

## FACTS BASADOS EN CONVERTIDORES CA-CA

### RESUMEN

La historia documentada del cambiador de frecuencia estático de una etapa, comienza con el trabajo de L.A. Hazeltine, en 1923, quien estableció el principio fundamental de la construcción de una onda de voltaje CA de frecuencia elegible, a partir de ondas de voltaje sucesivas de un suministro CA multifásico de frecuencia conocida. Sin embargo, este sistema no pudo implementarse por la indisponibilidad de válvulas eléctricas con características y capacidades apropiadas.

Durante los años treinta, gracias a la disponibilidad de las válvulas de arco de mercurio de capacidad adecuada, se reportaron algunos experimentos prácticos. Se lograron frecuencias de salida variables por debajo de la de suministro y una amplitud de salida variable, mediante el control del ángulo de disparo de las válvulas.

En la segunda mitad de los treinta, H. Rissik revisó los convertidores de frecuencia de arco de mercurio y se introdujo el término cicloconversión y cicloconvertidor. A finales de los cincuenta, la evolución del rectificador controlado de silicio (SCR) o tiristor, junto con las ventajas que ofrecen sobre los rectificadores de arco de mercurio, como: menor tamaño, mayor velocidad de conmutación, menor caída de voltaje en el estado encendido, y construcción robusta, motivaron la investigación en el área de los cambiadores de frecuencia estáticos hacia aplicaciones muy útiles como sistemas de generación de potencia de frecuencia constante-velocidad variable (VSCF).

A mediados de los sesenta algunos investigadores habían avanzado en los problemas de la distorsión de la onda, asociados con los convertidores de frecuencia. Se dispuso de dispositivos con capacidad de apagado por

compuerta en capacidades grandes; a finales de los setenta, el avance de los cambiadores estáticos de frecuencia fue impedido por la limitación inherente de los tiristores, de sólo encender por compuerta y tener que apagarse por conmutación natural. Sin embargo, los investigadores, conscientes del potencial de los cicloconvertidores, insistieron en desarrollar una tecnología basada en la conmutación en-línea con éxito en términos de control de amplitud y frecuencia del voltaje de salida y la bi-direccionalidad. La principal área de aplicación fue en motores CA; los sistemas compuestos de un cicloconvertidor y un motor CA cumplieron los requerimientos esperados del motor CD, bajo un control de voltaje de armadura, en términos del rango de la variación de velocidad, características felpar, y eficiencia. Los sesenta y principios de los setenta marcaron los esfuerzos realizados para desarrollar sistemas prácticos con la combinación motor de inducción jaula de ardilla-cicloconvertidor. Los cicloconvertidores fueron los candidatos perfectos para *drives* de grandes motores de CA girando a velocidades bajas.

Los setenta son los años del florecimiento de los cambiadores estáticos de frecuencia. Se inventaron sistemas con nuevas características como factor de potencia de entrada controlable, y se descubrieron nuevos arreglos de conversión estática de potencia. Se publicaron dos trabajos teóricos por L. Gyugyi y B.R. Pelly que cubren el análisis de las características terminales de los diferentes tipos de cambiadores de frecuencia, incluyendo un estudio completo del cicloconvertidor naturalmente conmutado (NCC). Estos trabajos fueron seguidos por otros trabajos teóricos de W. McMurray, que cubren la teoría y diseño de los cicloconvertidores. En 1976, L. Gyugyi y B.R. Pelly publicaron su libro *Static Power Frequency Changers*. Los autores resumen el conocimiento disponible en ese tiempo, en el área de los cambiadores estáticos de frecuencia de una etapa, en un marco matemático, realizando proyecciones proféticas de los nuevos cambiadores de frecuencia basados en conmutación forzada. Se introdujeron los conceptos de la función de existencia y la matriz de existencia, los interruptores bi-direccionales o de cuatro cuadrantes, y el transformador generalizado.

### DEFINICIONES

En muchas aplicaciones industriales, la potencia CA requerida es a una frecuencia diferente a la de suministro. Por ejemplo, en *drives* de velocidad variable, para impulsar un motor a diferentes velocidades, se requiere contar con una frecuencia de suministro variable. También hay aplicaciones en las que es deseable obtener potencia CA con frecuencia fija, a partir de un suministro de frecuencia variable, como en el caso de frecuencia variable, en la generación de potencia eléctrica de una aeronave o en una turbina eólica. En ambos casos, la velocidad del generador no es fija; por

lo tanto, la frecuencia del voltaje de salida varía en proporción directa. Una solución mecánica sería utilizando un dispositivo hidráulico para regular la velocidad del generador. Como ejemplo, la frecuencia no-compatible puede considerarse la generación de potencia a partir de una turbina de alta velocidad con el generador directamente acoplado. Una solución mecánica sería una caja de engranes. Las soluciones mecánicas generalmente demandan mantenimiento frecuente y reemplazos periódicos. La solución inteligente en estas aplicaciones es un cambiador de frecuencia estático.

El término *cambiador de frecuencia estático* aplica para todos los circuitos eléctricos compuestos de interruptores semiconductores, capaces de convertir potencia eléctrica de una frecuencia,  $\omega_1$ , en otra frecuencia,  $\omega_2$ . La figura 10.1 es un diagrama de bloques de un cambiador de frecuencia estático trifásico-trifásico. El lado-1 es el suministro, mientras la carga trifásica esta en el lado-2. El voltaje senoidal balanceado trifásico a frecuencia angular  $\omega_1$  en el lado-1, se transforma en voltaje senoidal balanceado trifásico a frecuencia angular  $\omega_2$  en el lado-2. Los cambiadores de frecuencia estáticos, pueden controlar la frecuencia y la magnitud del voltaje en el lado-2 y el ángulo de fase de la corriente con respecto al voltaje (factor de potencia) en el lado-1. La única restricción es la igualdad de la potencia activa:  $P_1 = P_2$  [1].

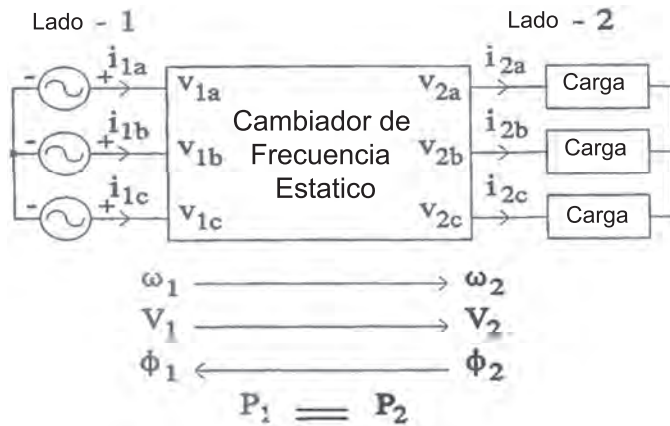


Figura 10.1 Cambiador de frecuencia estático trifásico-trifásico

Los cambiadores de frecuencia estáticos se dividen en dos clases principales: en la primera clase, la conversión de potencia ocurre en dos etapas con un enlace CD intermedio, como se ilustra en la figura 10.2 a). La potencia CA a la frecuencia angular  $\omega_1$  en el lado-1, se convierte primero a potencia CD a través de un rectificador. Luego, la potencia CD se reconvierte a potencia CA a la frecuencia angular deseada  $\omega_2$  a través de un inversor. La principal desventaja de este esquema es la presencia de los elementos de

almacenamiento de energía en el enlace CD que agregan volumen, peso, y costo, así como reducen la velocidad de respuesta. En la segunda clase de cambiadores de frecuencia estáticos, la conversión de potencia se desarrolla en una sola etapa, como se ilustra en la figura 10.2 b). La operación se basa en la formación de la onda de voltaje de cada fase del lado-2, a partir de segmentos de la onda de voltaje del lado-1 [1]. El primer método, y más conocido de esta clase, es el *cicloconvertidor* inventado en los años treinta. Un cicloconvertidor naturalmente conmutado (NCC) trifásico-trifásico se ilustra en la figura 10.3 [2].

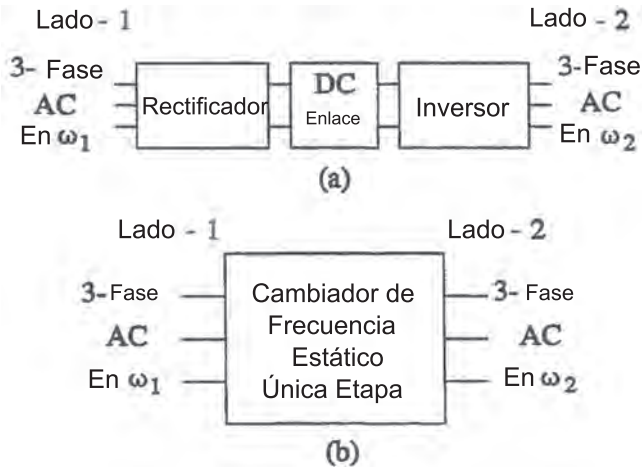


Figura 10.2 Clases de cambiadores de frecuencia estáticos

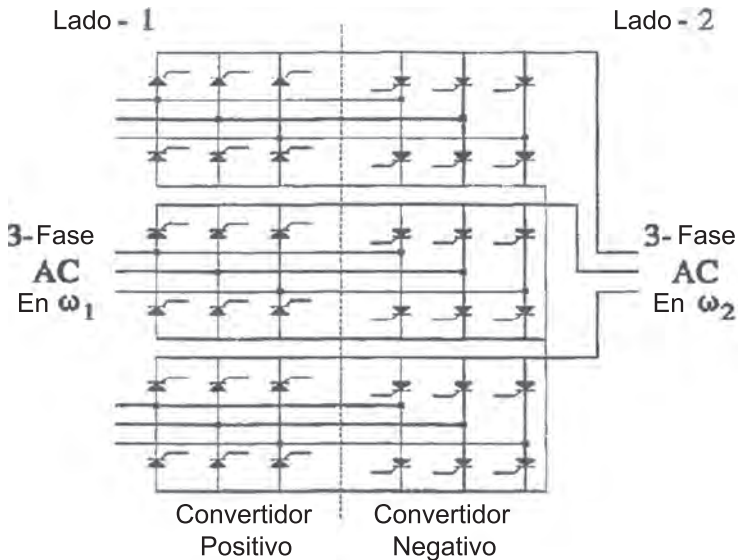


Figura 10.3 NCC trifásico-trifásico

Para cada fase del lado-2, se requieren dos puentes inversores trifásicos espalda-con-espalda naturalmente conmutados. Dependiendo de la dirección de la corriente de carga, opera el inversor positivo o negativo. El modo de operación de cada inversor (modo rectificador o inversor) se determina por el signo del voltaje del lado-2. La frecuencia alcanzable en el lado-2 del NCC siempre es inferior a la frecuencia de suministro en el lado-1. El límite para  $\omega_2$  es alrededor de un tercio de  $\omega_1$  para una forma de onda aceptable en el lado-2 con bajo contenido armónico [2].

Puede encontrarse una estructura más compacta para el cambiador de frecuencia, con el número total de dispositivos de conmutación reducidos a la mitad. Los tiristores conectados espalda-con-espalda han de conmutarse forzosamente. Por esta razón, tal estructura se denomina un *cicloconvertidor conmutado forzosamente* (FCC). Para evitar las complicaciones causadas al emplear circuitos de conmutación forzada, pueden utilizarse interruptores con capacidad de apagado inherente (GTO, BJT, MOSFET, IGBT) en lugar de tiristores, si se encuentran de la capacidad requerida. En tal caso, no hay límite en la frecuencia alcanzable en el lado-2 ya que el cambiador de frecuencia consiste de un arreglo de interruptores semiconductores conectados directamente entre las terminales del lado-1 y lado-2; esta estructura también se denomina *convertidor matricial*.

