

ANÁLISIS DEL INVERSOR DE 6 Y 12 PULSOS

RESUMEN

Los dispositivos FACTS han mostrado su aplicabilidad para mejorar la operación de un sistema eléctrico de potencia. Las principales aplicaciones son: estabilidad de voltaje, amortiguamiento de oscilaciones torsionales, el control del voltaje en la red, y la mejora de la estabilidad transitoria. Estas aplicaciones pueden implantarse con un control apropiado (control de la magnitud del voltaje y el ángulo de fase) [1-4].

El compensador estático síncrono (StatCom) es un equipo para compensación de reactivos, conectado en derivación, capaz de generar/absorber potencia reactiva, y cuya salida puede variarse para mantener el control de parámetros específicos del sistema eléctrico. El StatCom proporciona características operativas similares a un compensador síncrono rotatorio sin la inercia mecánica, ya que el StatCom emplea interruptores de estado sólido exhibiendo una enorme controlabilidad, tanto en magnitud como en la fase del voltaje.

INTRODUCCIÓN

El StatCom consiste, básicamente, en un transformador de acoplamiento, comúnmente representado mediante una reactancia de dispersión, un inversor trifásico con base en GTO o IGBT, y un capacitor CD. La diferencia del voltaje de CA, a través de la reactancia del transformador, produce intercambio de potencia reactiva entre el StatCom y el sistema de potencia, de modo que puede regularse el voltaje en la barra de la red para mejorar el perfil de voltaje del sistema, lo que es un requerimiento primario del StatCom. Sin embargo, se le puede adicionar una función secundaria, por ejemplo, incrementar el amortiguamiento de las oscilaciones de potencia

[4]. La representación básica del inversor para generación de potencia reactiva se presenta esquemáticamente en la figura 5.1.

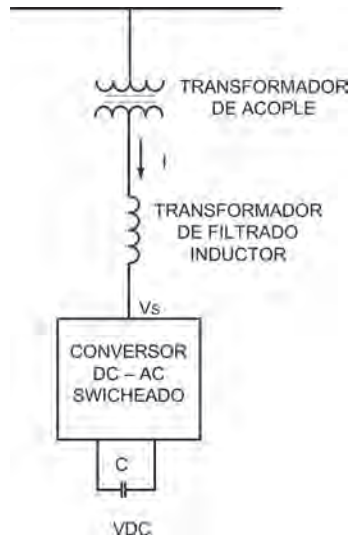


Figura 5.1. Diagrama esquemático del StatCom

A continuación se describe el principio de operación del StatCom. El VSC genera un voltaje controlable de CA, este voltaje se compara con el voltaje del sistema; cuando la magnitud de éste está por encima de la magnitud del voltaje del inversor, el sistema ve al StatCom como una inductancia conectada en sus terminales. De forma similar, si la magnitud del voltaje de la fuente inversora está por encima del voltaje del sistema, éste ve al StatCom como una capacitancia conectada en sus terminales. Si las magnitudes de voltaje son iguales, la potencia reactiva intercambiada es cero.

Si el StatCom posee una fuente de CD o cuenta con un dispositivo de almacenamiento de energía en su lado de CD, puede suministrar potencia activa a la red. Esto se logra ajustando el ángulo de fase en las terminales del StatCom, respecto al ángulo de fase del sistema de potencia. Cuando el ángulo de fase del sistema adelanta al del inversor, el StatCom absorbe potencia activa de la red; si el ángulo de fase del sistema atrasa al del inversor, el StatCom suministra potencia activa a la red [5-7].

Las aplicaciones típicas del StatCom son:

- Regulación de voltaje efectiva.
- Reducción de sobrevoltajes temporales.
- Mejoramiento de la capacidad de transferencia de potencia en estado estacionario.
- Mejoramiento del margen de estabilidad transitoria.

- Amortiguamiento de las oscilaciones de potencia.
- Amortiguamiento de las oscilaciones subsíncronas.
- Mejoramiento de la calidad de energía.
- Aplicaciones a los sistemas de distribución.

Como en todos los FACTS de segunda generación, el inversor es el bloque constitutivo elemental. Un inversor simple genera una forma de onda del voltaje cuadrada, conforme los interruptores conmutan la fuente de CD. Así, se emplean tres técnicas para reducir el contenido armónico en el voltaje de salida del inversor: neutralización de armónicos usando acoplamiento magnético (configuraciones multipulso); reducción de armónicos utilizando configuraciones multinivel; modulación por ancho de pulso (PWM).

ANÁLISIS DEL STATCOM BASADO EN UN INVERSOR DE SEIS PULSOS

El inversor se analiza como una red lineal con una topología que cambia dependiendo del estado de los seis interruptores ideales. El análisis explota el hecho de que el sistema es lineal por partes; consecuentemente, en cada intervalo se pueden resolver las ecuaciones correspondientes utilizando técnicas lineales.

La figura 5.2 ilustra el arreglo elemental de un inversor multipulsos, capaz de producir una salida de voltaje CA a partir de una fuente de CD, conforme los interruptores conmutan la fuente.

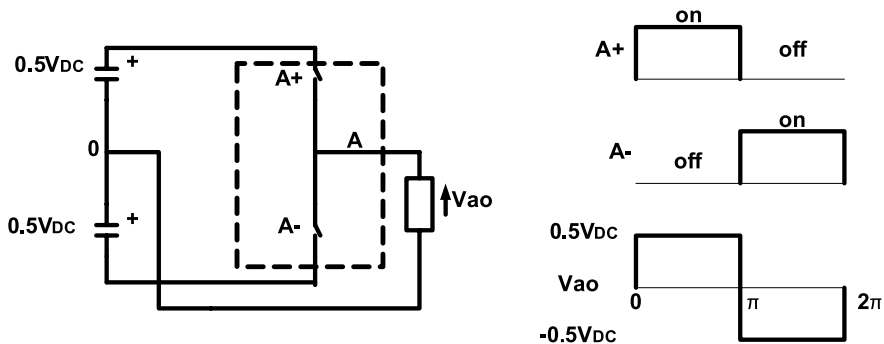


Figura 5.2 Inversor elemental

El esquema práctico más común es el de seis pulsos, que se ilustra en la figura 5.3, compuesto de seis dispositivos, tales como GTO o IGBT junto a un diodo en paralelo.

La señal de disparo g_i es tal que cada interruptor conduce durante 180° cuando el inversor se conecta a una carga resistiva. La figura 5.4 despliega las señales de control para cada interruptor.

El inversor puede verse como una combinación de tres inversores monofásicos, donde en cada pierna se produce una salida de voltaje desplazada 120° respecto a las otras. Las señales de control están desplazadas 60° una respecto a otra. La secuencia de conmutación mostrada en la figura 5.4 genera el voltaje línea-línea $v_{ab}(t)$, $v_{bc}(t)$, y $v_{ca}(t)$, como se ilustra en la figura 5.5. Luego, existen tres modos operativos diferentes para cada intervalo de 60° [3]. En el primer medio ciclo la secuencia de operación es 1-5-6, de la figura 5.6, secuencia 1-2-6, de la figura 5.7 y secuencia 1-2-3, de la figura 5.8. Para obtener el voltaje línea-neutro se analizan a continuación los modos de operación.

Secuencia 1-5-6; $0 \leq \omega t \leq \pi/3$

$$\begin{aligned} v_{an} &= v_{cn} = 1/3 V_{DC} \\ v_{bn} &= -2/3 V_{DC} \end{aligned}$$

Secuencia 1-2-6; $\pi/3 \leq \omega t \leq 2\pi/3$

$$\begin{aligned} v_{an} &= 2/3 V_{DC} \\ v_{bn} &= v_{cn} = -1/3 V_{DC} \end{aligned}$$

Secuencia 1-2-3; $2\pi/3 \leq \omega t \leq \pi$

$$\begin{aligned} v_{an} &= v_{bn} = 1/3 V_{DC} \\ v_{cn} &= -2/3 V_{DC} \end{aligned}$$

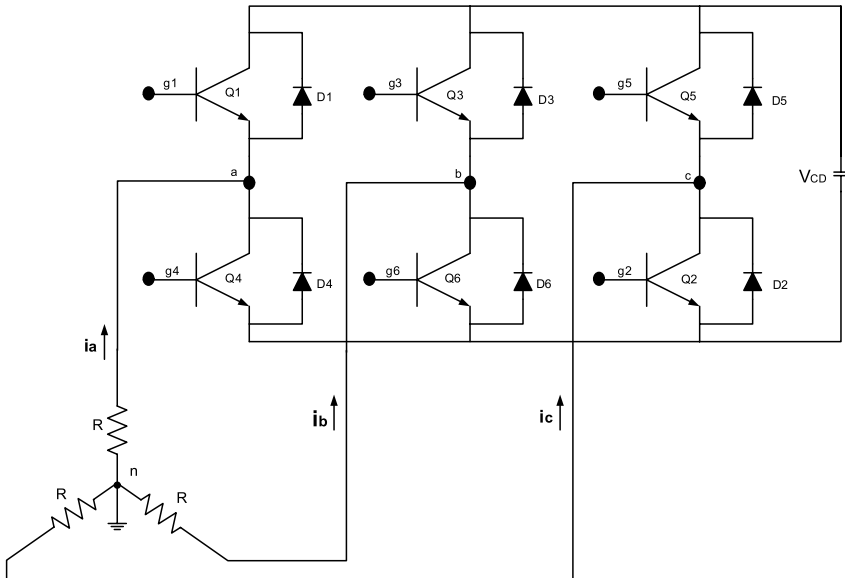


Figura 5.3 Inversor de seis pulsos con carga resistiva

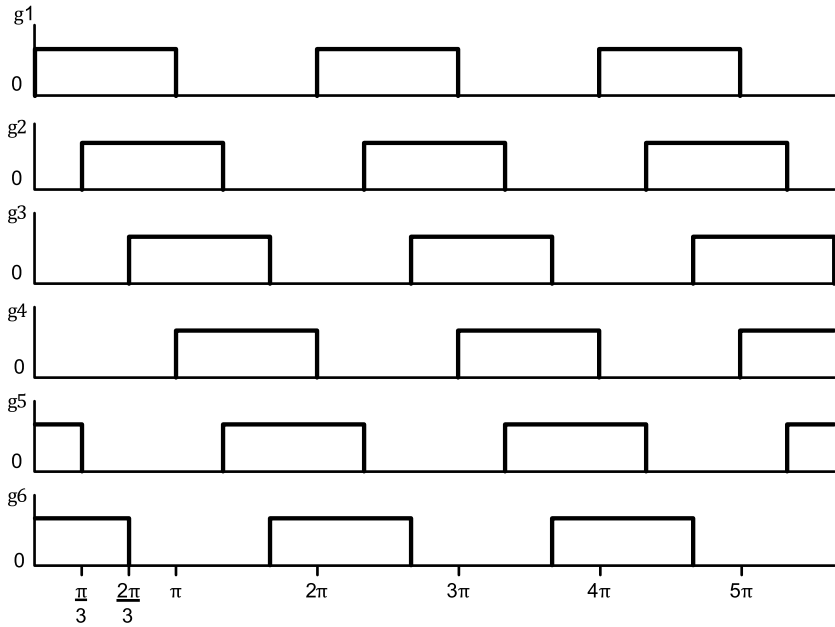


Figura 5.4. Señales de disparo

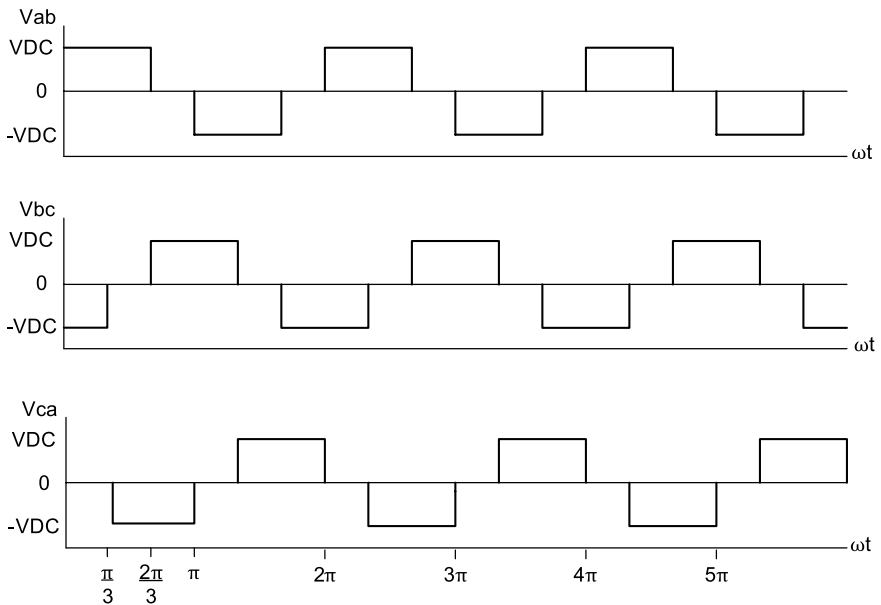


Figura 5.5 Voltajes línea-línea

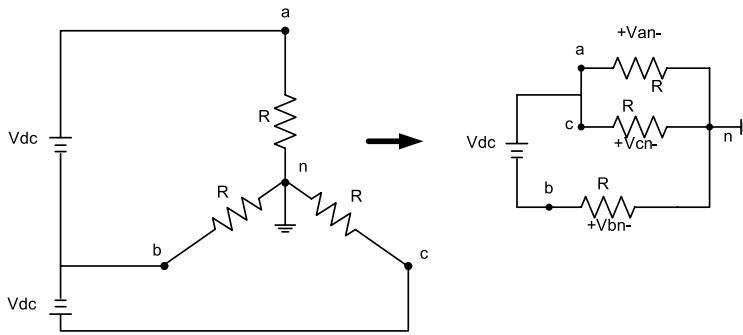


Figura 5.6 Secuencia 1-5-6

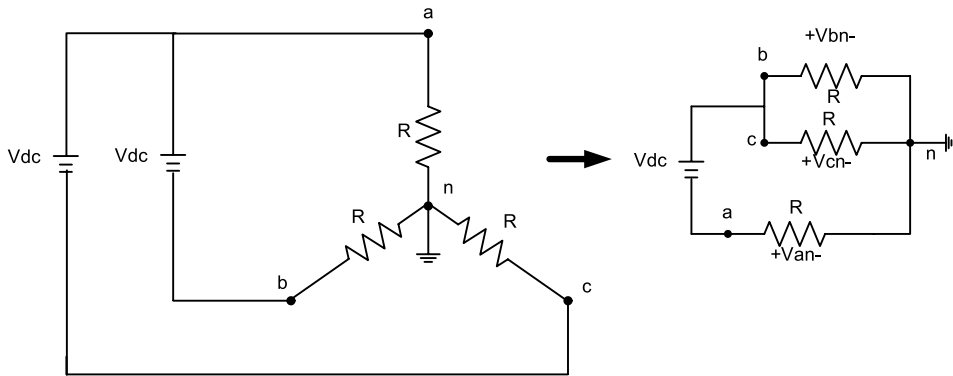


Figura 5.7 Secuencia 1-2-6

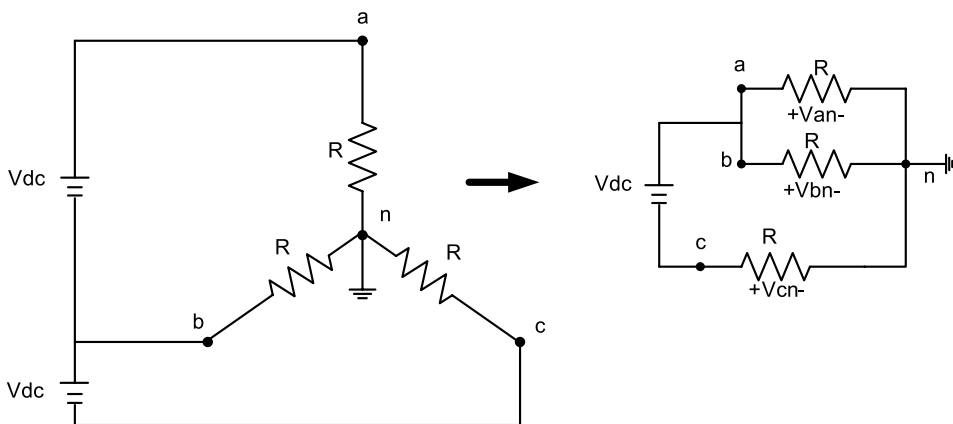


Figura 5.8. Secuencia 1-2-3

Para el siguiente medio ciclo, los modos operativos se obtienen de manera similar, siendo el negativo de los mostrados. La figura 5.9 exhibe los voltajes línea-neutro $v_{an}(t)$, $v_{bn}(t)$ y $v_{cn}(t)$. La sincronización y frecuencia de los voltajes generados dependen directamente de la frecuencia y sincronización de las señales de control, y no del tipo de carga. La magnitud del pico de voltaje depende del voltaje de CD.

