp. 209-217.
- [10] Sasan G. Jalali, Robert H. Lasseter, Ian Dobson, "Dynamic Response of a Thyristor Controlled Switched Capacitor," IEEE Trans on Power Delivery, vol. 9, no.3, julio 1994, pp. 1609-1615.