### CONCEPTO DEL CONVERTIDOR MATRICIAL

En el desarrollo de inversores de potencia, los convertidores multinivel han tenido buenos resultados. Estos convertidores son del tipo rectificador-inversor (CA-CD-CA) y presentan limitaciones por la distorsión armónica en la corriente de entrada.

Una solución al problema de la distorsión armónica en la corriente de entrada de los convertidores es la utilización de rectificadores multipulsos, de 12 pulsos, 24 pulsos, etc. Sin embargo, la implementación de rectificadores multipulsos requiere transformadores especiales, los cuales son complejos, o se puede realizar con transformadores sencillos, pero se requiere un gran número.

El uso del convertidor matricial, que es un convertidor CA-CA, en el diseño de compensadores para redes eléctricas, es factible. Una de sus desventajas es el complejo control de los dispositivos de conmutación. Se requiere un considerable número de operaciones para calcular las señales de disparo, la velocidad de actualización de dichas señales aumenta la flexibilidad del convertidor pero requiere más recursos de parte del esquema de control, esto puede ser resuelto con una eficiente estrategia de control implementado mediante microcontroladores ( $\mu\text{c}$ ) o procesadores digitales de señales (DSP).

Los convertidores CA-CA pueden ser aplicados al diseño de compensadores de potencia para niveles de distribución y dispositivos FACTS; entre sus ventajas está el no requerir transformadores de diseño no-conventional, y la distorsión armónica de la corriente de entrada y del voltaje de salida puede ser filtrada fácilmente.

Inicialmente se analiza el diagrama de la figura 10.4, llamado controlador de voltaje con control por modulación de ancho de pulso, PWM [4-6].

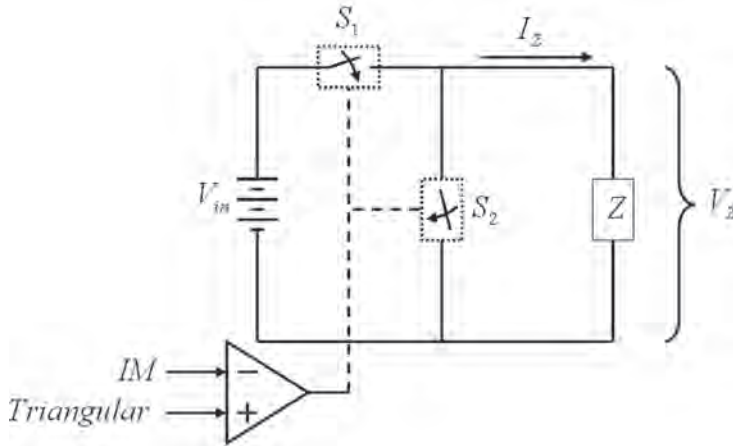


Figura 10.4 Controlador de voltaje

donde:

- $M$  es la señal de índice de modulación.
- $V_{in}$  es el voltaje de alimentación.
- $Z$  es la impedancia de la carga.
- $I_Z$  es la corriente en la carga.
- $V_Z$  es el voltaje en la carga.

Cuando la señal triangular supera en amplitud instantánea a la señal de índice de modulación, el interruptor  $S_1$  permanece abierto y el interruptor  $S_2$  permanece cerrado. En el caso contrario, el interruptor  $S_1$  permanece cerrado mientras el interruptor  $S_2$  permanece abierto. El interruptor  $S_2$  tiene la función de descargar la energía almacenada en la inductancia de la carga, para evitar sobrevoltaje en el interruptor  $S_1$ . Se definen los estados de los interruptores como  $S_x = 1$  cuando el interruptor está cerrado y  $S_x = 0$  cuando está abierto. El comportamiento de las señales con respecto al tiempo se observa en la figura 10.5.

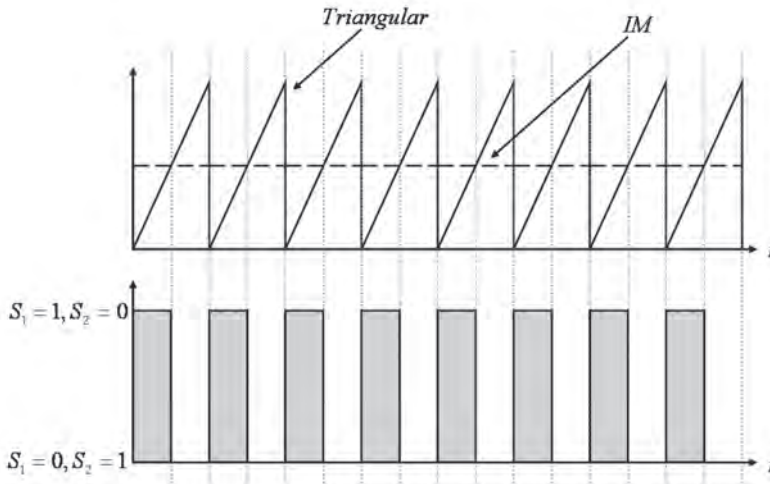


Figura 10.5 Señales en el controlador de voltaje

El voltaje de entrada  $V_{in}$  es un voltaje de CD, y la salida está modulada en ancho de pulso, lo cual se define por la señal  $IM$ , el valor medio de salida está definido en la ecuación (411), el resultado también es válido para señales de entrada de CA, como se ilustra en la figura 10.6. El índice de modulación, también llamado ciclo de trabajo, es comúnmente expresado en porcentaje.

$$Vm_{out} = V_{in} \cdot IM \quad (411)$$

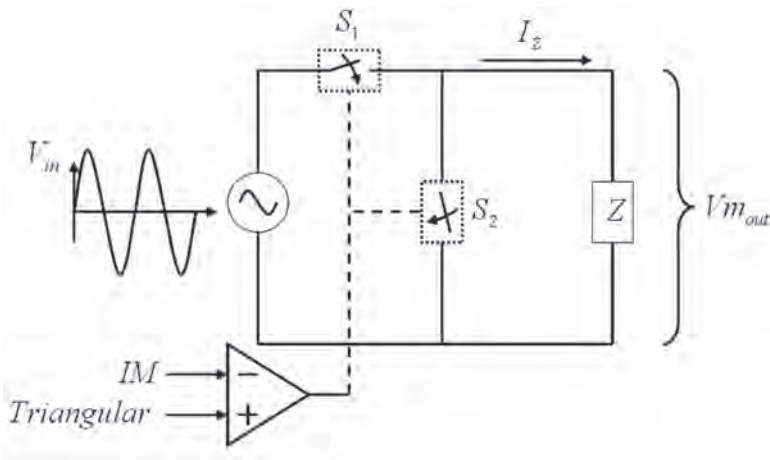


Figura 10.6 Controlador de voltaje de CA



En el ejemplo,  $IM$  es de 50%, la frecuencia de  $V_{in}$  es de 60 hz, la frecuencia de la señal triangular, también llamada señal portadora, es de 3840 hz, 64 veces la frecuencia de la senoidal, y la carga es puramente resistiva. El voltaje y la corriente en la carga se ilustran en la figura 10.7.

Mediante un análisis frecuencial es posible observar armónicas existentes, las cuales se obtienen mediante la ecuación (413) como en el caso de los convertidores multipulsos.

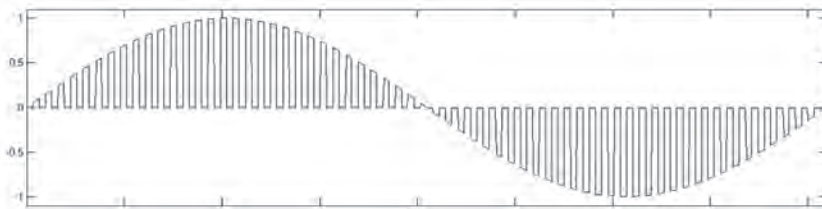
$$h = k \cdot q \pm 1 \tag{412}$$

donde:

- $h$  es la armónica existente.
- $k = 1, 2, 3, \dots$
- $q$  es la frecuencia de la triangular/60hz.

En el ejemplo mostrado en la figura 10.7, el ciclo de trabajo es 50%, la amplitud del componente fundamental es 0.5; lo cual corresponde a la amplitud máxima, 1 unidad multiplicada por el ciclo de trabajo de 0.5. Esto concuerda con la ecuación (411).

De esta forma, no solo es posible controlar la amplitud de una señal senoidal mediante PWM, sino que también es posible controlar el orden del menor de los armónicos.



**Figura 10.7 Voltaje en la carga**

**Representación vectorial de la suma de señales senoidales**

La figura 10.8 ilustra un arreglo propuesto de transformadores mediante el cual es posible sumar dos señales senoidales de la misma frecuencia.

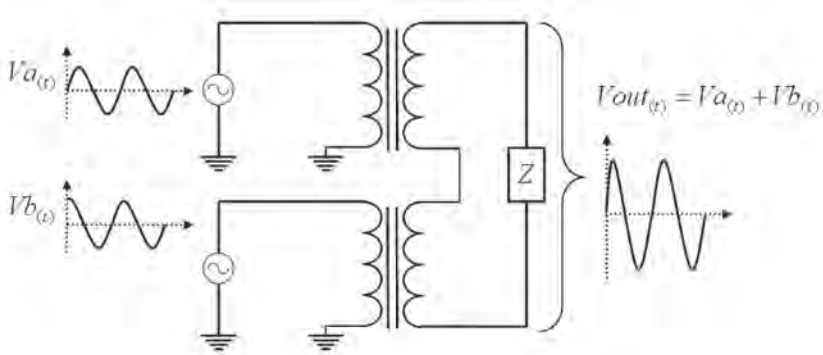
El voltaje de salida  $V_{out(t)}$ , si la relación de transformación es 1:1, está dado por:

$$V_{out(t)} = V_{a(t)} + V_{b(t)} \tag{413}$$

donde:



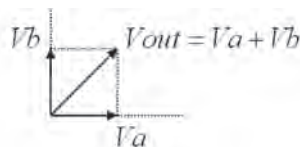
$V_{a(t)} = 100 \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot t + 0^\circ)$  es el primer voltaje de entrada.  
 $V_{b(t)} = 100 \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot t + 90^\circ)$  es el segundo voltaje de entrada.



**Figura 10.8 Sumador con transformadores**

Las señales de entrada son voltajes de 60 hz, amplitud 100 y desfasadas  $90^\circ$  entre sí. La señal de salida es una senoidal de la misma frecuencia pero cuya amplitud es la suma instantánea de las señales de entrada. En este ejemplo, la amplitud máxima de salida es 141.42V. En la figura 10.9 se tiene la representación vectorial de esta operación. Nótese que la amplitud y la fase de la señal resultante, puede ser controlada únicamente verificando la amplitud de las señales senoidales que la componen, sin necesidad de alterar la fase o las frecuencias, y como se ha mostrado, el control de amplitud puede ser mediante PWM, este es el principio del convertidor matricial.

Además, una vez establecida la fase entre las señales de entrada con un valor fijo, la amplitud máxima de la señal resultante depende de las amplitudes máximas de señales de entrada. En este caso, se toma como referencia de fases a la señal  $V_a$ ; la fase de la señal resultante sólo puede estar entre  $0$  y  $90^\circ$ , tomando en cuenta que las amplitudes pueden ser variadas desde  $0\%$  hasta el  $100\%$  de la señal de entrada.