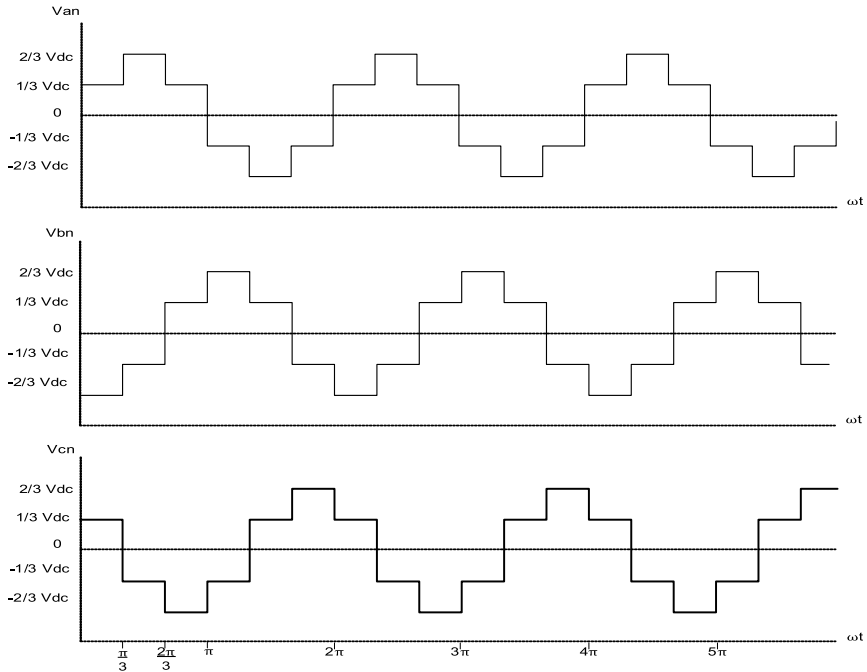


Figura 5.9 Voltajes línea-neutro

Análisis armónico

El contenido armónico de los voltajes línea-línea y línea-neutro se obtiene aplicando un análisis de Fourier a las formas de onda resultantes: simetría de media-onda si el voltaje $v_{ab}(t)$ se atrasa 30° ; por lo tanto:

$$v_{ab}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} V_{abn} \text{sen}(n\omega t + \frac{\pi}{6}n) \quad (120)$$

donde:

$$V_{abn} = \frac{4}{T} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} V_{DC} \text{sen}(n\omega t) d\omega t \quad (121)$$

$$T = 2\pi$$

De modo que:

$$V_{abn} = \frac{2}{n\pi} V_{DC} \left[\cos\left(\frac{\pi}{6}n\right) - \cos\left(\frac{5\pi}{6}n\right) \right] \quad (122)$$

Nótese que sólo existen los términos $6r \pm 1$ ($n = 6r \pm 1$), siendo r cualquier entero positivo, esto es, $n = 1, 5, 7, 11, 13, \dots$, por lo que la ecuación (122) se puede reducir a:

$$V_{abn} = \frac{4}{n\pi} V_{DC} \cos\left(\frac{\pi}{6}n\right), \quad \forall n = 6r \pm 1, \quad r = 0,1,2,\dots \quad (123)$$

Así, los componentes fundamental y armónicos de voltaje son:

$$V_{ab1} = 1.1026V_{DC} \text{ pico} = 0.7797V_{DC} \text{ rms} \quad (124)$$

$$V_{abn} = \frac{1.1026}{n} V_{DC} \text{ pico} = \frac{0.7797}{n} V_{DC} \text{ rms} \quad (125)$$

Los voltajes $v_{bc}(t)$ y $v_{ca}(t)$ presentan un patrón similar, excepto que están desplazados 120° y 240° , respectivamente de $v_{ab}(t)$.

$$v_{ab}(t) = \frac{4}{\pi} V_{DC} \sum_n \frac{1}{n} \cos\left(\frac{\pi}{6}n\right) \text{sen}(n\omega t + \frac{\pi}{6}n) \quad (126)$$

$$v_{bc}(t) = \frac{4}{\pi} V_{DC} \sum_n \frac{1}{n} \cos\left(\frac{\pi}{6}n\right) \text{sen}(n\omega t - \frac{\pi}{2}n) \quad (127)$$

$$v_{ca}(t) = \frac{4}{\pi} V_{DC} \sum_n \frac{1}{n} \cos\left(\frac{\pi}{6}n\right) \text{sen}(n\omega t - \frac{7\pi}{6}n) \quad (128)$$

$$\forall n = 6r \pm 1, \quad r = 0,1,2,\dots$$

De manera similar, aplicando simetría de media-onda, se calcula el contenido armónico de los voltajes línea-neutro:

$$v_{an}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} V_{an_n} \text{sen}(n\omega t) \quad (129)$$

donde:

$$V_{an_n} = \frac{4}{3T} V_{DC} \left[\int_0^{\frac{\pi}{3}} \text{sen}(n\omega t) d\omega t + 2 \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \text{sen}(n\omega t) d\omega t + \int_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi} \text{sen}(n\omega t) d\omega t \right] \quad (130)$$

$$T = 2\pi$$

Por lo tanto:

$$V_{an_n} = \frac{2}{3n\pi} V_{DC} \left[\cos\left(\frac{\pi}{3}n\right) - \cos\left(\frac{2\pi}{3}n\right) + 1 - (-1)^n \right] \quad (131)$$

Aunque las formas de onda de los voltajes línea-línea y línea-neutro son diferentes, presentan un contenido armónico similar. Los voltajes línea-neutro también tienen los términos $6r \pm 1$ ($n = 6r \pm 1$), donde r es cualquier entero positivo, esto es, $n = 1, 5, 7, 11, 13, \dots$. La ecuación (131) puede expresarse mediante:

$$V_{an_n} = \frac{4}{3n\pi} V_{DC} \left[\cos\left(\frac{\pi}{3}n\right) + 1 \right] \quad \forall n = 6r \pm 1, \quad r = 0,1,2,\dots \quad (132)$$

Los voltajes pico y rms de los componentes fundamental y armónico son:

$$V_{an1} = 0.6366V_{DC} \text{ pico} = 0.4502V_{DC} \text{ rms}$$

$$V_{an_n} = \frac{0.6366}{n} V_{DC} \text{ pico} = \frac{0.4502}{n} V_{DC} \text{ rms}$$

Por lo tanto, los voltajes línea-neutro son:

$$v_{an}(t) = \frac{4}{3\pi} V_{DC} \sum_n \frac{1}{n} \left[\cos\left(\frac{\pi}{3}n\right) + 1 \right] \text{sen}(n\omega t) \quad (133)$$

$$v_{bn}(t) = \frac{4}{3\pi} V_{DC} \sum_n \frac{1}{n} \left[\cos\left(\frac{\pi}{3}n\right) + 1 \right] \text{sen}\left(n\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (134)$$

$$v_{cn}(t) = \frac{4}{3\pi} V_{DC} \sum_n \frac{1}{n} \left[\cos\left(\frac{\pi}{3}n\right) + 1 \right] \text{sen}\left(n\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \quad (135)$$

$$\forall n = 6r \pm 1, \quad r = 0,1,2,\dots$$

Los componentes fundamental y armónico de los voltajes línea-línea y línea-neutro están desfasados 30° . La amplitud de los voltajes línea-línea es $\sqrt{3}$ veces la amplitud del voltaje línea-neutro, y los componentes armónicos no incluidos en el conjunto $n = 12r \pm 1$ están en oposición de fase. Esto se expresa mediante las siguientes relaciones:

$$V_{ab1} = \sqrt{3}V_{an1}$$

$$V_{ab5} = -\sqrt{3}V_{an5}$$

$$V_{ab7} = -\sqrt{3}V_{an7}$$

$$V_{ab11} = \sqrt{3}V_{an11}$$

$$V_{ab13} = \sqrt{3}V_{an13}$$

En forma general:

$$V_{abn} = (-1)^r \sqrt{3} V_{an_n} \tag{136}$$

donde $n = 6r \pm 1$ y $r = 0, 1, 2, \dots$

Si el VSC de la figura 5.3 se carga resistivamente (factor de potencia unitario), los diodos no conducen en ningún momento; pero si la carga es inductiva, el periodo de conducción de los transistores estaría entre 90° - 180° , y el de los diodos entre 0° - 90° . Las figuras 5.10, 5.11 y 5.12 ilustran el periodo de conducción para el primer par transistor-diodo donde se consideró una carga conectada en estrella con un factor de potencia inductivo de 0.5 ($R= 1 \Omega$, $L= 4.59944 \text{ mH}$), como se ilustra en la figura 5.10. En este caso, los transistores conducen durante 120° y los diodos 60° . Similarmente, para una carga inductiva con factor de potencia 0.8660 ($R= 1 \Omega$, $L= 1.5315 \text{ mH}$), los transistores conducen 150° , mientras los diodos lo hacen 30° , como se ilustra en la figura 5.11. Finalmente, en la figura 5.12 se muestra el comportamiento ante un factor de potencia cero, donde el periodo de conducción de transistores y diodos es de 90° .

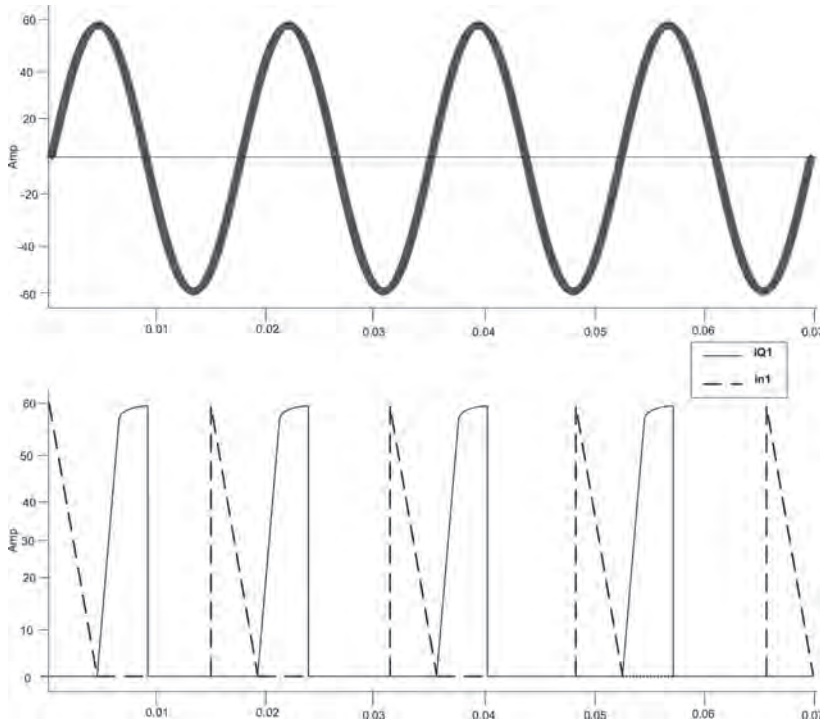


Figura 5.10 Periodo de conducción-factor de potencia 0.5 inductivo

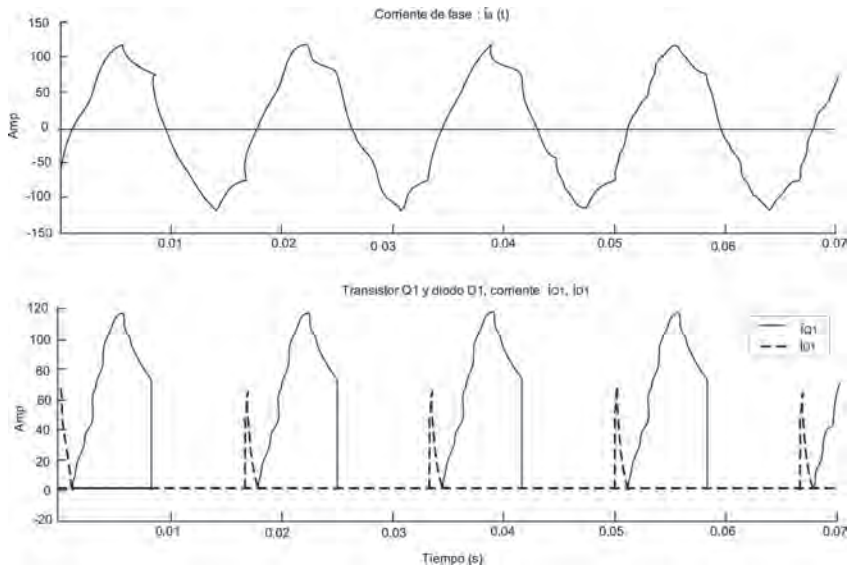


Figura 5.11. Periodo de conducción-factor de potencia 0.866 inductivo

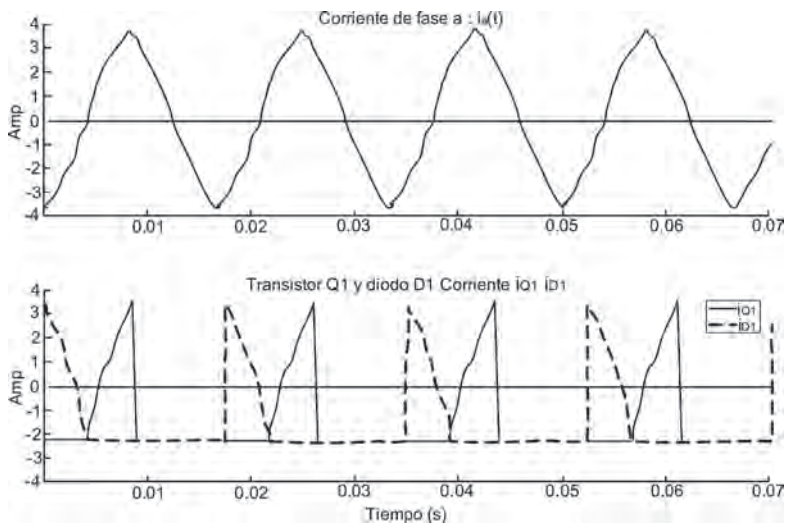


Figura 5.12 Periodo de conducción-factor de potencia cero

EL COMPENSADOR ESTÁTICO SÍNCRONO (STATCOM) BASADO EN UNA VSC DE SEIS PULSOS

Los compensadores estáticos son dispositivos con la capacidad de generar y absorber potencia activa y reactiva, aunque las aplicaciones más comunes están en el intercambio de potencia reactiva entre el compensa-

por y la red eléctrica. El StatCom basado en seis pulsos, como se ilustra en la figura 5.13, es el compensador elemental.