**Figura 10.9 Representación vectorial de la suma de señales senoidales de la misma frecuencia**

Si se aplica este principio para sumar tres señales de la misma amplitud desfasadas  $120^\circ$  una de la otra, como en el caso de los sistemas trifásicos de CA, controlando la amplitud de cada una con PWM, entonces se puede generar una señal resultante con cualquier fase, con una amplitud máxima igual a la amplitud de las señales de entrada, como se ilustra en la figura 10.10. Este circuito se utiliza para explicar el principio del convertidor matricial y la estrategia de control.

Los interruptores tienen su respectivo interruptor complementario, el cual está representado por el operador de complemento o negación lógica, así:

$$\begin{aligned} S_{11} & \text{ es el interruptor complementario de } S_{11} \\ S_{21} & \text{ es el interruptor complementario de } S_{21} \\ S_{31} & \text{ es el interruptor complementario de } S_{31} \end{aligned}$$

Además, los índices de modulación de cada uno de los PWM para los interruptores son:

$$\begin{aligned} IM_{11} & \text{ es el índice de modulación del interruptor } S_{11} \\ IM_{21} & \text{ es el índice de modulación del interruptor } S_{21} \\ IM_{31} & \text{ es el índice de modulación del interruptor } S_{31} \end{aligned}$$

Por lo tanto, el componente fundamental del voltaje de salida está definido mediante:

$$V_{out} = IM_{11} \cdot Va + IM_{21} \cdot Vb + IM_{31} \cdot Vc \quad (414)$$

Así, resulta un convertidor matricial monofásico que puede generar una señal senoidal de amplitud y fase que dependen de los índices de modulación de cada uno de los interruptores controlados mediante PWM.

En la construcción de un convertidor vectorial trifásico, se emplean 3 convertidores monofásicos; los tres convertidores tienen la misma entrada. Los ciclos de trabajo de los interruptores de cada uno de los convertidores, tienen valores independientes, dependiendo de la señal deseada en la salida. Mediante este esquema es posible generar tres señales de voltaje variando tres esquemas de PWM independientes.

Debido a que las señales sólo se escalan, la señal de salida tendrá la misma frecuencia que las señales de entrada, por lo que no es necesario tener un módulo de sincronización como en el caso del convertidor CD-CD-CA.

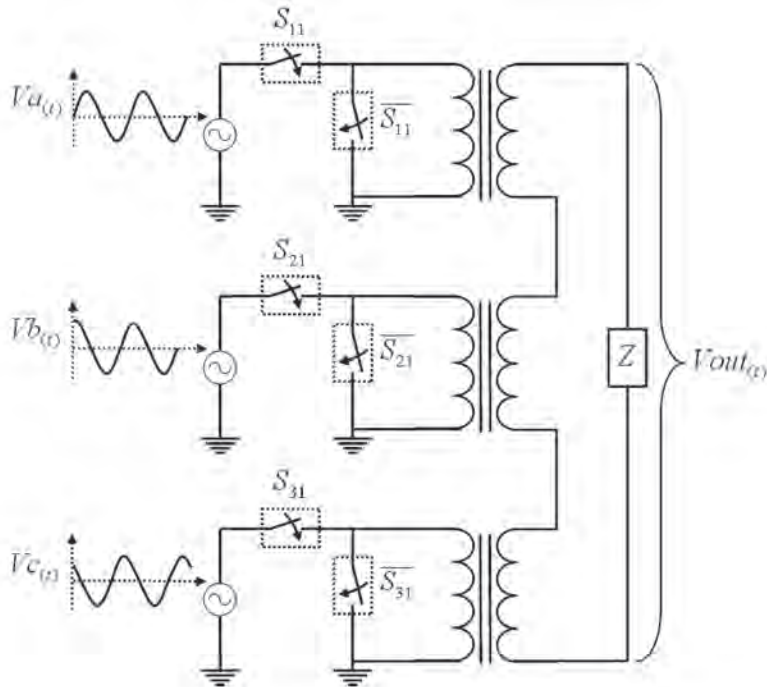


Figura 10.10. Sumador trifásico con PWM y carga resistiva

**Cálculo de los índices de modulación con la representación vectorial**

La operación del convertidor depende del dispositivo en el que sea utilizado y puede recibir la señal a generar (amplitud y fase) desde un controlador de velocidad, un control de dispositivo FACTS, etc.

El convertidor tendrá internamente un sistema embebido, microcontrolador, o DSP, para generar las señales de disparo PWM de los interruptores. Es conveniente que el dispositivo implementado cuente con un lazo cerrado de control para asegurarse que la señal generada sea la que se desea.

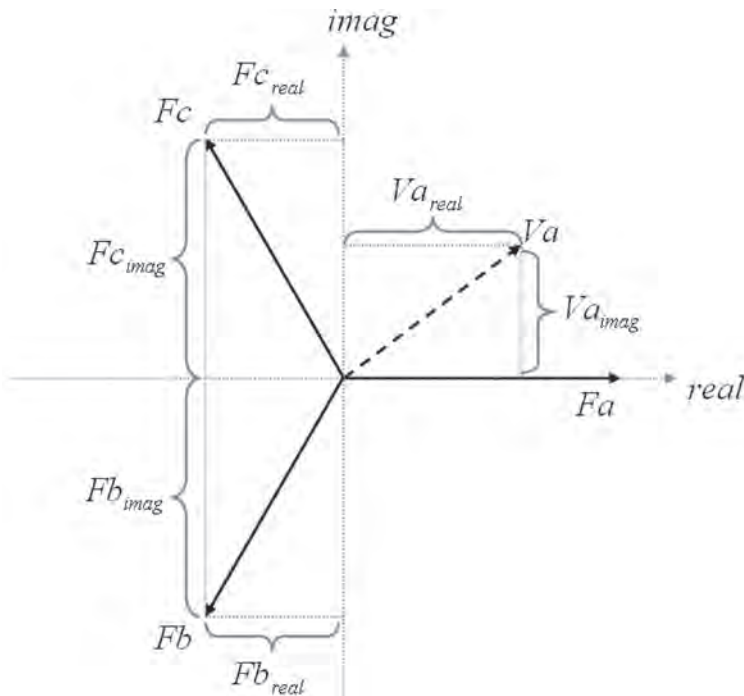
Como se ha analizado, el sistema embebido, que de ahora en adelante será llamado *controlador*, debe modificar las amplitudes de tres señales mediante PWM, por lo que el controlador debe generar tres señales de PWM y calcular sus índices de modulación para la señal a generar deseada. Hay que resaltar que la generación de señales PWM utiliza menos recursos que la generación de señales SPWM, pues, en este último, es necesario hacer operaciones de punto flotante.

Además, en el caso de la generación de señales con PWM para acoplarlas a la red eléctrica, es necesario tener elementos de *hardware* y *software* que permitan mantener la frecuencia generada igual a la frecuencia de la red eléctrica. Un cambio pequeño en la frecuencia de alguna de estas frecuencias, mientras la otra se mantiene constante, provocará un cambio en

la fase, lo que modifica el flujo de potencia. Esto se evita con la estrategia de control utilizada en el convertidor matricial.

En el cálculo de los índices de modulación, las variables de entrada al controlador son los parámetros de la señal a generar, magnitud y fase; es conveniente analizar las señales en su representación vectorial en un sistema de ejes real e imaginario, como el que se ilustra a continuación.

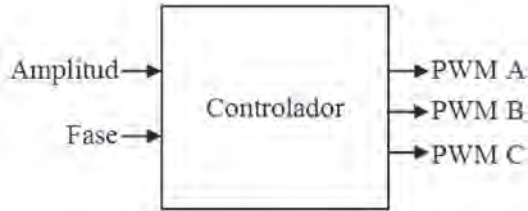
Sea un convertidor matricial en el que se desea generar el voltaje  $V_a$  a partir de la suma ponderada de los voltajes  $F_a$ ,  $F_b$  y  $F_c$ . La representación vectorial se muestra en la figura 10.11. Los voltajes de alimentación del convertidor están dispuestos como en un sistema trifásico de CA, y la línea punteada representa el fasor de voltaje que se desea generar escalando las tres señales de entrada.



**Figura 10.11** Voltajes de entrada al convertidor y señal de referencia

Las variables de entrada al controlador son la magnitud y fase de la señal a generar, y las señales de salida del controlador son los índices de modulación o ciclos de trabajo que tendrá cada PWM, como se ilustra en la figura 10.12. En la representación vectorial, se espera encontrar tres números entre 0 y 1, uno para cada voltaje de alimentación o fase, estos valores escalarán los voltajes de entrada de tal forma que al sumarse vectorialmente, sumen el voltaje que se desea generar, en este caso  $V_a$ .

De aquí en adelante, el término *magnitud del vector* será utilizado para hablar del ciclo de trabajo de cada uno de los interruptores, ya que son directamente proporcionales.



**Figura 10.12 Diagrama a bloques del esquema de control**

Es posible que la suma de los ciclos de trabajo sea diferente de 100%, mientras que en la implementación real, en donde no existen transformadores y el acoplamiento es con interruptores simples, la suma de los ciclos de trabajo siempre debe ser del 100%. En la solución de este ejemplo se tomarán en cuenta ambos casos.

Regresando al ejemplo de la figura 10.11, se desea calcular los índices de modulación para cada una de las fases de entrada, para aplicarlos a los PWM, tal como se ilustra en la figura 10.12.

$$V_a = I_{Ma} \cdot F_a + I_{Mb} \cdot F_b + I_{Mc} \cdot F_c \quad (415)$$

Para generar el vector punteado con una suma escalada de los tres vectores FA, FB y FC, la magnitud del vector FB puede ser cero, lo que simplifica el análisis que se requiere para obtener las magnitudes de FA y FC.

$$F_{b_{magnitud}} = 0 \quad (416)$$

$$V_a = I_{Ma} \cdot F_a + I_{Mc} \cdot F_c \quad (417)$$

Además, como se está utilizando a  $F_a$  como referencia para medir las fases de todas las señales, se considera como real y:

$$F_{a_{img}} = 0 \quad (418)$$

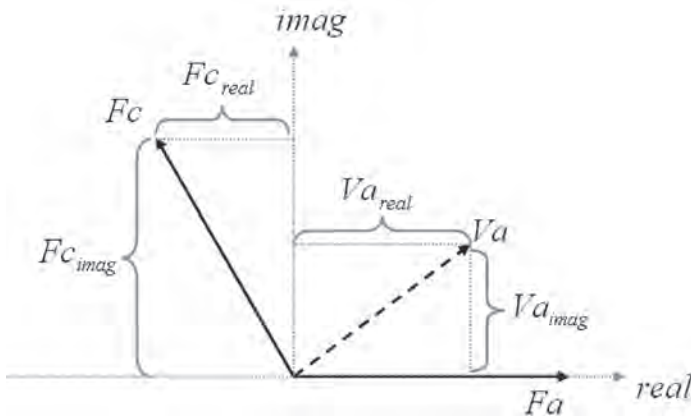


Figura 10.13 Obtención de las magnitudes

A continuación se definen los vectores primos de las fases para evitar escribir todos los vectores multiplicados por sus respectivos índices de modulación:

$$F_a' = I M_a \cdot F_a \quad (419)$$

$$F_b' = I M_b \cdot F_b \quad (420)$$

$$F_c' = I M_c \cdot F_c \quad (421)$$

La única fase que aporta componente en el eje imaginario es  $F_c$ , como se ilustra en la figura 10.13, por lo tanto:

$$F_{c' \text{ imag}} = V_{a \text{ imag}} \quad (422)$$

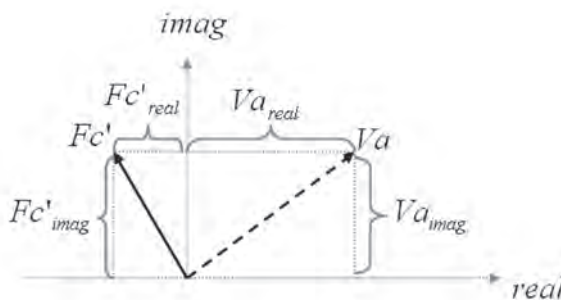
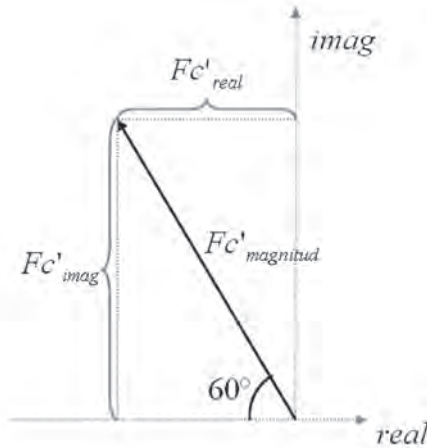


Figura 10.14 Las componentes imaginarios de  $F_{c'}$  y  $V_a$  son iguales

La fase de  $F_c$  esta  $120^\circ$  adelantada de  $F_a$ . Por lo tanto, es posible obtener su componente en el eje imaginario mediante, la figura 10.15:

$$F_{c' \text{ imag}} = F_{c' \text{ magnitud}} \cdot \text{Sin}(60^\circ) = F_{c' \text{ magnitud}} \cdot 0.8660 \quad (423)$$

$$F_{c' \text{ magnitud}} = F_{c' \text{ imag}} / 0.8660 \quad (424)$$

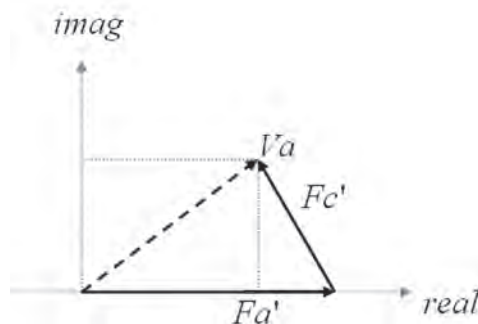


**Figura 10.15** Descomposición vectorial de  $F_{c'}$

Así mismo, es posible calcular el componente real de  $F_{c'}$ ,

$$F_{c' \text{ real}} = F_{c' \text{ magnitud}} \cdot \text{cos}(60^\circ) = F_{c' \text{ magnitud}} \cdot 0.5 \quad (425)$$

La magnitud de  $F_a'$  se calcula usando los componentes encontrados, como se ilustra en la figura 10.16:



**Figura 10.16** Resta de las componentes reales de  $F_{c'}$  y  $F_a'$



$$Fa'_{real} = Va_{real} + Fc'_{real} \quad (426)$$

Por último, se debe recordar que el resultado del análisis es calcular los vectores  $Fa'$ ,  $Fb'$  y  $Fc'$ , cuyas magnitudes son los índices de modulación buscados. Si se suma  $Fa'$  y  $Fc'$  resulta  $Va$ .

Para la implementación real existe la restricción de que la suma de los índices de modulación debe ser 100%. Si a los resultados anteriores se le suma un número constante a todos los índices de modulación, el resultado es que todas las fases tendrán componentes que se cancelan mediante la suma vectorial para obtener cero. De esta forma es posible observar que para que todos los índices de modulación sumen 1 ó 100%, se debe seguir el procedimiento del siguiente ejemplo.

Supóngase que los resultados obtenidos son los siguientes:

$$Fa'_{magnitud} = 0.4$$

$$Fb'_{magnitud} = 0$$

$$Fc'_{magnitud} = 0.4$$

Con estos valores se obtiene la representación vectorial, ilustrada en la figura 10.17.

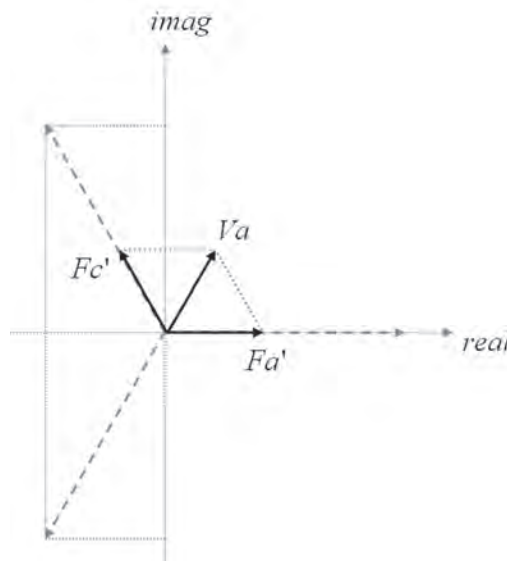


Figura 10.17  $Va$  cuando  $IMa = 0.4$ ,  $IMb = 0$  e  $IMc = 0.4$

Se observa que:

$$Va = 0.4 \cdot Fa + 0 \cdot Fb + 0.4 \cdot Fc \quad (427)$$

La suma de los índices de modulación es 0.8. Se quiere que sea 1, sin alterar el resultado de Va, por lo tanto, se suman los índices de modulación obtenidos, y se restan de 1 para obtener la modulación faltante:

$$Mod - Fal = 1 - (Fa_{magnitud} + Fb_{magnitud} + Fc_{magnitud}) \quad (428)$$

$$Mod - Fal = 1 - (0.4 + 0 + 0.4) = 0.2 \quad (429)$$

La modulación faltante se divide entre las tres fases para repartirla equitativamente y no alterar la suma:

$$Fa'_{magnitud} = Fa_{magnitud} + Mod - Fal / 3 = 0.4 + 0.066 \quad (430)$$

$$Fb'_{magnitud} = Fb_{magnitud} + Mod - Fal / 3 = 0 + 0.066 \quad (431)$$

$$Fc'_{magnitud} = Fc_{magnitud} + Mod - Fal / 3 = 0.4 + 0.066 \quad (432)$$

Si se realiza la suma vectorial, el resultado no se altera ya que al sumar el mismo valor a los índices de modulación; es como sumar tres vectores en fase con los voltajes de entrada, de la misma magnitud y el resultado es el vector cero.

Si se conoce la fase de Va, la cual se localiza entre Fa y Fc, el resultado son tres casos: uno en el que el voltaje deseado está entre Fa y Fb; otro en el que la fase está entre Fb y Fc; por último, el caso en el que está entre Fc y Fa. El resultado puede obtenerse con un análisis similar al previo.

#### Elementos de hardware

El esquema mostrado en la figura 10.18 es capaz de generar una señal senoidal de voltaje de cualquier fase y amplitud variable, a partir de la suma ponderada de tres voltajes de entrada. Se ha analizado la suma de dichas señales de entrada y su ponderación por medio del cambio de amplitud con PWM; y cuál es el principio del convertidor matricial [6].

Se analiza ahora el caso en el que no existen los transformadores ni los interruptores complementarios, como se muestra en la figura 10.19. Es posible ver que el efecto sobre la carga es el mismo, sólo que ahora hay que asegurarse que dos interruptores no se encuentren cerrados al mismo tiempo, pues ocasionaría una corriente sin control entre dos fases de entrada, y, además, los tres interruptores no pueden estar abiertos al mismo tiempo porque la carga quedaría abierta, y la energía almacenada en su inductancia ocasionaría un sobre voltaje en los interruptores.

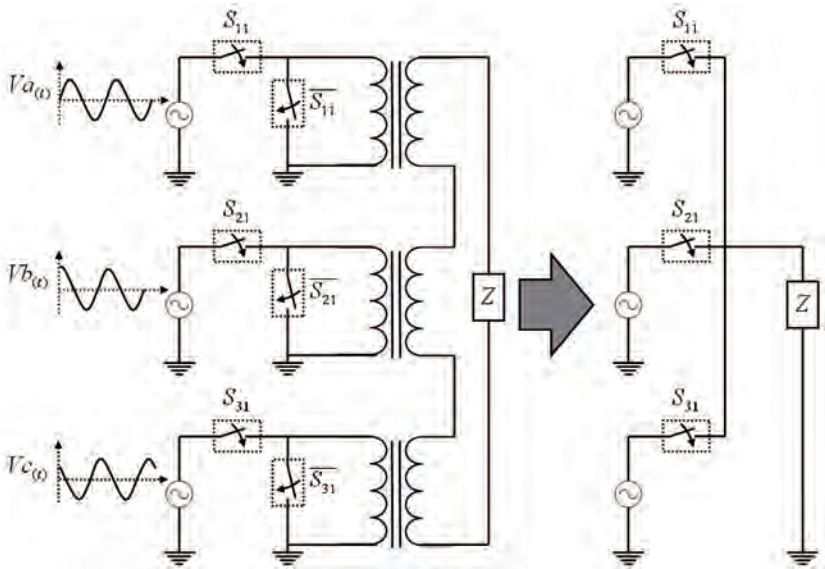


Figura 10.18 Dos esquemas del convertidor monofásico matricial

Partiendo del esquema mostrado en la figura 10.18, es posible desarrollar la implementación trifásica, como se ilustra en la figura 10.19. Debe notarse que en esta topología, los interruptores están conectados directamente sin un transformador que los aisle.

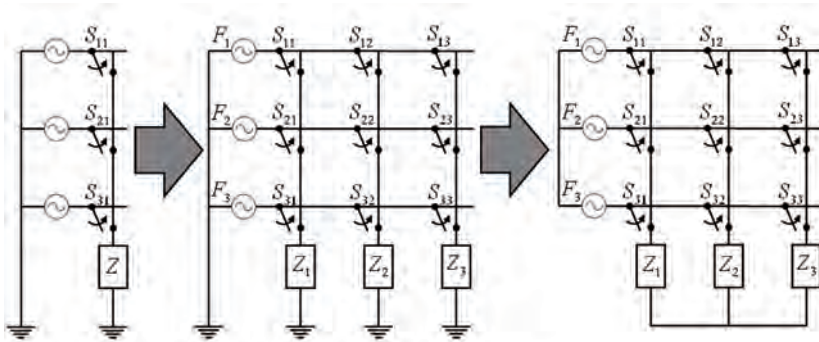


Figura 10.19 Convertidor matricial trifásico

En cuanto a los convertidores matriciales, la primera topología que se analiza es la esquematizada en la figura 10.20, la cual será nombrada como *de acoplamiento simple*. En este caso los voltajes de alimentación se representan como fuentes de tensión y las cargas como fuentes de corriente; la interacción entre fuentes y cargas se hace mediante una serie de interruptores.