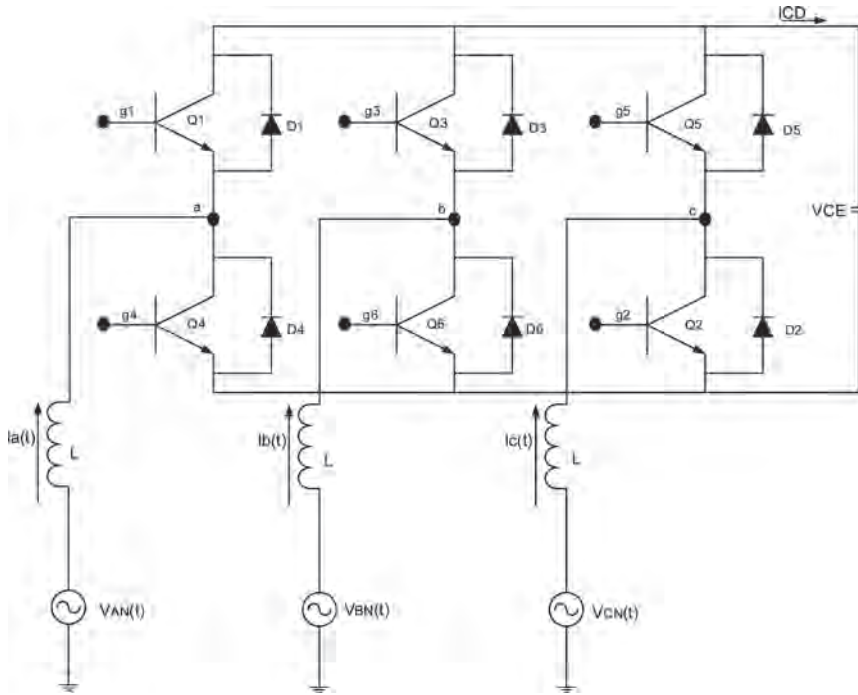


Figura 5.13. StatCom de seis pulsos

El intercambio de potencia reactiva entre la red de CA y el compensador, se controla variando la magnitud del componente fundamental del voltaje del inversor por encima/debajo del voltaje de la red. El control del compensador se logra mediante pequeñas variaciones del ángulo de conmutación de los dispositivos semiconductores, de modo que el componente fundamental del voltaje se desfase unos cuantos grados respecto al voltaje de CA de la red. Esto causa que la potencia activa fluya hacia o desde el inversor modificando el valor del voltaje CD del capacitor, y consecuentemente la magnitud del voltaje del inversor y su potencia reactiva. Si el compensador suministra sólo potencia reactiva, la potencia activa proporcionada por el capacitor de CD es cero. Por lo tanto, el capacitor no modifica su voltaje [1].

Señales de corriente

El flujo de corriente entre el compensador y la red se determina por el voltaje a través del transformador de enlace. Considere que el voltaje de la red es senoidal $e_{an}(t) = V_m \text{sen}(\omega t)$, entonces la magnitud de los voltajes fundamental y armónicos están dados por las ecuaciones (137) y (138). De la ecuación (132) $v_{an}(t) = 0.6366 V_{DC} \text{sen}(\omega t)$, por lo que las corrientes son:

$$i_a(t)_1 = -\frac{V_m - 0.6366V_{DC}}{\omega L} \cos(\omega t) \quad (\text{componente fundamental})$$

$$i_a(t)_n = \frac{0.6366V_{DC}}{n^2\omega L} \cos(n\omega t) \quad (n - \text{ésimo armónico})$$

La corriente fundamental también se denomina corriente reactiva fundamental I_q , la cual se expresa:

$$I_{a1} = I_q = \frac{V_m - 0.6366V_{DC}}{\omega L} \quad (137)$$

$$I_{an} = \frac{0.6366V_{DC}}{n^2\omega L}, \quad n > 1 \quad (138)$$

La corriente fundamental será adelantada cuando $V_m < 0.6366V_{DC}$; esto es, si la amplitud del voltaje del inversor se incrementa por encima del voltaje CA de la red (la corriente fluye del convertidor al sistema). En este caso el compensador se ve como un capacitor desde la red.

La corriente fundamental será atrasada cuando $V_m > 0.6366V_{DC}$; esto es, si la amplitud del voltaje del inversor disminuye por debajo del voltaje CA de la red (la corriente fluye desde la red hacia el compensador). En este caso el compensador se ve como un inductor desde la red, como se ilustra en la figura 5.14.

De la ecuación (138) puede deducirse que las corrientes armónicas fluyen solamente desde el compensador hacia el sistema. La figura 5.15 ilustra la relación entre el voltaje CD (V_{CD}) y la corriente reactiva fundamental. También se presentan las corrientes armónicas de bajo orden como una función de la corriente reactiva fundamental.

Tomando en cuenta el voltaje en el transformador de acoplamiento, se deriva la ecuación que describe la corriente de CA $i_a(t)$, figura 5.16. Las corrientes de las otras fases están desfasadas 120° .

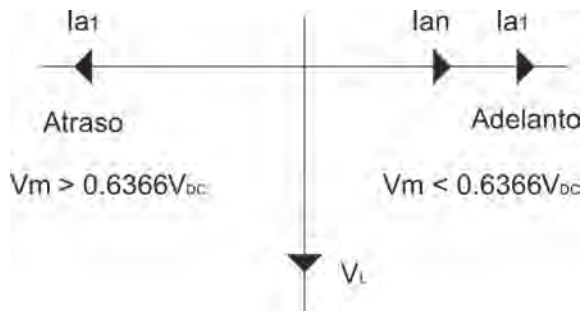


Figura 5.14 Entrega/absorción de reactivos

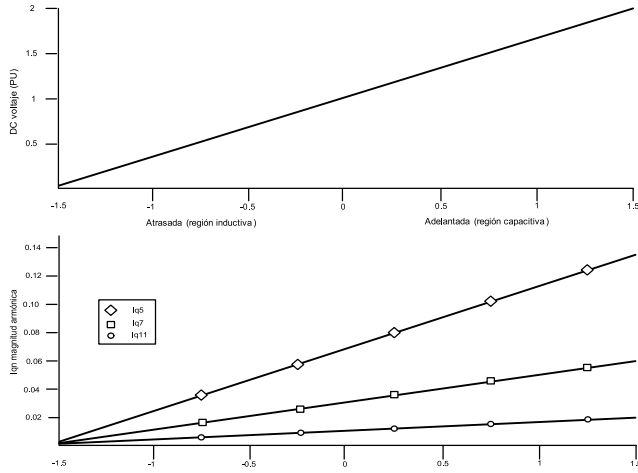


Figura 5.15 Relación entre voltaje V_{DC} y corrientes

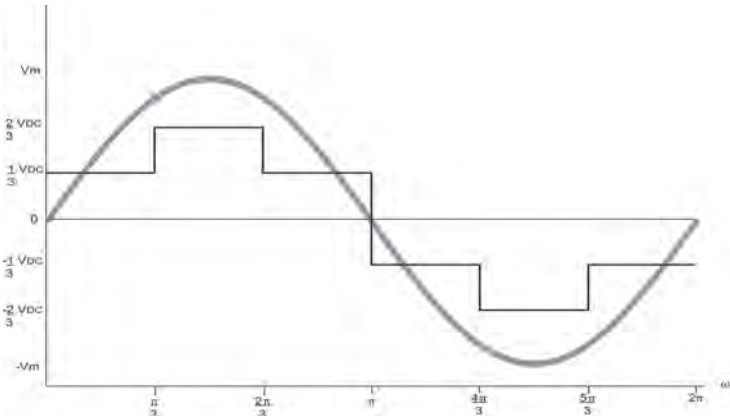


Figura 5.16 Voltajes de la red y compensador

El voltaje en la inductancia del transformador es $v_L(t) = L \frac{d}{dt} i_a(t)$, donde $v_L(t)$ es el voltaje instantáneo del inductor, en este caso, la diferencia de voltaje entre el nodo de la red $e_{an}(t)$ y el compensador $v_{an}(t)$. Las siguientes expresiones se escriben para cada intervalo de 60° .

Sub-intervalo: $0 \leq \omega t \leq \pi/3$

$$v_L(t) = V_m \text{sen}(\omega t) - \frac{1}{3} V_{DC} = L \frac{d}{dt} i_a(t) \tag{139}$$

$$i_a(t) = -\frac{V_m}{\omega L} [\cos(\omega t) - 1] - \frac{1}{3L} V_{DC} t + I_0$$

donde I_0 es la condición inicial $i_a(0) = I_0$.

Sub-intervalo: $\pi/3 \leq \omega t \leq 2\pi/3$

$$v_L(t) = V_m \text{sen}(\omega t) - \frac{2}{3} V_{DC} = L \frac{d}{dt} i_a(t) \quad (140)$$

$$i_a(t) = -\frac{V_m}{\omega L} [\cos(\omega t) - 0.5] - \left[\frac{2}{3L} t - \frac{2\pi}{9\omega L} \right] V_{DC} + I_1$$

donde $I_1 = i_a(\pi / 3\omega)$

Sub-intervalo: $2\pi/3 \leq \omega t \leq \pi$

$$v_L(t) = V_m \text{sen}(\omega t) - \frac{1}{3} V_{DC} = L \frac{d}{dt} i_a(t) \quad (141)$$

$$i_a(t) = -\frac{V_m}{\omega L} [\cos(\omega t) - 0.5] - \left[\frac{1}{3L} t - \frac{2\pi}{9\omega L} \right] V_{DC} + I_2$$

donde $I_2 = i_a(2\pi / 3\omega)$

En estado estacionario, la forma de onda de la corriente es simétrica, por lo tanto, $i_a(\pi / 3\omega) = 0$. Tomando en cuenta esto, la condición I_0 se evalúa mediante:

$$i_a\left(\frac{\pi}{2\omega}\right) = -\frac{V_m}{\omega L} \left[\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - 0.5 \right] - \left[\frac{2}{3L} \frac{\pi}{2\omega} - \frac{2\pi}{9\omega L} \right] V_{DC} + I_1 = 0 \quad (142)$$

$$I_1 = -\frac{V_m}{\omega L} 0.5 + \frac{\pi}{9\omega L} V_{DC}$$

$$I_1 = i_a\left(\frac{\pi}{3\omega}\right) = -\frac{V_m}{\omega L} \left[\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - 1 \right] - \left[\frac{1}{3L} \right] V_{DC} \frac{\pi}{3\omega} + I_0 \quad (143)$$

$$I_1 = \frac{V_m}{\omega L} 0.5 - \frac{\pi}{9\omega L} V_{DC} + I_0$$

Igualando las ecuaciones (142) y (143), se estima la condición de estado estacionario:

$$I_0 = -\frac{V_m}{\omega L} + \frac{2\pi}{9\omega L} V_{DC} \quad (144)$$

Sustituyendo la ecuación (144) en (139) se derivan las ecuaciones de estado estacionario, obteniendo:

$$i_a(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \cos(\omega t) - \left[\frac{1}{3L}t - \frac{2\pi}{9\omega L} \right] V_{DC} \quad (145)$$

$$0 \leq \omega t \leq \frac{\pi}{3}$$

$$i_a(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \cos(\omega t) - \left[\frac{2}{3L}t - \frac{\pi}{3\omega L} \right] V_{DC} \quad (146)$$

$$\frac{\pi}{3} \leq \omega t \leq \frac{2\pi}{3}$$

$$i_a(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \cos(\omega t) - \left[\frac{1}{3L}t - \frac{\pi}{9\omega L} \right] V_{DC} \quad (147)$$

$$\frac{2\pi}{3} \leq \omega t \leq \pi$$

Para el sub-intervalo complementario, $\pi \leq \omega t \leq 2\pi$, la forma de onda de la corriente es el negativo de las ecuaciones arriba descritas; en la figura 5.17 exhibe la corriente. Para el caso en adelante se utilizaron los siguientes valores $V_{DC} = 6V$, $V_m = 2.5V$, y $L = 3 \text{ mH}$; para el caso en atraso $V_{DC} = 6V$, $V_m = 4.5V$, y $L = 3 \text{ mH}$.

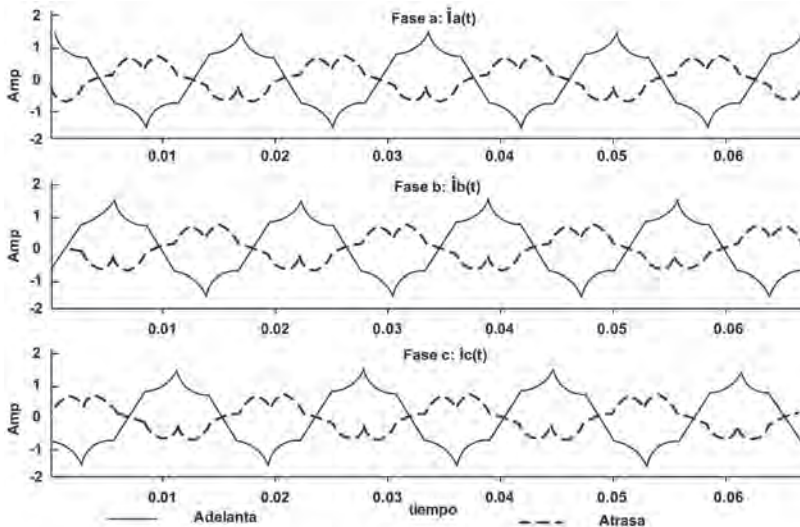


Figura 5.17 Formas de onda de la corriente

Periodos de conducción de transistores y diodos

Con las ecuaciones de corriente precedentes, es posible predecir el periodo de conducción de cada transistor y diodo. Cuando sólo se intercambia potencia reactiva (factor de potencia cero), los transistores y diodos del circuito inversor conducen 90° .