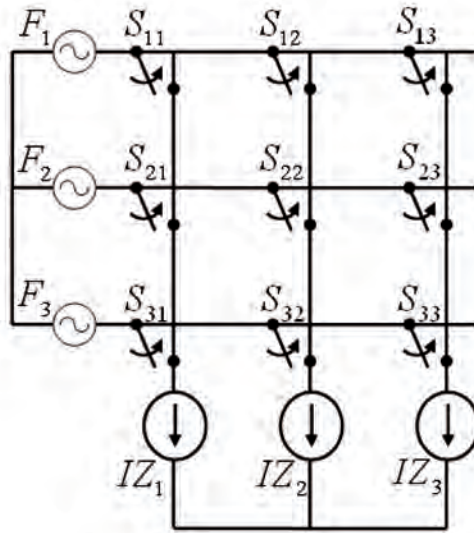


Figura 10.20 Convertidor matricial con acoplamiento simple

En la implementación con acoplamiento simple, como se ilustra en la figura 10.20, si todos los interruptores que alimentan a una de las fuentes de corriente quedan abiertos en un instante determinado, se genera un voltaje elevado que podría dañarlos. Asimismo, si dos o más interruptores de alimentación a una fuente de corriente quedan cerrados, generan una elevada corriente que también puede dañarlos. Los PWM ahora deben funcionar de manera secuencial.

Las reglas de diseño serán más claras después de analizar los siguientes ejemplos. Las fuentes de voltaje proporcionan la corriente necesaria para mantener su voltaje constante, así como las fuentes de corriente proporcionan el voltaje necesario para mantener su corriente constante. Los capacitores e inductores que tienen energía almacenada se comportan como una fuente de voltaje y corriente, respectivamente, para circunstancias acordes con su capacidad, cuando se trabajan en conmutación.

Debe tenerse cuidado al cambiar el sentido de la corriente en la carga, debido a las diferencias en las velocidades de los circuitos de control y en los interruptores. Es posible que en un pequeño instante de tiempo, interruptores complementarios queden cerrados, generando una alta corriente que puede dañar los interruptores o causar sobrecalentamiento. Este problema se soluciona mediante *software* en el controlador del convertidor, insertando un tiempo muerto, en el que los circuitos complementarios, quedan abiertos simultáneamente a propósito en cada conmutación, para prevenir que se genere una alta corriente a través de ellos.

## INCORPORACIÓN DEL CONTROLADOR- $\Gamma$ EN LA FORMULACIÓN DE FLUJOS DE POTENCIA

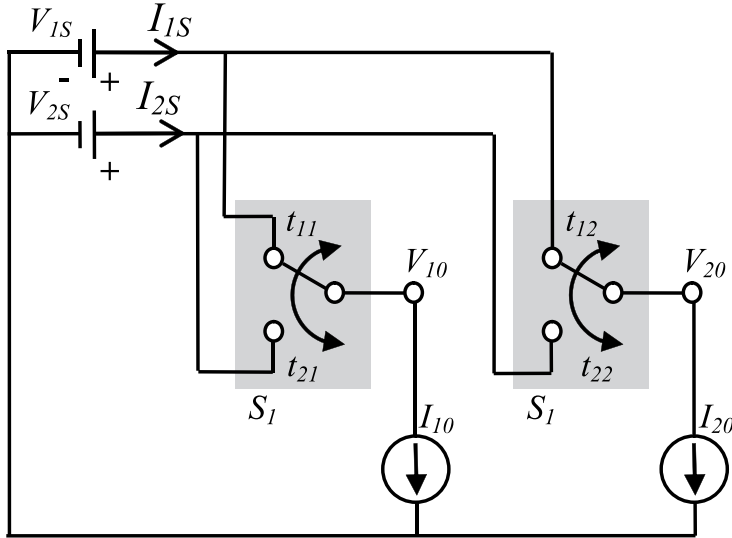
Los sistemas flexibles de transmisión de CA (FACTS) están experimentando un desarrollo continuo que los hace muy atractivos, ya que ayudan a mejorar la operación de un sistema eléctrico de potencia. En años recientes, se han propuesto dispositivos basados en convertidores CA/CA para controlar el flujo de potencia compleja [7-10]. Estos dispositivos tienen la ventaja de no requerir un enlace de CD, ya que su principio de operación se basa en la modulación por ancho de pulso para controlar el flujo en las líneas de transmisión, siendo posible lograr los mismos objetivos que los dispositivos FACTS convencionales. Típicamente se configuran para regular el ciclo de trabajo en el voltaje o en la corriente; sin embargo, ciertas aplicaciones requieren que el flujo de potencia, entre fuentes de voltaje que alimentan a varias cargas, deban ser manejadas por estos dispositivos, para satisfacer algunas funciones con el objetivo de controlar el flujo en las líneas [7]. Algunas de estas aplicaciones incluyen el manejo de la energía con el uso de baterías múltiples.

El control en sistemas de transmisión de CA es complejo, ya que en éstos se debe tener cuidado en el manejo del flujo de potencia activa y reactiva entre nodos y ramas interconectadas. Aunque los sistemas de potencia de CA tienen muchas interconexiones, la capacidad de controlar el flujo de potencia había sido mínima hasta la introducción de controladores electrónicos de potencia (FACTS) [11-12]. El compensador estático de Vars (SVC), el capacitor serie controlado por tiristores (TCSC), el compensador estático síncrono (StatCom), y el controlador unificado de flujos de potencia (UPFC) son algunos de los dispositivos FACTS que mejoran la capacidad de controlar sistemas de transmisión de CA. Entre éstos, el SVC y el TCSC utilizan tiristores que funcionan controlando su fase de disparo y que al operar modifican la cantidad de potencia reactiva al sistema de potencia, realizando así un control en el flujo de potencia. Por otro lado, los dispositivos más modernos como el StatCom y el UPFC están basados en inversores de CD que permiten modificar la magnitud y fase del voltaje a compensar, realizando así un efectivo control en el flujo de potencia.

### Convertidor de CD conmutado para el control de flujo de potencia

Un esquema de un convertidor se ilustra en la figura 10.21 El sistema administra el flujo de potencia entre dos fuentes de voltaje CD ( $V_{1S}$  y  $V_{2S}$ ) y dos cargas de CD representadas como fuentes de corriente ( $I_{10}$  y  $I_{20}$ ). Se asume que las dos fuentes de voltaje tienen el mismo valor de voltaje nominal  $V_S$ . El objetivo funcional del controlador es el de regular la entrega de potencia a cada carga desde cada una de las fuentes de voltaje de CD. El controlador consiste de dos polos monofásicos de dos tiros cada uno.

El número de interruptores es igual al número de corrientes de carga. Las fuentes y las cargas comparten una terminal de referencia que sirve como trayectoria para la corriente [7].



*Figura 10.21 Esquema de un convertidor de CD conmutado para el control de flujo de potencia*

Como es común en análisis preliminares de fuentes convertidoras de potencia, los interruptores se asumen ideales. Las suposiciones incluyen también:

- En estado de conducción de los interruptores, la caída de voltaje es insignificante.
- El voltaje de bloqueo de los semiconductores es compatible con los valores de voltaje y corriente del sistema.
- El período de transición entre los disparos de los interruptores es despreciable, permitiendo altas frecuencias de conmutación.
- Los voltajes en las terminales de los interruptores son rígidos, de tal forma que sus variaciones durante la conmutación se pueden considerar insignificantes; similarmente con las corrientes en los polos.

En la práctica los convertidores de potencia usan elementos de filtrado en la entrada y en la salida del sistema para asegurar que estas suposiciones sean válidas. Pueden aplicarse circuitos *snubber* para proveer una característica adecuada de protección durante los períodos de conmutación de los interruptores.

En un instante de tiempo dado, uno de los polos de cada interruptor debe estar conectado a cualquiera de las fuentes de voltaje para mantener la continuidad de la corriente en la carga. Al menos se debe enviar un disparo a uno de los polos del interruptor para que éste se conecte, pero ningún otro polo se debe conectar al terminal común que une a la fuente con la carga, de lo contrario, las fuentes de voltaje y de corriente serían puestas en cortocircuito, produciendo corrientes incontrolables a través de los interruptores. Matemáticamente esto se puede expresar usando la formulación de la función de conmutación [13-14]. Sea  $H_{ij}(t)$  la función de conmutación de un disparo del interruptor que conecta la fuente  $V_{is}$  a la fuente de corriente  $I_{oj}$  que se define como:

$$H_{ij}(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t_{ij} \text{ está cerrado} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad \text{para } i = 1,2 \text{ y } j = 1,2 \quad (433)$$

Entonces:

$$\sum_{i=1}^2 H_{ij}(t) = 1 \quad \text{para } j = 1,2 \quad (434)$$

Así, la corriente inyectada por cada una de las fuentes de voltaje es determinada por la función de conmutación. Similarmente, el voltaje en cada una de las fuentes de corriente es la suma del producto de las fuentes de voltaje y la correspondiente función de conmutación:

$$V_{j0}(t) = \sum_{i=1}^2 H_{ij}(t) V_{is} \quad \text{para } j = 1,2 \quad (435)$$

$$I_{is}(t) = \sum_{j=1}^2 H_{ij}(t) I_{j0} \quad \text{para } i = 1,2 \quad (436)$$

Cuando la frecuencia de conmutación es grande, la potencia neta transferida entre los puertos de voltaje y de corriente es el valor medio de la función de conmutación (componente CD). El componente de CD de la función de conmutación puede representarse por el ciclo de trabajo de un disparo en particular. Las relaciones de la transferencia entre (435) y (436) pueden simplificarse mediante:

$$V_{j0}(t) = \sum_{i=1}^2 d_{ij}(t) V_{is} \quad \text{para } j = 1,2 \quad (437)$$



$$I_{iS}(t) = \sum_{j=1}^2 d_{ij}(t) I_{j0} \quad \text{para } i = 1,2 \quad (438)$$

Donde el ciclo de trabajo del  $i$ -ésimo disparo de cada  $j$ -ésimo interruptor se define como:

$$d_{ij}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{\tau-T}^{\tau} H_{ij}(t) \cdot dt \quad \text{para } i, j = 1,2 \quad (439)$$

siendo  $T$  el periodo de conmutación. Para ilustrar la acción del control de flujo de potencia entre diferentes fuentes, se asumirá un caso base donde  $V_{1S}$  y  $V_{2S}$  son de la misma magnitud de voltaje, digamos que es  $V_S$ . La suma del ciclo de trabajo de los diferentes disparos en cualquier interruptor es la unidad, entonces (437) se simplifica como:

$$V_{j0}(t) = V_S \quad \text{para } j = 1,2 \quad (440)$$

La potencia en la  $i$ -ésima fuente de voltaje y en la  $j$ -ésima fuente de corriente se define como  $P_{iS}$  y  $P_{j0}$  (para  $i, j = 1,2$ ), respectivamente y:

$$\begin{aligned} P_{iS} &= V_{iS} I_{iS} \\ &= V_{iS} \sum_{j=1}^2 d_{ij}(t) I_{j0} \\ &= \sum_{j=1}^2 V_S d_{ij}(t) I_{j0} \quad \text{para } i=1,2 \quad (441) \\ &= \sum_{j=1}^2 d_{ij}(t) V_{j0} I_{j0} \\ &= \sum_{j=1}^2 d_{ij}(t) P_{j0} \end{aligned}$$

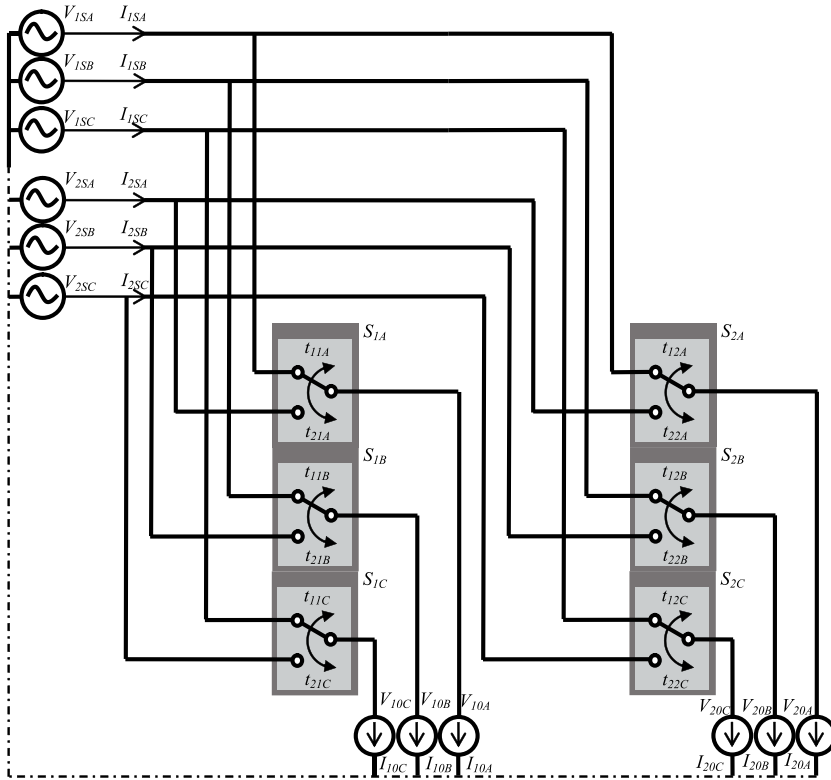
Esta relación puede escribirse en forma matricial como sigue:

$$\begin{bmatrix} P_{1S} \\ P_{2S} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{10} \\ P_{20} \end{bmatrix} \quad (442)$$

De la ecuación (442) se concluye que se pueden usar diferentes ciclos de trabajo, según convenga, para controlar el flujo de potencia.