Si el compensador absorbe potencia reactiva, los transistores se apagan naturalmente al cruce por cero de la corriente. Cuando genera potencia reactiva, los transistores se apagan en el pico de la corriente CA. El siguiente algoritmo propone una manera de determinar el periodo de conducción de cada dispositivo a cualquier factor de potencia con base en la corriente de CA y las señales de disparo.

- *Pierna 1*
Pulso g_1 arriba:
 - si $i_a(t)$ es positiva, D_1 conduce
 - si $i_a(t)$ es negativa, Q_1 conduce
Pulso g_4 arriba:
 - si $i_a(t)$ es positiva, Q_4 conduce
 - si $i_a(t)$ es negativa, D_4 conduce

- *Pierna 2*
Pulso g_3 arriba:
 - si $i_b(t)$ es positiva, D_3 conduce
 - si $i_b(t)$ es negativa, Q_3 conduce
Pulso g_6 arriba:
 - si $i_b(t)$ es positiva, Q_6 conduce
 - si $i_b(t)$ es negativa, D_6 conduce

- *Pierna 3*
Pulso g_5 arriba:
 - si $i_c(t)$ es positiva, D_5 conduce
 - si $i_c(t)$ es negativa, Q_5 conduce
Pulso g_2 arriba:
 - si $i_c(t)$ es positiva, Q_2 conduce
 - si $i_c(t)$ es negativa, D_2 conduce

El periodo de conducción de Q_1 y D_1 para corriente en adelanto y atraso se presentan en la figura 5.18.

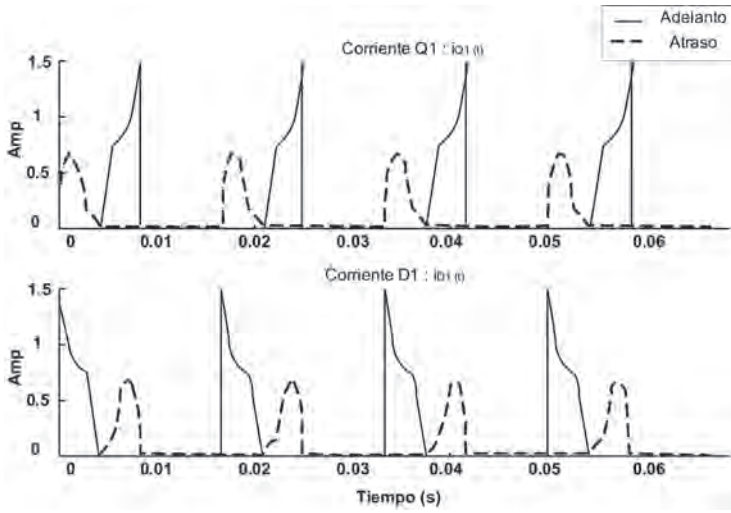


Figura 5.18 Periodo de conducción de Q_1 y D_1

Corriente del capacitor

La corriente del capacitor se compone de segmentos de las tres corrientes de CA, y depende de cuáles semiconductores estén conduciendo en cada sub-intervalo de 60° . De la figura 5.13 puede escribirse:

$$i_{D1}(t) + i_{D3}(t) + i_{D5}(t) + i_{DC}(t) = i_{Q1}(t) + i_{Q3}(t) + i_{Q5}(t)$$

de modo que

$$i_{DC}(t) = i_{Q1}(t) + i_{Q3}(t) + i_{Q5}(t) - [i_{D1}(t) + i_{D3}(t) + i_{D5}(t)] \quad (148)$$

Sub-intervalo: $0 \leq \omega t \leq \pi/3$

$$i_{DC}(t) = i_a(t) + i_c(t)$$

donde:

$$i_c(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \left[\cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \right] - \left[\frac{1}{3L}t + \frac{\pi}{9\omega L} \right] V_{DC}$$

Por lo tanto:

$$i_{DC}(t) = \frac{V_m}{\omega L} \left[\text{sen}(\omega t - \frac{\pi}{6}) \right] - \left[\frac{2}{3L}t - \frac{\pi}{9\omega L} \right] V_{DC} \quad (149)$$

Sub-intervalo: $\pi/3 \leq \omega t \leq 2\pi/3$

$$i_{DC}(t) = i_a(t)$$

$$i_{DC}(t) = \frac{V_m}{\omega L} \left[\text{sen}(\omega t - \frac{\pi}{2}) \right] - \left[\frac{2}{3L}t - \frac{\pi}{3\omega L} \right] V_{DC} \quad (150)$$

Sub-intervalo: $\pi/3 \leq \omega t \leq 2\pi/3$

$$i_{DC}(t) = i_a(t) + i_b(t)$$

donde:

$$i_b(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \left[\cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \right] - \left[\frac{1}{3L}t - \frac{4\pi}{9\omega L} \right] V_{DC}$$

Por lo tanto:

$$i_{DC}(t) = \frac{V_m}{\omega L} \left[\text{sen}(\omega t - \frac{5\pi}{6}) \right] - \left[\frac{2}{3L}t - \frac{5\pi}{9\omega L} \right] V_{DC} \quad (151)$$

Estas expresiones son similares, excepto desplazadas 60° entre ellas. Por lo tanto, la corriente del capacitor en los restantes sub-intervalos se repite, de modo que su forma de onda exhibe seis veces la frecuencia de CA.

Voltaje del capacitor

El análisis previo asume un voltaje CD constante con cero rizo, lo que es equivalente a considerar una capacitancia infinita. Al tomar en cuenta una capacitancia finita se presenta rizo de voltaje, que depende del valor del capacitor y de su corriente. Asumiendo que la corriente del capacitor permanece sin modificaciones respecto a las ecuaciones (149)-(151), puede estimarse el voltaje del capacitor. Con tal consideración, resulta un rizo de voltaje mínimo [4].

El voltaje del capacitor está dado por, la ecuación (152).

$$v_{cap}(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i_{DC}(t) dt + V_0 \quad (152)$$

donde V_0 es la condición inicial en $t=0$; $V_0 = v_{cap}(0)$. Sustituyendo la ecuación (149) en la ecuación (152) se tiene:

$$v_{cap}(t) = -\frac{V_m}{\omega^2 LC} \left[\cos(\omega t - \frac{\pi}{6}) \right] - \left[\frac{1}{3LC} t^2 \right] V_{DC} + \frac{\pi}{9\omega LC} V_{DC} t + \frac{\sqrt{3}V_m}{2\omega^2 LC} + V_0 \quad (153)$$

El valor de V_0 se calcula a partir del componente promedio de la ecuación (153) con un periodo $T = \pi / 3\omega$. Al mismo tiempo, se determina el nivel de voltaje CD, V_{DC} mediante la ecuación (154):

$$V_{DC} = \frac{1}{T} \int_0^{\frac{\pi}{3\omega}} v_{cap}(t) dt \quad (154)$$

$$V_{DC} = \frac{3\omega}{\pi} \left[-\frac{V_m}{\omega^3 LC} - \frac{\pi^3}{243\omega^3 LC} V_{DC} + \frac{\pi^3}{162\omega^3 LC} + \frac{\sqrt{3}\pi}{6\omega^3 LC} V_m + \frac{\pi}{3\omega} V_0 \right]$$

Simplificando:

$$V_0 = 0.0889 \frac{V_m}{\omega^2 LC} - 0.0609 \frac{1}{\omega^2 LC} V_{DC} + V_{DC} \quad (155)$$

La corriente y voltaje del capacitor, obtenidas en las ecuaciones (149)-(155), se presentan en las figuras 5.19 y 5.20

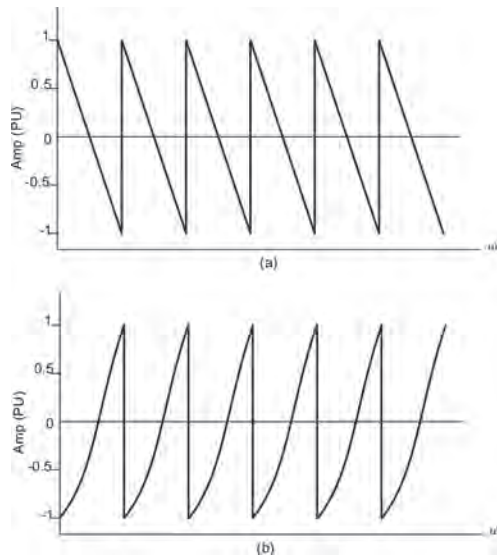


Figura 5.19 Corriente del capacitor. a) generando potencia reactiva; b) absorbiendo potencia reactiva

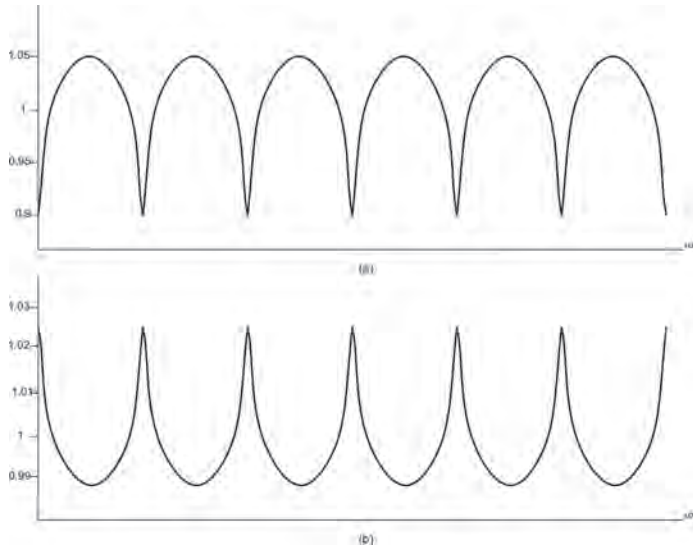


Figura 5.20 Voltaje del capacitor. a) generando potencia reactiva; b) absorbiendo potencia reactiva

Esta última ilustra que el voltaje pico del capacitor V_{pk} ocurre cuando el compensador está generando potencia reactiva (corriente adelantada), $\omega t = 30^\circ$.

$$V_{pk} = v_{ap} \left(\frac{\pi}{6\omega} \right) = -\frac{V_m}{\omega^2 LC} - \frac{V_{DC}}{3LC} \left(\frac{\pi}{6\omega} \right)^2 + \frac{\pi V_{DC}}{9\omega LC} \left(\frac{\pi}{6\omega} \right) + \frac{\sqrt{3}V_m}{2\omega^2 LC} + 0.0889 \frac{V_m}{\omega^2 LC} - 0.0609 \frac{V_{DC}}{\omega^2 LC} + V_{DC}$$

Simplificando se obtiene la ecuación (156):

$$V_{pk} = -0.0451 \frac{V_m}{\omega^2 LC} + 0.0305 \frac{V_{DC}}{\omega^2 LC} + V_{DC} \quad (156)$$

El voltaje pico es importante ya que el voltaje del capacitor se aplica directamente a los dispositivos semiconductores, por lo tanto, éstos deben ser capaces de soportarlo.

La figura 5.21 presenta el voltaje línea-neutro, $v_{an}(t)$, y el voltaje línea-línea, $v_{ab}(t)$, cuando el compensador se opera con un capacitor finito como fuente de CD. Nótese el efecto del rizo de voltaje. El voltaje y corriente del capacitor se ilustran en la figura 5.22 Estos resultados se obtuvieron utilizando los siguientes parámetros: $C = 500 \mu\text{F}$, $L = 3 \text{ mH}$, $V_m = 2.5 \text{ V}$, y $V_{DC} = 6\text{V}$.

Si el compensador sólo intercambia potencia reactiva, el voltaje del capacitor no varía, de modo que la corriente del capacitor es la de la figura 5.19. Con base en un análisis de Fourier resulta:

$$i_{DC}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} I_{DC_n} \text{sen}(\omega t) \tag{157}$$

donde:

$$I_{DC_n} = \frac{2}{T} \int_0^T i_{DC}(t) \text{sen}(n\omega t) dt \quad , \quad T = \frac{\pi}{3\omega}$$

Así, el voltaje del capacitor se compone sólo de funciones senoidales con amplitud fija y un *offset* de CD, como en la figura 5.20.

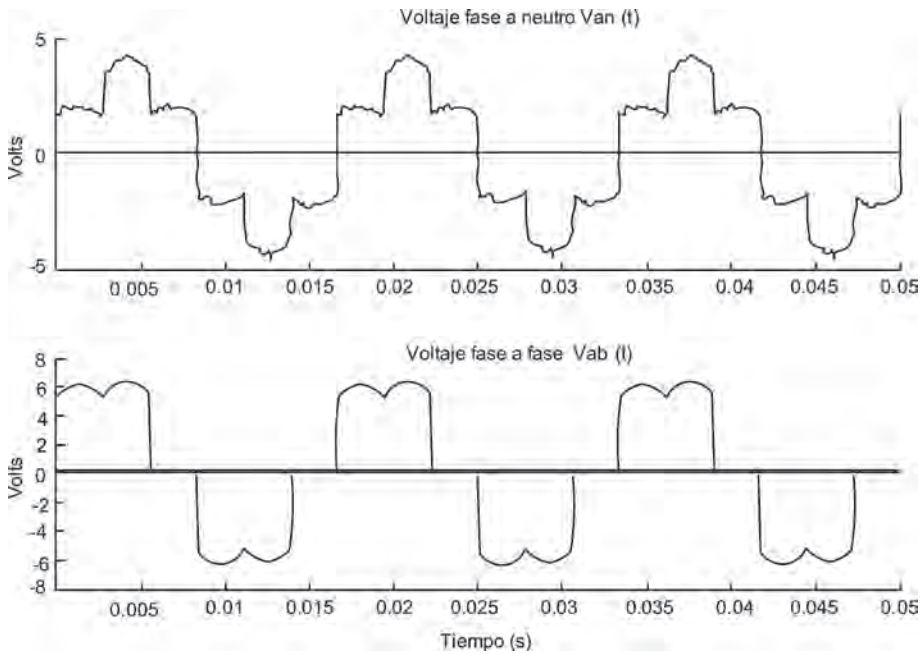


Figura 5.21 Voltajes línea-neutro y línea-línea, con un capacitor finito

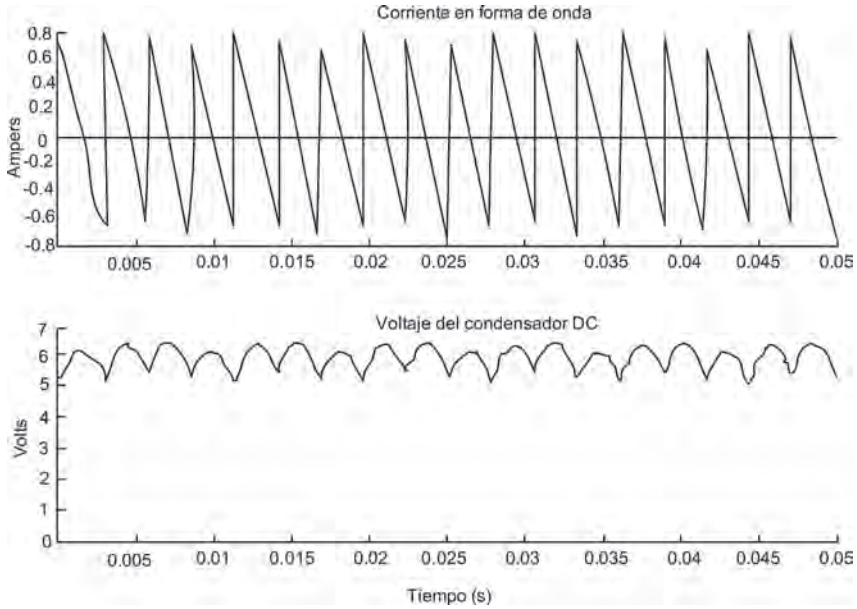


Figura 5.22 Corriente y voltaje del capacitor

Intercambio de potencia activa y reactiva

Considerando un desfase φ entre el voltaje de la red y el voltaje del compensador, como se ilustra en la figura 5.23, se intercambia potencia activa y potencia reactiva. Para obtener las expresiones de las corrientes CA se realiza un procedimiento similar al descrito anteriormente.

Sub-intervalo: $0 \leq \omega t \leq \pi/3$

$$\begin{aligned}
 v_L(t) &= V_m \sin(\omega t - \varphi) - \frac{1}{3} V_{DC} = L \frac{d}{dt} i_a(t) \\
 i_a(t) &= -\frac{V_m}{\omega L} [\cos(\omega t - \varphi) - \cos(\varphi)] - \frac{1}{3L} V_{DC} t + I_0
 \end{aligned}
 \tag{158}$$

donde I_0 es la condición inicial $i_a(0) = I_0$.

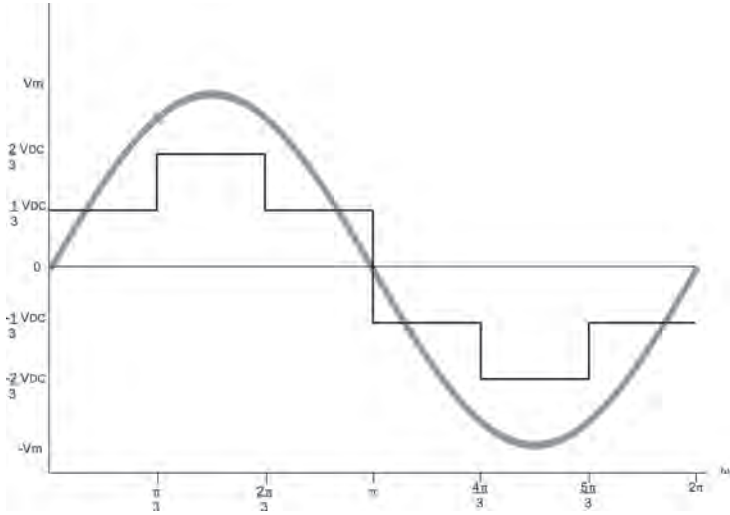


Figura 5.23 Voltajes de la red y del inversor desfasados

Sub-intervalo: $\pi/3 \leq \omega t \leq 2\pi/3$

$$v_L(t) = V_m \text{sen}(\omega t - \varphi) - \frac{2}{3}V_{DC} = L \frac{d}{dt} i_a(t) \quad (159)$$

$$i_a(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \left[\cos(\omega t - \varphi) - \cos\left(\frac{\pi}{3} - \varphi\right) \right] - \left[\frac{2}{3L}t - \frac{2\pi}{9\omega L} \right] V_{DC} + I_1$$

donde $I_1 = i_a(\pi / 3\omega)$

Sub-intervalo: $2\pi/3 \leq \omega t \leq \pi$

$$v_L(t) = V_m \text{sen}(\omega t - \varphi) - \frac{1}{3}V_{DC} = L \frac{d}{dt} i_a(t) \quad (160)$$

$$i_a(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \left[\cos(\omega t - \varphi) - \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \varphi\right) \right] - \left[\frac{1}{3L}t - \frac{2\pi}{9\omega L} \right] V_{DC} + I_2$$

donde $I_2 = i_a(2\pi / 3\omega)$

Tomando en cuenta que $i_a(0) = -i_a(\pi / \omega)$, la condición de estado estacionario I_0 se evalúa mediante:

$$I_0 = -i_a\left(\frac{\pi}{\omega}\right) = \frac{V_m}{\omega L} \left[\cos(\pi - \varphi) - \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \varphi\right) \right] + \left[\frac{1}{3L} \frac{\pi}{\omega} - \frac{2\pi}{9\omega L} \right] V_{DC} - I_2 \quad (161)$$

$$I_0 = \frac{V_m}{\omega L} \left[\cos(\pi - \varphi) - \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \varphi\right) \right] + \left[\frac{\pi}{9\omega L} \right] V_{DC} - I_2$$

donde:

$$I_2 = -\frac{V_m}{\omega L} \left[\cos\left(\frac{2\pi}{3} - \varphi\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3} - \varphi\right) \right] - \frac{2\pi V_{DC}}{9\omega L} + I_1 \quad (162)$$

$$I_1 = i_a\left(\frac{\pi}{3\omega}\right) = -\frac{V_m}{\omega L} \left[\cos\left(\frac{\pi}{3} - \varphi\right) - \cos(\varphi) \right] - \frac{\pi V_{DC}}{9\omega L} + I_0 \quad (163)$$

Sustituyendo las ecuaciones (162)-(163) en (161) se tiene:

$$I_0 = -\frac{V_m}{\omega L} \cos(\varphi) + \frac{2\pi}{9\omega L} V_{DC} \quad (164)$$

Así, las ecuaciones de estado estacionario son:

$$i_a(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \cos(\omega t - \varphi) - \left[\frac{1}{3L} t - \frac{2\pi}{9\omega L} \right] V_{DC} \quad (165)$$

$$0 \leq \omega t \leq \frac{\pi}{3}$$

$$i_a(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \cos(\omega t - \varphi) - \left[\frac{2}{3L} t - \frac{\pi}{\omega L} \right] V_{DC} \quad (166)$$

$$\frac{\pi}{3} \leq \omega t \leq \frac{2\pi}{3}$$

$$i_a(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \cos(\omega t - \varphi) - \left[\frac{1}{3L} t - \frac{\pi}{9\omega L} \right] V_{DC} \quad (167)$$

$$\frac{2\pi}{3} \leq \omega t \leq \pi$$

Sobre el sub-intervalo $\pi \leq \omega t \leq 2\pi$, la corriente CA es el negativo de las ecuaciones descritas. Conforme el desfase φ crece, la corriente CA se modifica, como en la figura 5.17. La figura 5.24 ilustra la corriente cuando $\varphi = 15^\circ$.

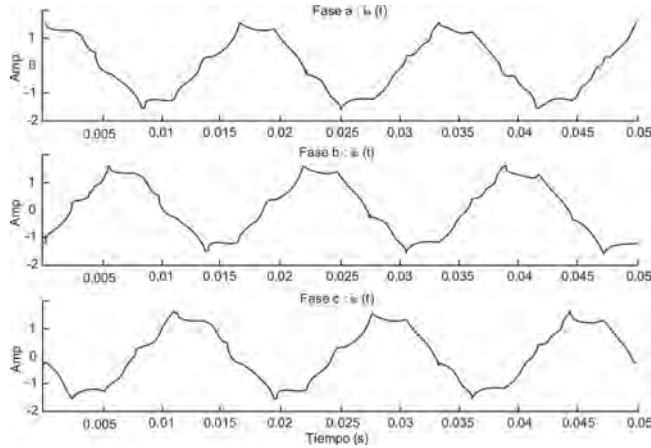


Figura 5.24 Corriente CA cuando $\varphi = 15^\circ$

Corriente del capacitor

La corriente del capacitor se evalúa de forma similar a como ya se ha hecho previamente, resultando una forma de onda compuesta de seis segmentos, donde cada uno de éstos se calcula mediante la ecuación (168), con un desplazamiento angular de 60° entre cada uno.

$$i_{DC}(t) = \frac{V_m}{\omega L} \left[\text{sen}(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{6}) \right] - \left[\frac{2}{3L}t - \frac{\pi}{9\omega L} \right] V_{DC} \tag{168}$$

$$0 \leq \omega t \leq \frac{\pi}{3}$$

Si el ángulo φ se incrementa, la corriente del capacitor tendría un mayor nivel de CD, como se ilustra en la figura 5.25.

Si existe un ángulo de desfase entre el voltaje de la red y el del compensador, la corriente y voltaje del capacitor, con base en un análisis de Fourier, son:

$$i_{DC}(t) = I_{DC0} + \sum_{n=1}^{\infty} I_{DCn} \text{sen}(n\omega t)$$

$$v_{cap}(t) = V_{DC0} + \sum_{n=1}^{\infty} V_{DCn} \cos(n\omega t)$$

Estas expresiones muestran que existe flujo de potencia activa o de CD, de modo que el voltaje del capacitor crecerá o disminuirá, dependiendo si I_{DC0} es positivo o negativo. Para enfatizar el efecto, considere el circuito de la figura 5.26.

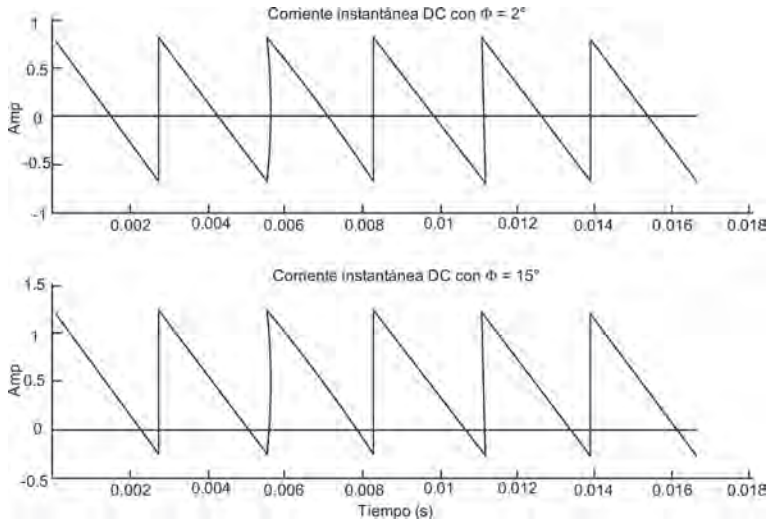


Figura 5.25 $i_{DC}(t)$ para $\varphi = 2^\circ$ y $\varphi = 15^\circ$

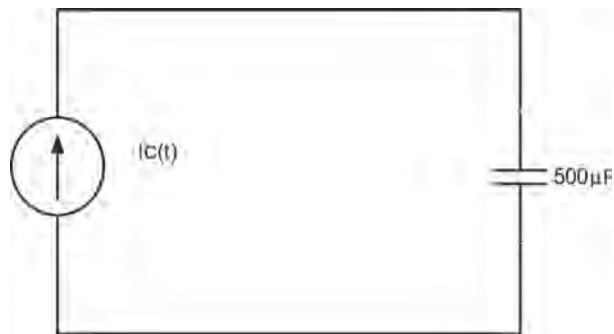


Figura 5.26 Circuito capacitivo de prueba

La red está inicialmente en estado estacionario con $\varphi = 0^\circ$, al tiempo $t = 0.0333$ s, el ángulo φ se modifica a -0.5° . La figura 5.27 exhibe el voltaje del capacitor. Puede notarse que la modificación de la fase afecta al voltaje del capacitor, debido a que el componente CD de $i_{DC}(t)$ modifica el intercambio de potencia activa, mientras que el mecanismo del ajuste del ángulo de fase se utiliza para regular la absorción/entrega de potencia reactiva incrementando o disminuyendo el voltaje del capacitor, y con esto el voltaje de salida del inversor. La corriente del capacitor en estado estacionario es:

$$I_{DC0} = \frac{1}{T} \int_0^T i_{DC}(t) dt$$

donde $i_{DC}(t)$ está dado por la ecuación (168) y $T = \pi / 3\omega$, de modo que:

$$I_{DC0} = -\frac{3V_m}{\pi\omega L} \text{sen}(\varphi) \quad (169)$$

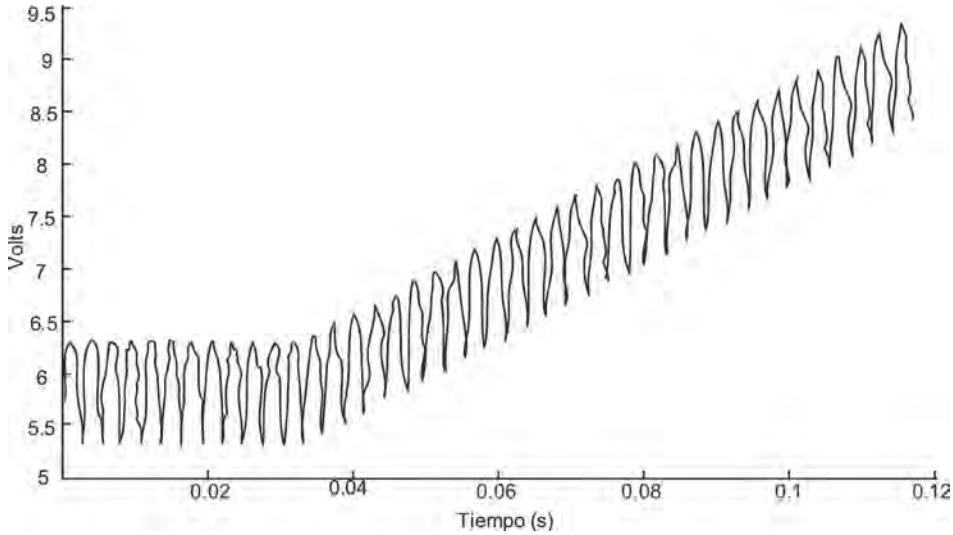


Figura 5.27 Voltaje instantáneo del capacitor modificado mediante el desfaseamiento φ

Con un convertidor ideal (sin pérdidas), intercambiando solamente potencia reactiva con la red, los voltajes del convertidor y de la red estarán en fase. En realidad, las pérdidas de los dispositivos semiconductores provocarían la descarga del capacitor, por lo que se prefiere que sean suministradas por la red a través del desfaseamiento necesario entre los voltajes, conservando el nivel de voltaje del capacitor. Este concepto se presenta en la figura 5.28. El sistema opera en estado estacionario con una fuente CD, en $t = 0.1$ s la fuente de CD se cambia por un capacitor CD. En la figura 5.28 a) el voltaje de la red y del compensador están en fase; la energía almacenada en el capacitor se utiliza para las pérdidas internas. En la figura 5.28 b) con un pequeño ángulo de desplazamiento entre los voltajes, las pérdidas se suministran desde la red, manteniendo fijo el voltaje del capacitor.