**Convertidor de conmutación vectorial (VeSC)**

Un esquema del VeSC trifásico para el control de flujo de potencia se ilustra en la figura 10.22 [7]. El sistema maneja el flujo de potencia a través de dos fuentes trifásicas de voltaje ( $V_{1S(A-C)}$  y  $V_{2S(A-C)}$ ) y dos cargas trifásicas de CA ( $I_{10(A-C)}$  y  $I_{20(A-C)}$ ) representadas como fuentes trifásicas de corriente. El objetivo del controlador es el de regular el flujo de potencia en cada una de las cargas desde las fuentes de CA.



*Figura 10.22 Esquema trifásico del VeSC*

Las fuentes de voltaje y de corriente se pueden transformar conectando capacitores en paralelo o inductores en serie, respectivamente, para algunas aplicaciones en particular. Como las fuentes son de CA, el flujo de potencia en este caso dependerá de la relación entre las fases en las terminales. Aunque la operación del convertidor no requiere que las fuentes ni la carga sean balanceadas, el desarrollo analítico presentado está limitado a un caso balanceado.

La referencia terminal de retorno de un sistema en estrella se denota por la línea punteada, figura 10.22. En este caso, el controlador del flujo de po-

tencia consiste de dos interruptores trifásicos de dos polos. El número de interruptores es igual al número de corrientes trifásicas de carga. Como se indica en la figura 10.22, al menos uno de los polos de un interruptor debe ser conectado para mantener la continuidad del servicio a la carga. Como es usual, las propiedades de los interruptores, fuentes y cargas se asumen ideales. Para el estudio del control de flujo de potencia en el sistema, se pueden usar ecuaciones vectoriales para representar matemáticamente las propiedades en la transferencia de potencia en las líneas de transmisión. En este caso, los vectores que representan las fuentes de voltajes y corrientes en la entrada y salida de los interruptores son:  $V_{iS} = [V_{iSA} \ V_{iSB} \ V_{iBC}]^T$ ,  $I_{iS} = [I_{iSA} \ I_{iSB} \ I_{iBC}]^T$ ,  $V_{j0} = [V_{j0A} \ V_{j0B} \ V_{j0C}]^T$ ,  $I_{j0} = [I_{j0A} \ I_{j0B} \ I_{j0C}]^T$ , respectivamente, para  $i$  y  $j = 1, 2$ .

$$V_{j0}(t) = \sum_{i=1}^2 H_{ij}(t) \cdot V_{iS} \quad \text{para } j=1,2 \quad (443)$$

$$I_{iS}(t) = \sum_{j=1}^2 H_{ij}(t) \cdot I_{j0} \quad \text{para } i=1,2 \quad (444)$$

Como en el caso del convertidor de CD, se puede representar el ciclo de trabajo de un disparo en particular usando el valor medio de la función de conmutación, las ecuaciones (443) y (444) se pueden simplificar por:

$$V_{j0}(t) = \sum_{i=1}^2 d_{ij}(t) \cdot V_{iS} \quad \text{para } j=1,2 \quad (445)$$

$$I_{iS}(t) = \sum_{j=1}^2 d_{ij}(t) \cdot I_{j0} \quad \text{para } i=1,2 \quad (446)$$

donde  $d_{ij}(t)$  es el ciclo de trabajo del  $i$ -ésimo disparo del  $j$ -ésimo interruptor. Se puede observar que para un disparo en particular, los ciclos de trabajo  $t_{ijA}$ ,  $t_{ijB}$  y  $t_{ijC}$  son idénticos para un valor cualquiera de  $i$  y de  $j$ ; por ejemplo,  $d_{12} = d_{12A} = d_{12B} = d_{12C}$ . Ya que la operación principal de éste convertidor está basada en controlar el voltaje y/o corriente mediante la conmutación entre los dispositivos semiconductores, se emplea el término *Vector Switching Converter* (VeSC).

La relación entre las ecuaciones (445)-(446) indica que existe una reciprocidad entre la entrada y la salida similares a las de un transformador. Por lo tanto, el circuito equivalente de la figura 10.23 representa el componente fundamental rms para una fase de la figura 10.22. Como se observa en esta figura, la potencia transferida entre las diferentes fuentes de voltaje a las

cargas dependen del ciclo de trabajo del convertidor. El circuito equivalente puede utilizarse para deducir y estudiar la aplicación del VeSC en programas para el control de flujo de potencia o para estudios de análisis dinámicos. Ya que el flujo de potencia entre las fuentes de corriente y de voltaje tienen características diferentes, se considera un caso simple donde los voltajes  $V_{1S}$  y  $V_{2S}$  son iguales ( $V_S$ ) para ilustrar el control del flujo de potencia.

La potencia instantánea transferida  $P$  en un sistema trifásico balanceado se expresa como el producto del vector de voltajes y de corrientes:

$$P = V^T I \quad (447)$$

La potencia que fluye desde la  $i$ -ésima fuente de voltaje a la  $j$ -ésima fuente de corriente se define como  $P_{iS}$  y  $P_{j0}$  (para  $i, j = 1, 2$ ), respectivamente:

$$\begin{aligned} P_{iS} &= V_{iS}^T I_{iS} \\ &= V_{iS}^T \sum_{j=1}^2 d_{ij}(t) I_{j0} \\ &= \sum_{j=1}^2 V_{iS}^T d_{ij}(t) I_{j0} \quad \text{para } i=1,2 \\ &= \sum_{j=1}^2 d_{ij}(t) V_{j0}^T I_{j0} \\ &= \sum_{j=1}^2 d_{ij}(t) P_{j0} \end{aligned} \quad (448)$$

Esta relación puede escribirse en forma matricial como sigue:

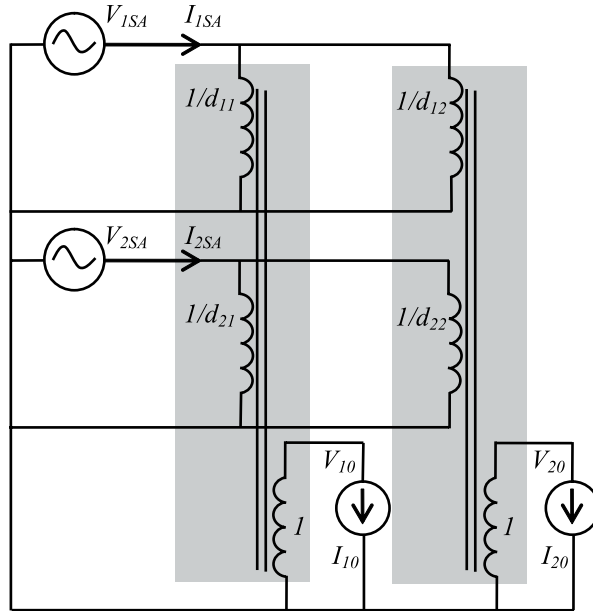
$$\begin{bmatrix} P_{1S} \\ P_{2S} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{10} \\ P_{20} \end{bmatrix} \quad (449)$$

De la misma manera, la potencia reactiva transferida en un sistema trifásico balanceado a un sistema de cargas [15]:

$$Q = V^T T I \quad (450)$$

donde:

$$T = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (451)$$



**Figura 10.23** Circuito equivalente monofásico para la componente fundamental del VeSC

La potencia reactiva que fluye desde la  $i$ -ésima fuente de voltaje a la  $j$ -ésima fuente de corriente se define como  $Q_{iS}$  y  $Q_{j0}$  (para  $i, j = 1,2$ ), respectivamente:

$$\begin{bmatrix} Q_{1S} \\ Q_{2S} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{10} \\ Q_{20} \end{bmatrix} \quad (452)$$

Ya que la potencia aparente en un sistema trifásico esta compuesta de potencia real y reactiva, las ecuaciones (449)-(452) se pueden simplificar como:

$$\begin{bmatrix} S_{1S} \\ S_{2S} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{10} \\ S_{20} \end{bmatrix} \quad (453)$$

### EJEMPLO DE UN CONVERTIDOR

El esquema de dos fuentes trifásicas ideales del convertidor ( $v_{1s}, v_{2s}$ ) y una carga ( $I_{10}$ ) usando IGBT se ilustra en la figura 10.24 [7]. El objetivo funcional del controlador es regular la potencia a la carga desde cada una de las fuentes de voltaje. El principio de este convertidor está basado en

controlar la conexión entre las dos fuentes de voltaje trifásicas con la conmutación de los interruptores (IGBT), de manera que la potencia que fluye hacia la carga se pueda regular al controlar la conmutación.

Un interruptor tripolar está representado por tres IGBT, que se conectan al mismo tiempo a las fuentes de voltaje. Así que en este convertidor, mostrado en la figura 10.24, hay dos interruptores tripolares, que son conmutados continuamente entre ellos para alimentar la carga.

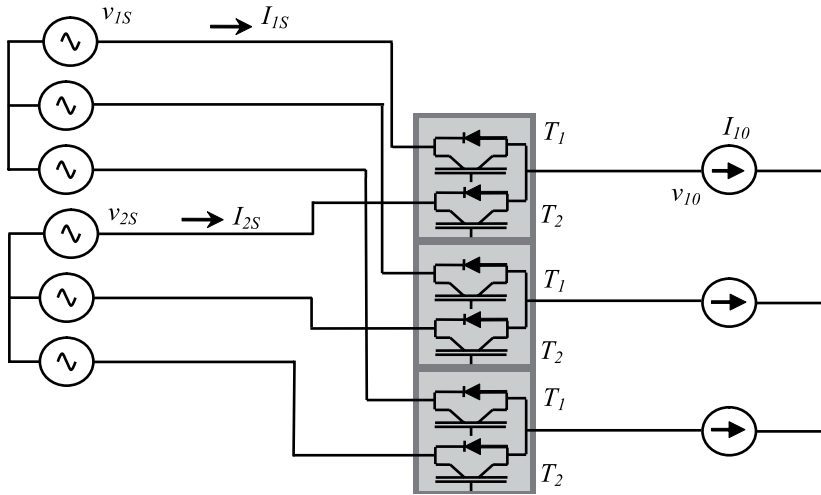


Figura 10.24 VeSC trifásico de dos polos usando IGBT

Un diagrama de simulación detallada del sistema descrito en la figura 10.24 se ilustra en la figura 10.25. La tabla 10.1 muestra los parámetros del sistema por unidad que representa el caso base de este ejemplo.