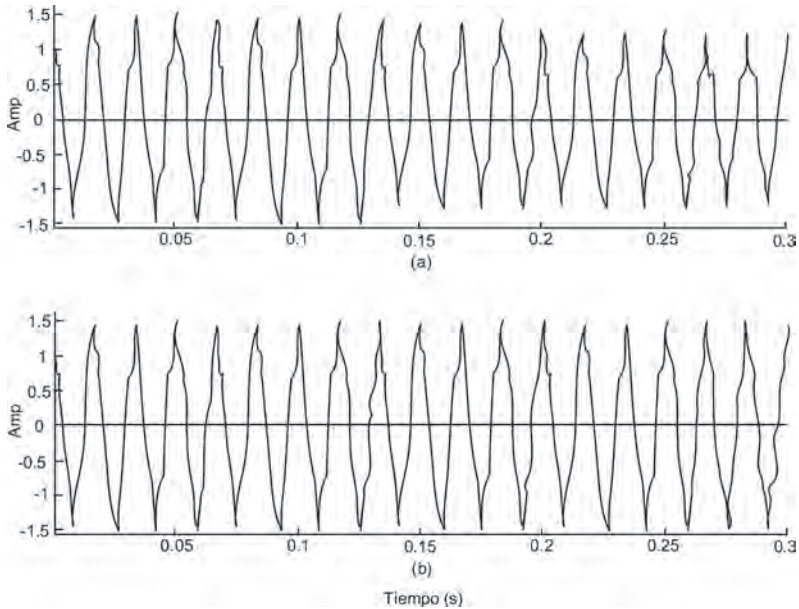


Figura 5.28 Corriente CA con a) $\varphi = 0^\circ$, b) $\varphi = -0.5^\circ$

CONVERTIDOR DE 12 PULSOS

El StatCom de seis pulsos es el arreglo más simple usado en esta clase de dispositivos; en aplicaciones de potencia no ofrece un buen desempeño, debido a su alto contenido armónico. Combinando dos convertidores de seis pulsos, resulta un mejor desempeño. La nueva configuración se denomina de 12 pulsos, y es el esquema multipulsos mínimo prácticamente aplicable [4].

La salida del convertidor de seis pulsos son los voltajes línea-línea, $v_{ab}(t)$, $v_{bc}(t)$, $v_{ca}(t)$, $v_{ab}(t)$ dados en la ecuación (120), que en serie de Fourier resulta:

$$v_{ab}(t) = V_{ab1}\text{sen}(\omega t + 30^\circ) + V_{ab5}\text{sen}(5\omega t + 150^\circ) + V_{ab7}\text{sen}(7\omega t + 210^\circ) + V_{ab11}\text{sen}(11\omega t + 330^\circ) + \dots \quad (170)$$

Si este compensador se conecta a un transformador Y-Y con relación de vueltas 1:1, el voltaje línea-neutro $v_{an}(t)$ es:

$$v_{an}(t) = \frac{1}{\sqrt{3}} [V_{ab1}\text{sen}(\omega t) - V_{ab5}\text{sen}(5\omega t) - V_{ab7}\text{sen}(7\omega t) + V_{ab11}\text{sen}(11\omega t) + \dots] \quad (171)$$

$$v_{an}(t) = \frac{1}{3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{V_{ab-n}}{(-1)^r} \text{sen}(n\omega t) \quad , \quad \forall n = 6r \pm 1, r = 0,1,2,\dots \quad (172)$$

Puede notarse que la amplitud de los voltajes línea-línea son $\sqrt{3}$ veces la amplitud del voltaje línea-neutro, y que los componentes armónicos no incluidas en el conjunto $n = 12r \pm 1, r = 0, 1, 2, \dots$, están en oposición de fase. Esta característica es empleada para cancelar los componentes armónicos no incluidos en el conjunto mencionado.

Suponga que un segundo convertidor de seis pulsos produce los voltajes línea-línea atrasados 30° respecto a los del primer convertidor, y con la misma magnitud. Esto es:

$$v_{ab2}(t) = V_{ab1} \text{sen}(\omega t) + V_{ab5} \text{sen}(5\omega t) + V_{ab7} \text{sen}(7\omega t) + V_{ab11} \text{sen}(11\omega t) + \dots \quad (173)$$

$$v_{ab2}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} V_{ab_n} \text{sen}(n\omega t) \quad (174)$$

Si este segundo convertidor se conecta a un transformador Δ -Y con una relación de vueltas $1:1/\sqrt{3}$, el voltaje línea-neutro, en el secundario conectado en Y, sería:

$$v_{anY_2}(t) = \frac{1}{\sqrt{3}} [V_{ab1} \text{sen}(\omega t) + V_{ab5} \text{sen}(5\omega t) + V_{ab7} \text{sen}(7\omega t) + V_{ab11} \text{sen}(11\omega t) + \dots] \quad (175)$$

$$v_{abY2}(t) = \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{n=1}^{\infty} V_{ab_n} \text{sen}(n\omega t) \quad , \quad \forall n = 6r \pm 1, r = 0, 1, 2, \dots \quad (176)$$

Por lo tanto, el voltaje línea-línea en el lado estrella es:

$$v_{abY2}(t) = V_{ab1} \text{sen}(\omega t + 30^\circ) - V_{ab5} \text{sen}(5\omega t + 150^\circ) - V_{ab7} \text{sen}(7\omega t + 210^\circ) + V_{ab11} \text{sen}(11\omega t + 330^\circ) + \dots \quad (177)$$

$$v_{abY2}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{V_{ab_n}}{(-1)^r} \text{sen}(n\omega t + \frac{n\pi}{6}) \quad , \quad \forall n = 6r \pm 1, r = 0, 1, 2, \dots \quad (178)$$

que puede expresarse mediante la ecuación (179):

$$v_{abY2}(t) = \sqrt{3} \sum_{n=1}^{\infty} V_{an_n} \text{sen}(n\omega t + \frac{n\pi}{6}) \quad , \quad \forall n = 6r \pm 1, r = 0, 1, 2, \dots \quad (179)$$

Las dos formas de onda, expresadas en las ecuaciones (120) y (178), se adicionan para dar una tercera onda de voltaje $v_{ab12}(t)$, con un menor contenido armónico

$$v_{ab12}(t) = v_{ab}(t) + v_{abY2}(t) \quad (180)$$

$$v_{ab12}(t) = 2 (V_{ab1} \text{sen}(\omega t + 30^\circ) + V_{ab11} \text{sen}(11\omega t + 330^\circ) + \dots) \quad (181)$$

Así que $v_{ab12}(t)$ es el voltaje línea-línea del convertidor de 12 pulsos, como se ilustra en la figura 5.29. En el arreglo de la figura 5.30, los dos convertidores de seis pulsos se conectan en paralelo sobre el mismo nodo de CD.

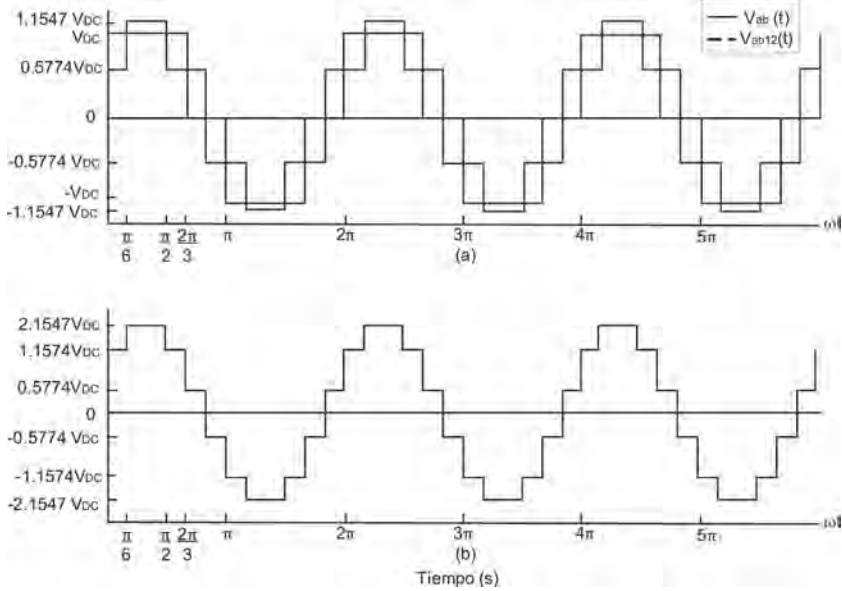


Figura 5.29 a) $v_{ab}(t)$ y $v_{abY2}(t)$, b) voltaje de 12 pulsos

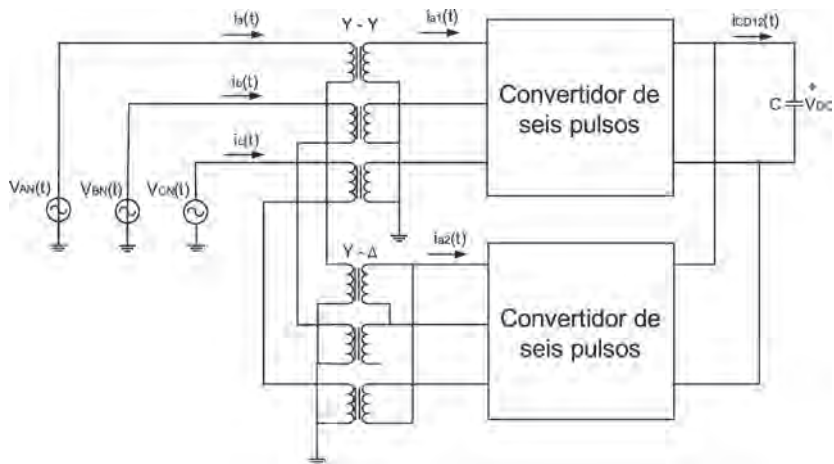


Figura 5.30 Arreglo del StatCom de 12 pulsos

El voltaje de 12 pulsos, de la ecuación (180), resulta:

$$v_{ab12}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} V_{ab12n} \text{sen}(n\omega t + \frac{n\pi}{6}) \quad , \quad \forall n = 12r \pm 1, r = 0,1,2,\dots \quad (182)$$

donde

$$V_{ab12n} = V_{abn} + \sqrt{3}V_{an_n}$$

$$V_{ab12n} = \sqrt{3} \frac{4}{n\pi} V_{DC} \quad , \quad \forall n = 12r \pm 1, r = 0,1,2,\dots \quad (183)$$

Los voltajes línea-neutro se exhiben en la figura 5.31:

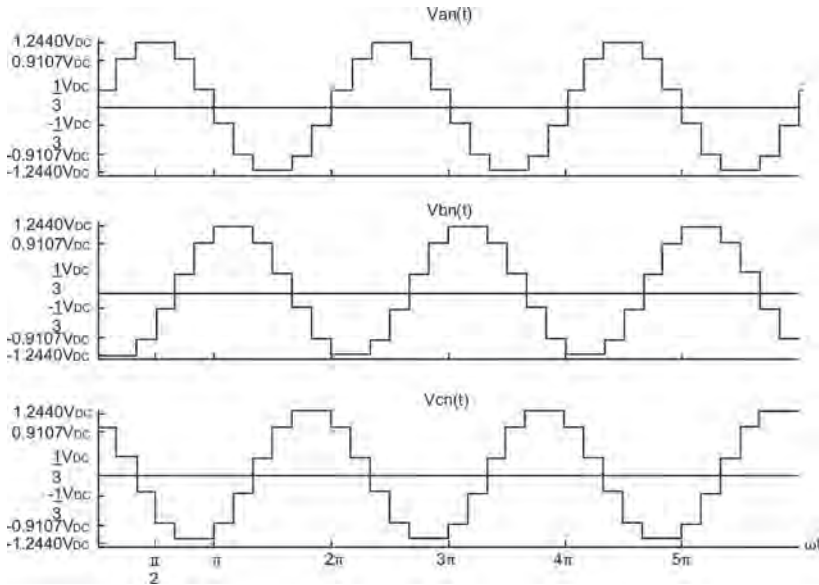


Figura 5.31 Voltajes línea-neutro del StatCom de 12 pulsos

De la figura 5.32 puede observarse que el voltaje de 12 pulsos $v_{ab12}(t)$, contiene armónicos de orden $n = 12r \pm 1$, donde r es cualquier entero positivo. Esto es, $n = 1, 11, 13, 23, \dots$, con amplitudes $1/11, 1/13, 1/23, \dots$, respectivamente.

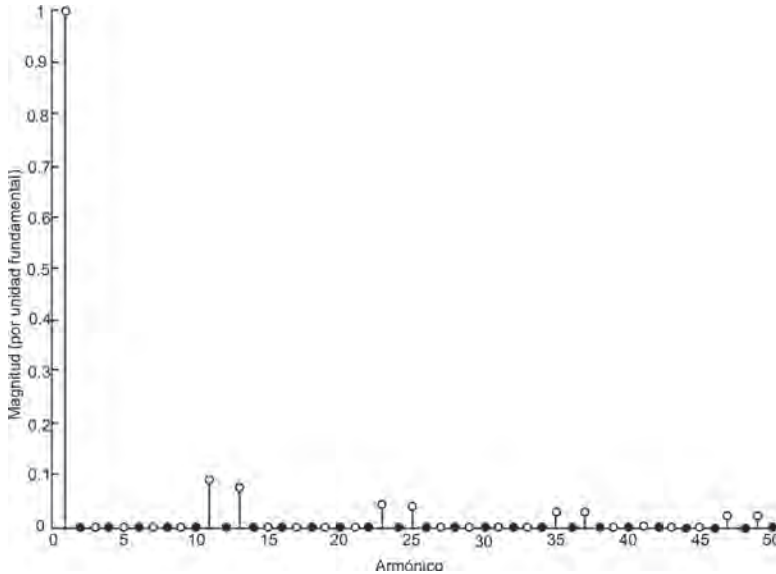


Figura 5.32 Espectro de Fourier para el voltaje $v_{ab12}(t)$

Señales de corriente CA

Aplicando un procedimiento similar al de secciones previas, se lleva a cabo el análisis de la corriente CA. Asúmase un voltaje CA $e_{an}(t) = V_m \text{sen}(\omega t)$, la magnitud de los componentes fundamental y armónicos se presenta en las ecuaciones (184)-(185), donde $v_{an1}(t) = 1.2732V_{DC} \text{sen}(\omega t)$.

$$i_a(t)_1 = -\frac{V_m - 1.2732V_{DC}}{\omega L} \cos(\omega t); \quad (\text{componente fundamental})$$

$$i_a(t)_n = \frac{1.2732V_{DC}}{n^2 \omega L} \cos(n\omega t); \quad \forall n > 1, \quad (n - \text{ésimo armónico})$$

De modo que,

$$I_{a1} = I_q = \frac{V_m - 1.2732V_{DC}}{\omega L} \quad (184)$$

$$I_{an} = I_{qn} = \frac{1.2732V_{DC}}{n^2 \omega L}, \quad \forall n > 1 \quad (185)$$

En adelante los voltajes $v_{ab}(t) - v_{bc}(t) - v_{ca}(t)$ serán referidos como el voltaje de 12 pulsos del StatCom línea-línea. Similarmente, los voltajes $v_{an}(t) - v_{bn}(t) - v_{cn}(t)$ serán los voltajes línea-neutro.

La corriente fundamental será adelantada cuando $V_m < 1.2732V_{DC}$; esto es, si la amplitud del voltaje del inversor se incrementa por encima del

voltaje CA de la red (la corriente fluye del convertidor al sistema). En este caso el compensador se ve como un capacitor desde la red.

La corriente fundamental será atrasada cuando $V_m > 1.2732V_{DC}$; esto es, si la amplitud del voltaje del inversor disminuye por debajo del voltaje CA de la red (la corriente fluye desde la red hacia el compensador). En este caso el compensador se ve como un inductor desde la red, como se ilustra en la figura 5.33.

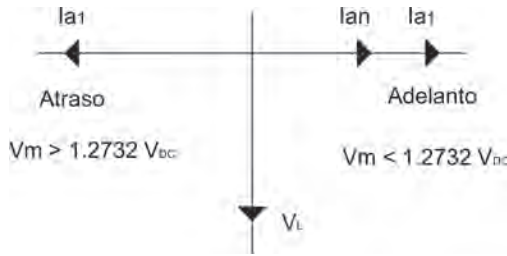


Figura 5.33 Diagrama fasorial; corrientes en adelanto y atraso

La figura 5.34 presenta la relación entre el voltaje CD (V_{DC}) y la corriente reactiva fundamental. Asimismo, se despliegan las corrientes de los armónicos menores.

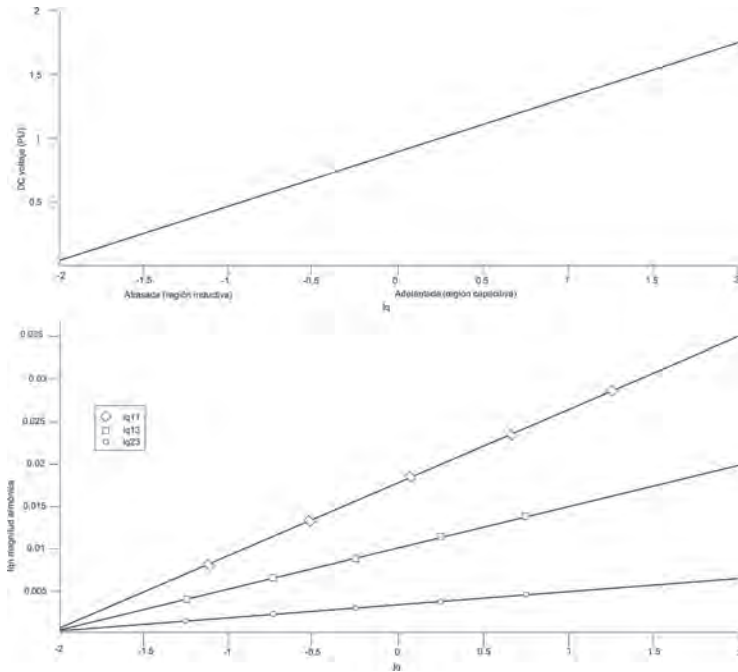


Figura 5.34 Relación entre el voltaje de CD y la corriente reactiva

Para obtener las ecuaciones de la corriente CA, el procedimiento es similar a los anteriores, por sub-intervalos, tomando en cuenta cada período de conducción de 30°, como se ilustra en la figura 5.35.

Sub-intervalo: $0 \leq \omega t \leq \pi/6$

$$\begin{aligned} v_L(t) &= V_m \text{sen}(\omega t) - \frac{1}{3}V_{DC} = L \frac{d}{dt} i_a(t) \\ i_a(t) &= -\frac{V_m}{\omega L} [\cos(\omega t) - 1] - \frac{1}{3L} V_{DC} t + I_0 \end{aligned} \quad (186)$$

donde I_0 es la condición inicial $i_a(0) = I_0$.

Sub-intervalo: $\pi/6 \leq \omega t \leq \pi/3$

$$\begin{aligned} v_L(t) &= V_m \text{sen}(\omega t) - 0.9107V_{DC} = L \frac{d}{dt} i_a(t) \\ i_a(t) &= -\frac{V_m}{\omega L} \left[\cos(\omega t) - \frac{\sqrt{3}}{2} \right] - \left[\frac{0.9107}{L} t - \frac{0.9107}{6\omega L} \right] V_{DC} + I_1 \end{aligned} \quad (187)$$

donde $I_1 = i_a(\pi/6\omega)$

Sub-intervalo: $\pi/3 \leq \omega t \leq \pi/2$

$$\begin{aligned} v_L(t) &= V_m \text{sen}(\omega t) - 1.2440V_{DC} = L \frac{d}{dt} i_a(t) \\ i_a(t) &= -\frac{V_m}{\omega L} [\cos(\omega t) - 0.5] - \left[\frac{1.2440}{L} t - \frac{1.2440\pi}{3\omega L} \right] V_{DC} + I_2 \end{aligned} \quad (188)$$

donde $I_2 = i_a(\pi/3\omega)$

En estado estacionario $i_a(\pi/2\omega) = 0$, por lo que puede evaluarse:

$$\begin{aligned} i_a\left(\frac{\pi}{2\omega}\right) &= -\frac{V_m}{\omega L} \left[\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - 0.5 \right] - \left[\frac{1.2440}{L} \frac{\pi}{2\omega} - \frac{1.2440\pi}{3\omega L} \right] V_{DC} + I_2 = 0 \\ I_2 &= -\frac{V_m}{2\omega L} + \frac{1.2440\pi}{6\omega L} V_{DC} \end{aligned} \quad (189)$$

$$I_2 = i_a\left(\frac{\pi}{3\omega}\right) = -\frac{V_m}{\omega L} \left[\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right] - \left[\frac{0.9107}{L} \frac{\pi}{3\omega} - \frac{0.9107\pi}{6\omega L} \right] V_{DC} + I_1 \quad (190)$$

$$I_1 = -\sqrt{3} \frac{V_m}{2\omega L} + \frac{2.1547\pi}{6\omega L} V_{DC}$$

$$I_1 = i_a\left(\frac{\pi}{6\omega}\right) = -\frac{V_m}{\omega L} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \right] - \left[\frac{1}{3L} \frac{\pi}{6\omega} \right] V_{DC} + I_0 \quad (191)$$

$$I_0 = -\frac{V_m}{\omega L} + \frac{7.4641\pi}{18\omega L} V_{DC}$$

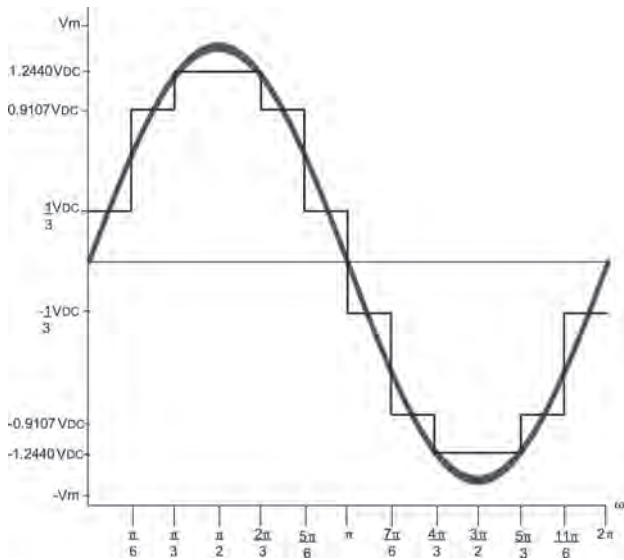


Figura 5.35 Voltaje fundamental del compensador $V_{an}(t)$ y del sistema

Sustituyendo la ecuación (191) en la ecuación (186) resulta la corriente $i_a(t)$,

$$i_a(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \cos(\omega t) - \left[\frac{1}{3L} t - \frac{7.4641\pi}{18\omega L} \right] V_{DC} \quad (192)$$

$$0 \leq \omega t \leq \frac{\pi}{6}$$

$$i_a(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \cos(\omega t) - \left[\frac{0.9107}{L} t - \frac{3.0654\pi}{6\omega L} \right] V_{DC} \quad (193)$$

$$\frac{\pi}{6} \leq \omega t \leq \frac{\pi}{3}$$

$$i_a(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \cos(\omega t) - \left[\frac{1.2440}{L} t - \frac{3.7320\pi}{6\omega L} \right] V_{DC} \quad (194)$$

$$\frac{\pi}{3} \leq \omega t \leq \frac{2\pi}{3}$$

$$i_a(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \cos(\omega t) - \left[\frac{0.9107}{L} t - \frac{2.3988\pi}{6\omega L} \right] V_{DC} \quad (195)$$

$$\frac{2\pi}{3} \leq \omega t \leq \frac{5\pi}{6}$$

$$i_a(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \cos(\omega t) - \left[\frac{1}{3L} t + \frac{1.4641\pi}{18\omega L} \right] V_{DC} \quad (196)$$

$$\frac{5\pi}{6} \leq \omega t \leq \pi$$

Para el intervalo complementario, $\pi \leq \omega t \leq 2\pi$, la forma de onda de la corriente es el negativo de las ecuaciones arriba descritas. La figura 5.36 exhibe la corriente. Para el caso en adelanto se utilizaron los siguientes valores $V_{DC} = 3V$, $V_m = 2.5V$, y $L = 3 \text{ mH}$; para el caso en atraso $V_{DC} = 3V$, $V_m = 4.5V$, y $L = 3 \text{ mH}$.

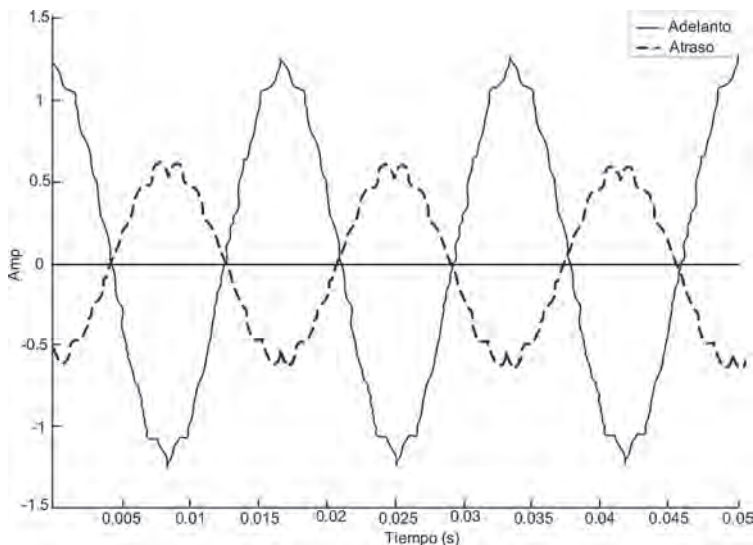


Figura 5.36 Corriente $i_a(t)$

La corriente que fluye hacia el secundario conectado en estrella en ambos transformadores ($Y - Y$ y $\Delta - Y$) es igual a la corriente de línea CA, ya que el secundario de los transformadores está conectado en serie.

Conexión Y-Y

Sub-intervalo: $0 \leq \omega t \leq \pi/6$

$$P_{a_s}(t) = v_{an_s}(t) i_a(t) \quad (197)$$

donde $P_{a_s}(t)$ es la potencia instantánea de la fase a en el devanado secundario.

$v_{an_s}(t) = \frac{1}{3}V_{DC}$ es el voltaje línea-neutro en el devanado secundario

Así,

$$P_{a_s}(t) = \frac{1}{3}V_{DC} \left[-\frac{V_m}{\omega L} \cos(\omega t) - \left(\frac{1}{3L}t - \frac{7.4641\pi}{18\omega L} \right) V_{DC} \right] \quad (198)$$

En el lado primario la potencia instantánea es,

$$P_{a_p}(t) = v_{an_p}(t) i_{a1}(t) \quad (199)$$

donde $P_{a_p}(t)$ es la potencia instantánea de la fase a en el devanado primario.

$v_{an_p}(t) = \frac{1}{3}V_{DC}$ es el voltaje línea-neutro en el devanado primario

$i_{a1}(t)$ es la corriente CA en el devanado primario, entonces

$$P_{a_p}(t) = \frac{1}{3}V_{DC} i_{a1}(t) \quad (200)$$

Despreciando las pérdidas, la potencia instantánea en ambos devanados es igual a:

$$i_{a1}(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \cos(\omega t) - \left[\frac{1}{3L}t - \frac{7.4641\pi}{18\omega L} \right] V_{DC} \quad (201)$$

Por lo tanto, la corriente primaria (conexión estrella) es la corriente CA.

Conexión Δ -Y

La potencia instantánea de la fase a en el transformador Δ -Y es:

$$P_{a_s}(t) = v_{an_s}(t) i_a(t) = P_{ab}(t) = v_{ab_p}(t) i_{ba}(t) \quad (202)$$

donde $v_{ab_p}(t)$ es el voltaje línea-línea en el devanado primario (Δ).

$i_{ba}(t)$ es la corriente CA en el devanado primario.

$v_{ans}(t)$ es el voltaje línea-neutro del devanado secundario (Y).

Por lo tanto:

$$v_{ab_p}(t) = \sqrt{3} v_{ans}(t) \quad (203)$$

Por lo tanto:

$$i_{ba}(t) = \frac{1}{\sqrt{3}} i_a(t) \quad (204)$$

$$i_{cb}(t) = \frac{1}{\sqrt{3}} i_b(t) \quad (205)$$

$$i_{ac}(t) = \frac{1}{\sqrt{3}} i_c(t) \quad (206)$$

La corriente CA del segundo inversor $i_{ap}(t)$ está dada por:

$$i_{a2}(t) = i_{ba}(t) - i_{ac}(t) \quad (207)$$

En el sub-intervalo la corriente de fase del segundo inversor está dada por la ecuación (208).

$$i_{a2}(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \cos(\omega t - \frac{\pi}{6}) - \left[\frac{1}{3L} t + \frac{6.4641\pi}{18\omega L} \right] V_{DC} \quad (208)$$

Del análisis anterior puede concluirse que la corriente que fluye hacia el primario conectado en Δ está desplazada 30° respecto al primario conectado en Y. La figura 5.37 despliega la corriente CA de cada inversor de seis pulsos, mientras que la figura 5.38 muestra la corriente en el diodo D_1 y el transistor Q_1 del primer inversor.