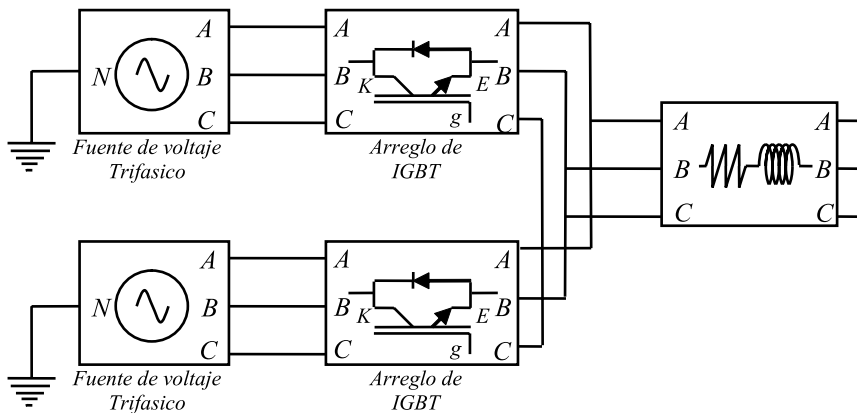


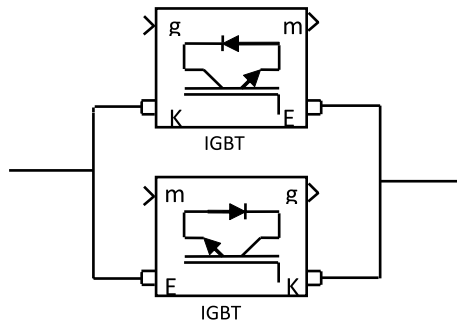
Figura 10.25 Diagrama de bloques para Matlab-Simulink

La calidad de la energía entregada a la carga depende de los valores de los elementos de filtrado y de la frecuencia de conmutación de los interruptores, así que la frecuencia de conmutación que requiere este sistema para obtener una buena calidad de la energía puede ser de 5kHz.

**Tabla 10.1** Parámetros de la Fig. 10.25

Símbolo	Valor p.u.	Valor actual
		230V 50kW base
$v_{1s}$	1	230V
$v_{2s}$	0.8	184V
$r_{Load}$	1	1.83 $\Omega$
$x_{Load}$	j0.08	39mH

La figura 10.26 ilustra la realización del arreglo de IGBT de la figura 10.25 para propósitos de simulación, ya que el convertidor requiere de interruptores capaces de conducir una corriente bi-direccional con voltaje de bloqueo. Los IGBT mostrados son conectados en anti-paralelo y son conmutados simultáneamente.



**Figura 10.26** Interruptor monopolar

Las formas de onda de las fuentes de voltaje y de corriente se muestran en la figura 10.27, donde se puede notar que la amplitud de la fuente de voltaje  $v_{1s}$  es mayor que  $v_{2s}$ . El voltaje de salida  $v_{10}$  está determinado por la conmutación de los IGBT, mientras que  $I_{1s}$  e  $I_{2s}$  consisten en segmentos discontinuos de  $I_{10}$ . El convertidor tiene un ciclo de trabajo de 50%. Las formas de onda mostradas en la figura 10.27 exhiben un importante contenido armónico, por lo que el convertidor deberá usar elementos de filtrado para reducir algunos de ellos. La figura 10.28 presenta estos elementos ( $L_{1s}$ ,  $L_{2s}$ ,  $C_{1s}$ ,  $C_{2s}$ ,  $L_{10}$  y  $C_{10}$ ).



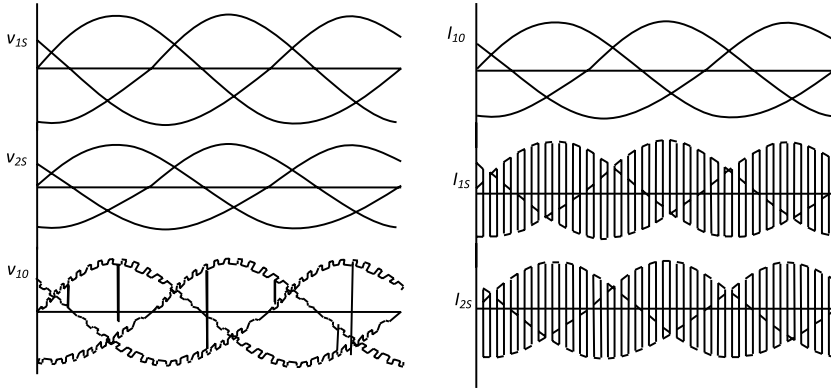


Figura 10.27 Formas de onda de voltajes y corrientes del convertidor

La magnitud de los elementos depende de la calidad de las formas de onda que se requieran y de la frecuencia de conmutación, como es común en la modulación por ancho de pulso (PWM). En la figura 10.29 se ilustra una representación detallada del sistema descrito en la figura 10.25. La tabla 10.2 presenta los parámetros del sistema en por unidad. La frecuencia de conmutación es de 5kHz.

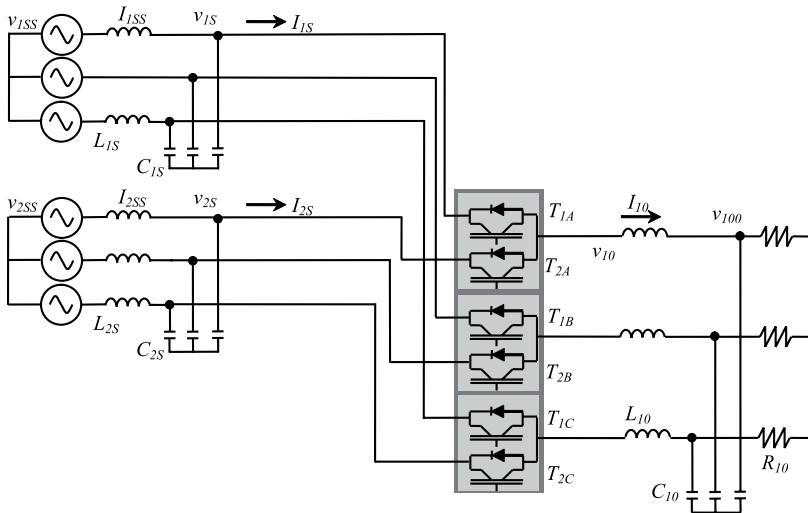
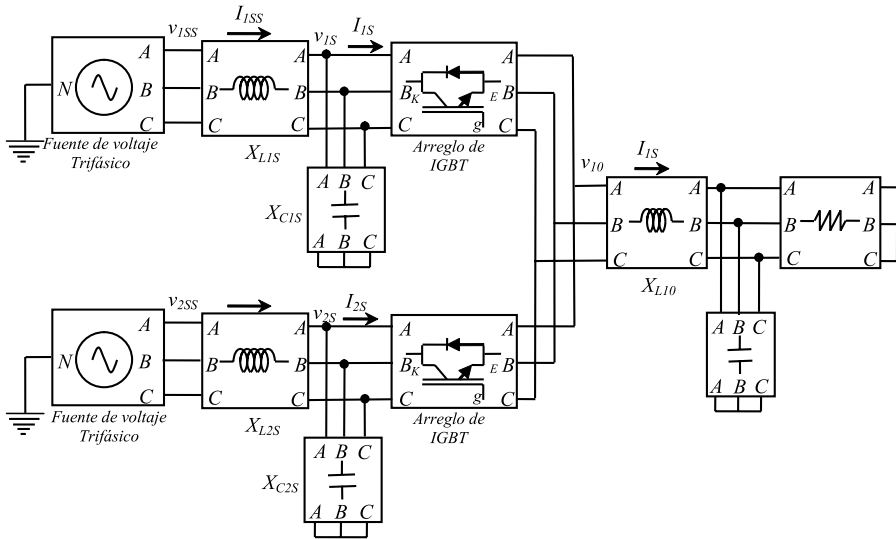


Figura 10.28 Convertidor con elementos de filtrado

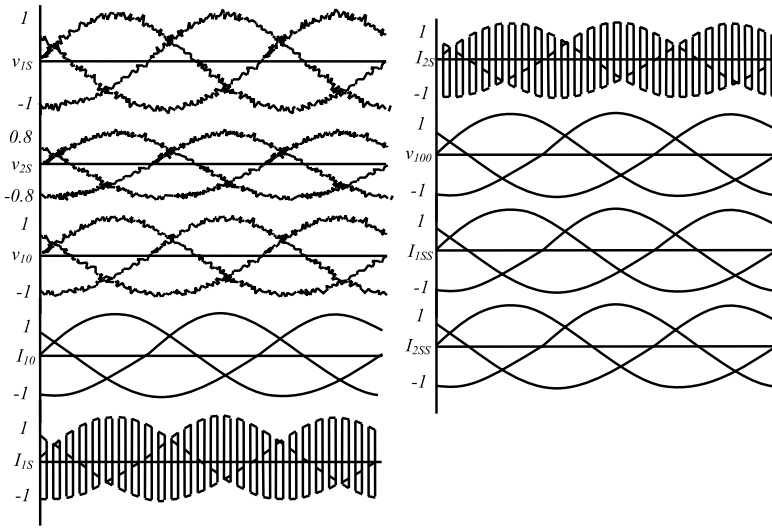
**Tabla 10.2** Parámetros de la Fig. 10.27

Símbolo	Valor p.u.	Valor actual
		230V 50kW base
$v_{1SS}$	1	230V
$v_{2SS}$	0.8	184V
$X_{L1S}$	$j0.08$	39mH
$X_{L2S}$	$j0.08$	39mH
$X_{C1S}$	$-j12.5$	29 $\mu$ F
$X_{C2S}$	$-j12.5$	29 $\mu$ F
$X_{L10}$	$j0.08$	39mH
$X_{C10}$	$-j12.5$	29 $\mu$ F
$R_{10}$	1	1.83 $\Omega$



**Figura 10.29** Modelo en Matlab-Simulink con elementos de filtrado

La figura 10.30 presenta los resultados de la simulación, y se observa la efectividad de los elementos de filtrado en las formas de onda de voltaje y corriente en la carga.



*Figura 10.30 Formas de onda de voltaje y corriente del convertidor con los elementos de filtrado*

### APLICACIÓN DEL VeSC USADO COMO UN UPFC

El esquema del VeSC usando un PWM (modulador por ancho de pulso) para aplicaciones de control de flujo de potencia usado como UPFC, se propone en la figura 10.31 [8]. La característica central es controlar el flujo de potencia compleja a lo largo de la línea de transmisión, inyectando un voltaje de CA con un ángulo controlable en serie con la línea de transmisión. La configuración del sistema se realiza incluyendo un transformador desfasador en paralelo (SPT “Shunt Phase-shifting Transformer”), un filtro de capacitores (FC), el VeSC trifásico de cuatro ramas y un transformador en serie con la línea (SIT “Series Injection Transformer”). Este sistema se puede colocar en cualquier punto de la línea.