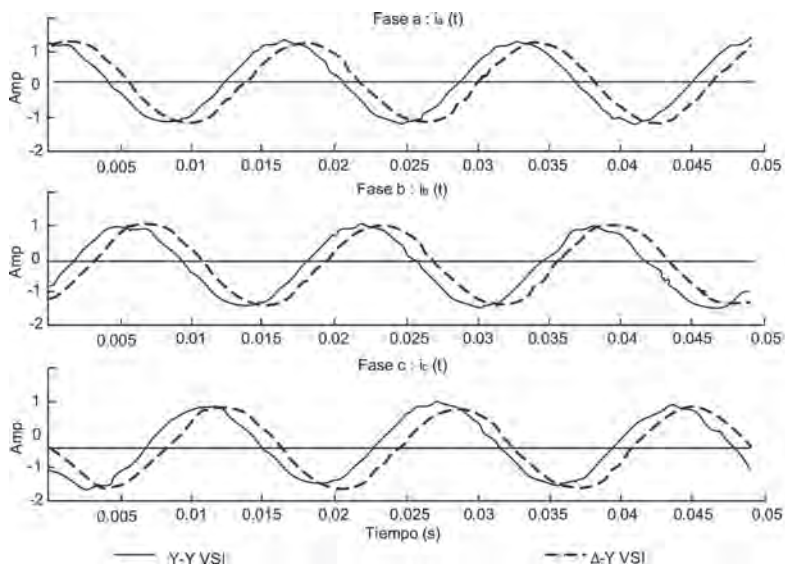


Figura 5.37 Corriente CA de cada inversor de seis pulsos

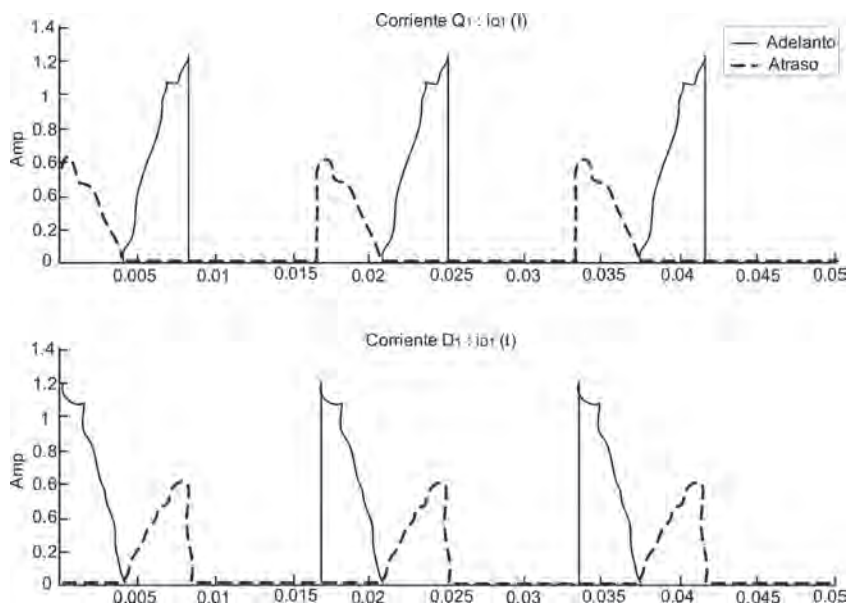


Figura 5.38 Corriente en Q_1 y D_1

Corriente del capacitor

La corriente del capacitor se compone de segmentos de las corrientes de CA de cada inversor,

$$i_{DC12}(t) = i_{DC1}(t) + i_{DC2}(t) \quad (209)$$

donde:

$i_{DC12}(t)$ es la corriente del capacitor en la configuración de 12 pulsos.

$i_{DC1}(t)$ es la corriente del primer compensador.

$i_{DC2}(t)$ es la corriente del segundo compensador.

Para calcular la corriente del lado de CD, el procedimiento es similar al análisis llevado a cabo para el inversor de seis pulsos, tomando en cuenta que el ancho de cada sub-intervalo es un periodo de 30° . La corriente del primer inversor de seis pulsos en el lado de CD $i_{DC1}(t)$, durante los primeros 60° es calculada como sigue. Para todo tiempo t , $i_{DC1}(t)$ está dada mediante,

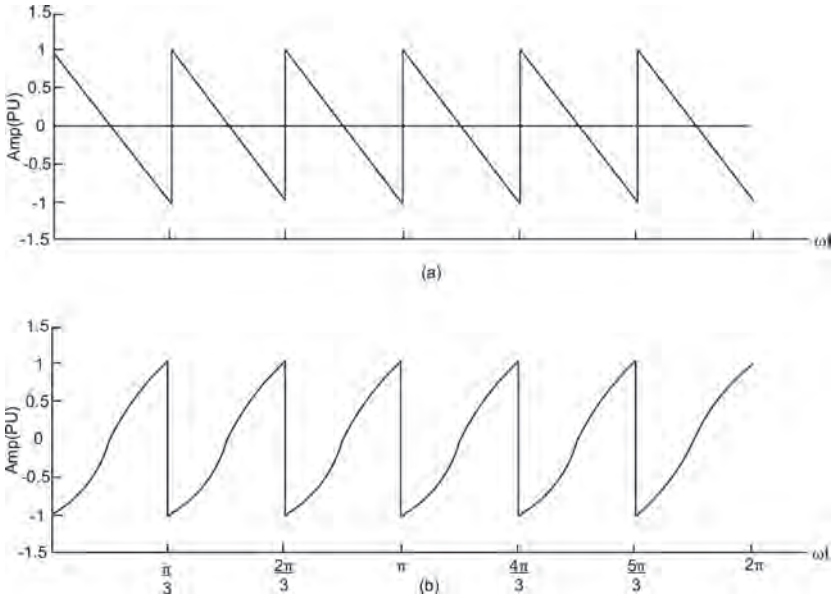
$$i_{DC1}(t) = i_{al}(t) + i_{cl}(t)$$

Tomando en cuenta que el intervalo de conducción es 30° , se tiene:

$$i_{DC1}(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \left[\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \right] - \frac{1.2440}{L} \left[t - \frac{\pi}{6\omega} \right] V_{DC} \quad (210)$$

$$0 \leq \omega t \leq \frac{\pi}{3}$$

Por lo tanto, la ecuación (210) proporciona la corriente del primer inversor de seis pulsos en el lado de CD durante el primer sub-intervalo de 60° . La corriente del segundo inversor, $i_{DC2}(t)$, presenta un comportamiento similar, con 30° de atraso. Las figuras 5.39 y 5.40 exhiben estas corrientes para los casos atrasado y adelantado.



Figuras 5.39 Corriente del primer inversor; a) generando potencia reactiva, b) absorbiendo potencia reactiva

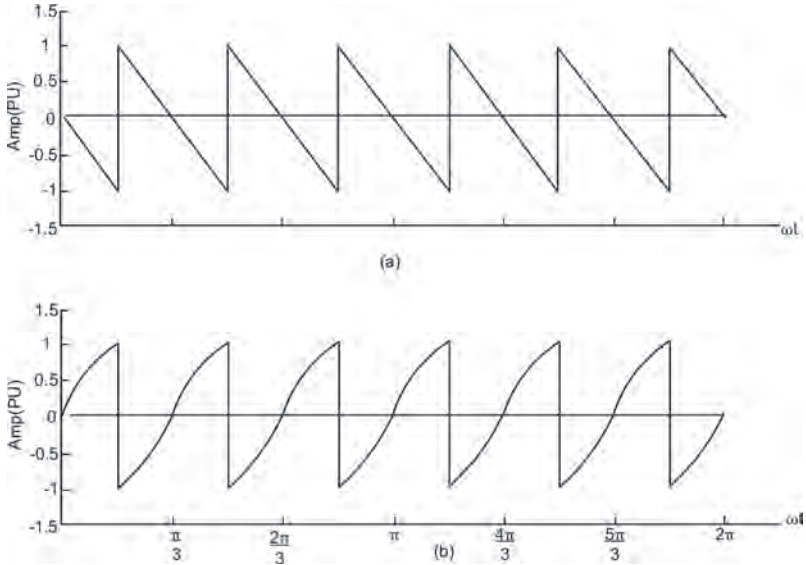


Figura 5.40 Corriente del segundo inversor; a) generando potencia reactiva, b) absorbiendo potencia reactiva

$$i_{DC2}(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \left[\cos(\omega t + \frac{\pi}{6}) \right] - \frac{1.2440}{L} \left[t - \frac{\pi}{3\omega} \right] V_{DC} \quad (211)$$

$$\frac{\pi}{6} \leq \omega t \leq \frac{\pi}{2}$$

Sustituyendo las ecuaciones (210) y (211) en la ecuación (209) se tiene:

$$i_{DC12}(t) = -1.9319 \frac{V_m}{\omega L} \left[\cos(\omega t + \frac{5\pi}{12}) \right] - \frac{2.4880}{L} \left[t - \frac{\pi}{12\omega} \right] V_{DC} \quad (212)$$

$$0 \leq \omega t \leq \frac{\pi}{6}$$

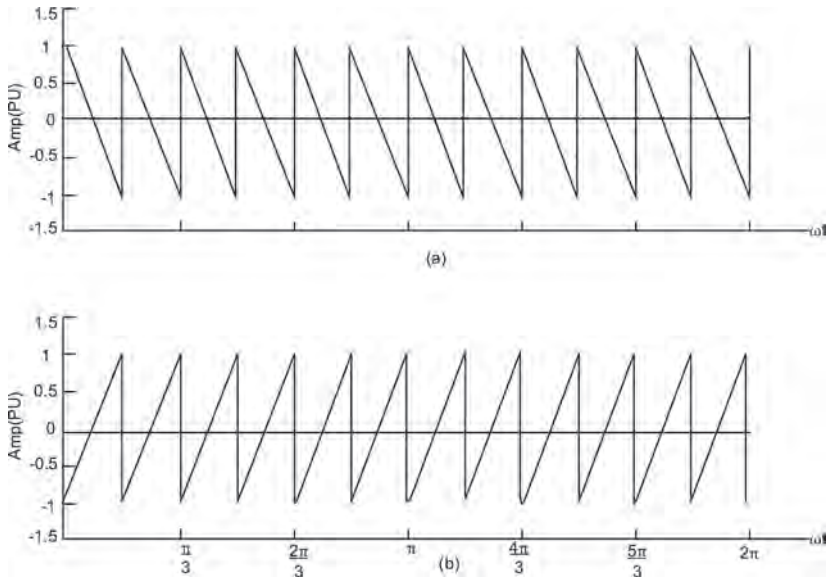


Figura 5.41 Corriente del capacitor; a) generando potencia reactiva, b) absorbiendo potencia reactiva

La corriente del capacitor sobre los restantes once sub-intervalos es como la descrita en la ecuación (212), de modo que resulta en una forma de onda repetitiva a doce veces la frecuencia de la red, como se ilustra en la figura 5.41.

Voltaje del capacitor

El voltaje del capacitor en el primer sub-intervalo de 30° es:

$$v_{cap12}(t) = -1.9312 \frac{V_m}{\omega^2 LC} \left[\text{sen}(\omega t + \frac{5\pi}{12}) \right] + 1.8681 \frac{V_m}{\omega^2 LC} - \left[\frac{1.2440}{LC} t^2 \right] V_{DC} + \frac{1.2440\pi}{6\omega LC} V_{DC} t + V_0 \quad (213)$$

donde V_0 es la condición inicial en $t = 0$; $V_0 = v_{cap12}(0)$. Esta se calcula utilizando el componente promedio de V_{DC} de la ecuación (213) con $T = \pi / 6\omega$.

$$V_{DC} = -\frac{6V_m}{\pi \omega^2 LC} + \frac{0.4147\pi^2}{72 \omega^2 LC} V_{DC} + \frac{1.8681}{\omega^2 LC} V_m + V_0 \quad (214)$$

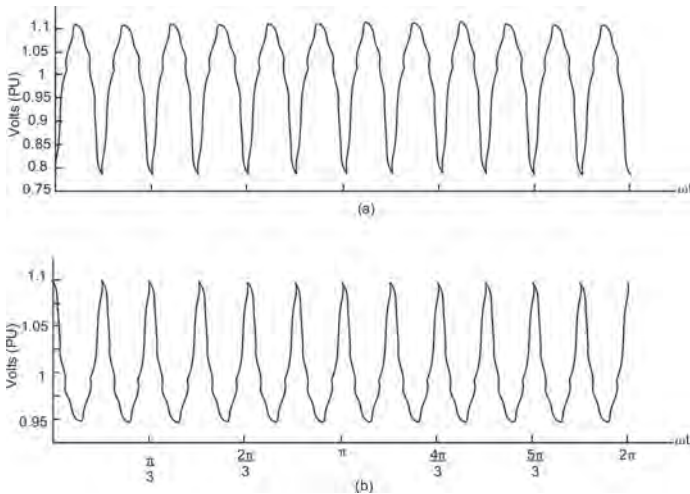


Figura 5.42 Voltaje del capacitor: a) generando potencia reactiva, b) absorbiendo potencia reactiva

Simplificando:

$$V_0 = 0.0418 \frac{V_m}{\omega^2 LC} - 0.0568 \frac{1}{\omega^2 LC} V_{DC} + V_{DC} \quad (214)$$

El voltaje del capacitor se presenta en la figura 5.42. Esta ilustra que el voltaje pico del capacitor V_{pk} ocurre cuando el compensador está generando potencia reactiva (corriente adelantada), siendo $\omega t = 15^\circ$. La ecuación (215) permite calcular el voltaje pico.

$$V_{pk} = -0.0220 \frac{V_m}{\omega^2 LC} + 0.0284 \frac{V_{DC}}{\omega^2 LC} + V_{DC} \quad (215)$$

CONCLUSIONES

Este capítulo presenta los detalles relevantes del StatCom basado en un inversor de voltaje de seis y 12 pulsos. Se lleva a cabo un análisis detallado para deducir las expresiones de corrientes y voltajes CA, así como las correspondientes a las señales de CD. Las expresiones resultantes permiten estimar el valor del capacitor adecuado.

Se responden las preguntas, ¿cómo se logra la conversión de energía al utilizar el capacitor CD?; y si no se usa una fuente de CD, ¿cómo se mantiene fijo el voltaje del capacitor? Tales inquietudes se responden estableciendo que (despreciando pérdidas) cuando el compensador intercambia sólo potencia reactiva, la potencia promedio en el capacitor es cero, por lo que éste no modifica su voltaje.

El convertidor de 12 pulsos es el bloque utilizado para construir inversores de 24- y 48- pulsos.

REFERENCIAS

- [1] CIGRE, "Static Synchronous Compensator", *Working Group* 14.19, September 1998.
- [2] Z. Yang, C. Shen, L. Zhang, M. L. Crow, "Integration of a StatCom and Battery Energy Storage", *IEEE Trans. on Power System*, Vol. 16, no. 2, May 2001, pp. 254-260.
- [3] L. Chun, J. Qirong, X. Jianxin, "Investigation of Voltage Regulation Stability of Static Synchronous Compensator in Power System", *IEEE Power Engineering Society, Proceedings of the Winter Meeting 2000*, IEEE Vol. 4, pp. 2642-2647.
- [4] H. F. Wang, "Applications of Damping Torque Analysis to StatCom Control", *Electrical Power and Energy Systems*, Vol. 22, 2000, pp. 197-204.
- [5] Narain G. Hingorani, Laszlo Gyugyi, "Understanding FACTS", IEEE Press 2000.
- [6] Yong Hua Song, Allan T. Johns, "Flexible AC Transmission Systems FACTS", *IEEE Power and Energy Series* 30, 1999.
- [7] Zhiping Yang, "Integration of Battery Energy Storage with Flexible AC Transmission System Devices", Ph. D. Thesis, University of Missouri-Rolla, 2000.