El transformador SPT (con cuatro embobinados en el secundario) tiene doble función, disminuir el nivel de voltaje para que los interruptores puedan operar, y simultáneamente modificar las fases del voltaje de entrada en  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  y  $270^\circ$ , respectivamente, para generar cuatro conjuntos de voltajes trifásicos. El banco de capacitores es usado para absorber las altas frecuencias de la corriente que se introducen por la conmutación de los interruptores, y que se pueden introducir al sistema por el transformador.

El voltaje controlado es reducido a los niveles adecuados para que los interruptores puedan funcionar de modo que ajuste la relación de transformación  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$  y  $d_4$  que se definirán más adelante. Finalmente, el transformador localizado en el lado de recepción ajusta el voltaje al nivel correspondiente para inyectarlo a la línea de transmisión.

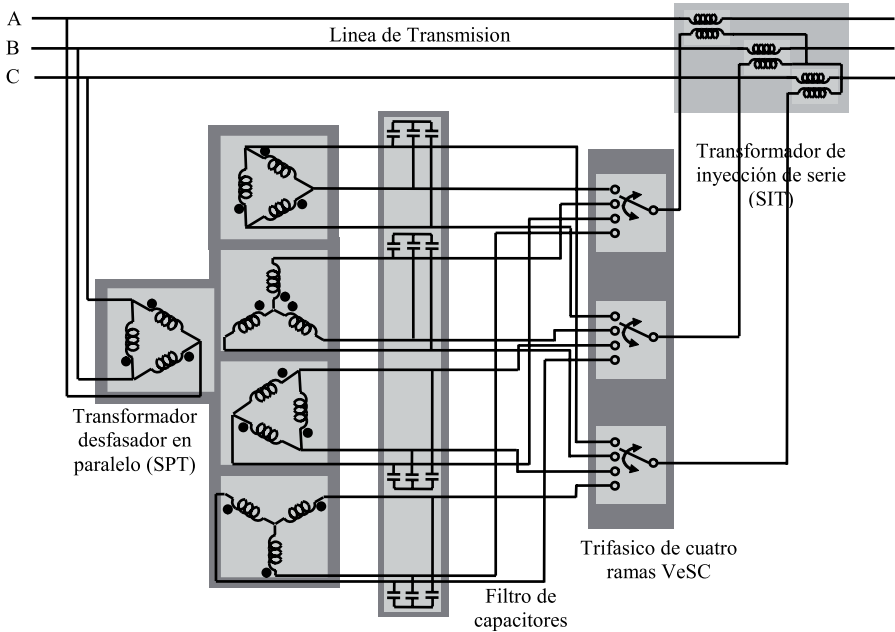


Figura 10.31 Controlador conectado como UPFC

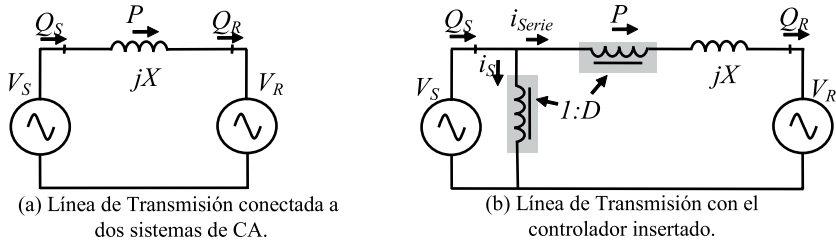
#### Principio de operación

Considerando sólo la inductancia de la línea de transmisión conectada a dos nodos como se ilustra en la figura 10.32 a), se asume que los voltajes en el nodo de envío ( $V_s$ ) y recepción ( $V_R$ ) tienen la misma magnitud  $V$  y el ángulo de fase en la línea es  $\theta$  [8]. Así que el flujo de potencia activa y reactiva a través de la línea de transmisión se puede calcular como:

$$P = \frac{V^2}{X} \sin \theta \quad (454)$$

$$Q_S = -Q_R = \frac{V^2}{X} (1 - \cos \theta) \quad (455)$$

La figura 10.32 b) muestra la inserción del VeSC acoplado como un UPFC en el nodo de envío, considerando que los transformadores SPT y SIT son ideales y que tienen una relación de transformación igual a la unidad, y considerando que la inyección de potencia reactiva del filtro de capacitores (FC) es insignificante [8]. Debido a que el transformador del controlador se conecta con una bobina en paralelo, seguida de otra en serie con la línea de transmisión, el esquema tiene una apariencia de la letra gama  $\Gamma$ , así que por este motivo el dispositivo es llamado controlador- $\Gamma$ .



**Figura 10.32 Controlador conectado como UPFC en la línea de transmisión**

La relación de transformación del controlador- $\Gamma$  se puede representar como:

$$D = (d_1 - d_3) + j(d_2 - d_4) = d_{13} + jd_{24} \quad (456)$$

Para satisfacer la continuidad de las variables en la conmutación del VeSC, el ciclo de trabajo deberá satisfacer la siguiente expresión:

$$d_1 + d_2 + d_3 + d_4 = 1 \quad (457)$$

La relación de transformación del transformador mostrado en la figura 228 b) es:

$$\frac{V_S}{V_{Serie}} = \frac{1}{D} \quad (458)$$

También, por conservación de potencia:

$$V_S i_S^* + V_{Serie} i_{Serie}^* = 0 \quad (459)$$

Aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff:

$$V_S - V_{Serie} - jX i_{Serie} - V_R = 0 \quad (460)$$

Despejando  $i_{Serie}$ :

$$i_{Serie} = \frac{V_S - V_{Serie} - V_R}{jX} \quad (461)$$

La potencia total desde el nodo de envío:

$$S_S = V_S I^* = V_S (i_{Serie} + i_S)^* \quad (462)$$

Sustituyendo  $i_{Serie}$  de la ecuación (460) en la ecuación (462):

$$S_S = V_S i_S^* (1-D) \quad (463)$$

Como:

$$V_S = |V| \angle 0^\circ \quad (464)$$

$$V_R = |V| \angle -\theta$$

Sustituyendo la ecuación (461) y (464) en la ecuación (463):

$$S_S = \left[ \frac{|V|^2 - D^* |V|^2 - |V|^2 (\cos \theta + j \sin \theta)}{-jX} \right] (1-D) \quad (465)$$

Sustituyendo la ecuación (456) en la ecuación (457) y simplificando:

$$S_S = \frac{|V|^2}{X} [(\sin \theta - d_{24}) + j(1 - d_{13}) - \cos \theta] (1 - d_{13} - j d_{24}) \quad (466)$$

Separando parte real e imaginaria:

$$P = \frac{|V|^2}{X} (\sin \theta - d_{13} \sin \theta - d_{24} \cos \theta) \quad (467)$$

$$Q_S = \frac{|V|^2}{X} (1 - \cos \theta + d_{13}^2 + d_{13} \cos \theta - 2d_{13} + d_{24}^2 - d_{24} \sin \theta) \quad (468)$$

Realizando un análisis similar desde el lado de recepción:

$$Q_R = \frac{|V|^2}{X} (\cos \theta - d_{13} \cos \theta + d_{24} \sin \theta - 1) \quad (469)$$

Las ecuaciones (467) y (469), y (456)-(457) dictan la capacidad de controlar la potencia activa y reactiva del controlador- $\Gamma$ . Como se puede ver, al escoger apropiadamente los valores de  $d_{13}$  y  $d_{24}$  es posible controlar  $(P, Q_S)$  o  $(P, Q_R)$ , independientemente del control de la potencia a través de la línea de transmisión.

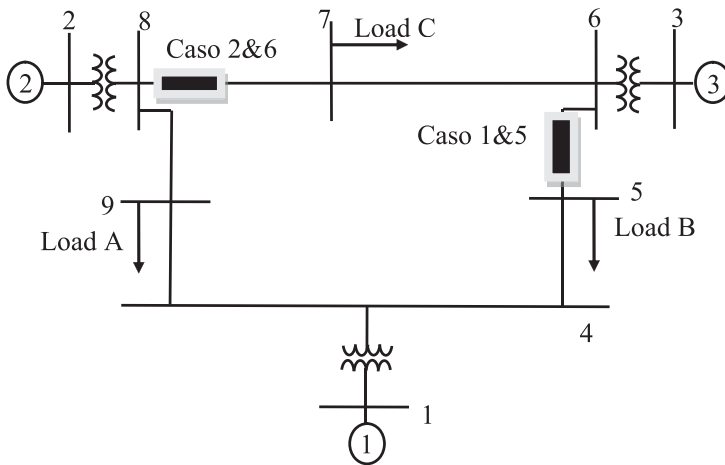
**RESULTADOS DE SIMULACIÓN**

Una vez que el dispositivo se incluye en la formulación de estado estacionario, los siguientes ejemplos exhiben su aplicabilidad en el control del flujo de potencia.

**Caso de 9 nodos**

Se utiliza el sistema de potencia de tres máquinas descrito en la figura 10.33 [16], y para ejemplificar las posibilidades del dispositivo para controlar el flujo de potencia, se consideran tres casos:

- a) Caso nominal.
- b) Caso 1, con el dispositivo FACTS insertado en la línea 5-6, con el propósito de controlar la potencia compleja en  $S_{cont5-6} = -0.95 - j0.2487$  p.u.
- c) Caso 2, con el dispositivo FACTS insertado en la línea 7-8, con el propósito de controlar la potencia compleja en  $S_{cont7-8} = -0.975 - j0.234$  p.u.



**Figura 10.33 Sistema de potencia de tres máquinas**

La tabla 10.3 exhibe los resultados de los voltajes; la segunda columna corresponde a los voltajes del caso nominal [16]. Asimismo, la tabla 10.4 despliega los flujos de potencia compleja en las líneas de enlace. La convergencia se obtiene después de cuatro iteraciones con una tolerancia de  $1 \times 10^{-4}$ . El número de iteraciones depende del punto de operación inicial de las variables  $d_{13}$  y  $d_{24}$ . Para estos ejemplos las variables resultan:

- Caso 1:  $d_{13} = 0.1126$ ,  $d_{24} = 0.2264$
- Caso 2:  $d_{13} = 0.0514$ ,  $d_{24} = 0.1323$

Los valores de  $d_1$  a  $d_4$  se obtienen resolviendo las ecuaciones (456)-(457), que constituyen un sistema de ecuaciones algebraicas con un número infinito de soluciones.

**Tabla 10.3 Voltajes complejos de la Fig. 10.33**

Bus	Caso nominal	Caso 1	Caso 2
1	1.04 $\angle$ 0°	1.04 $\angle$ 0°	1.04 $\angle$ 0°
2	1.02 $\angle$ 9.27°	1.025 $\angle$ 4.02°	1.025 $\angle$ 6.39°
3	1.02 $\angle$ 4.65°	1.025 $\angle$ -4.22°	1.025 $\angle$ 7.63°
4	1.02 $\angle$ -2.21°	1.034 $\angle$ -2.25°	1.024 $\angle$ -2.23°
5	1.01 $\angle$ -3.68°	1.038 $\angle$ -2.03°	1.012 $\angle$ -2.63°
6	1.03 $\angle$ 1.96°	1.018 $\angle$ -6.95°	1.039 $\angle$ 4.95°
7	1.01 $\angle$ 0.72°	1.007 $\angle$ -6.08°	1.039 $\angle$ 4.82°
8	1.02 $\angle$ 3.71°	1.023 $\angle$ -1.54°	1.017 $\angle$ 0.78°
9	0.99 $\angle$ -3.98°	1.003 $\angle$ -5.76°	0.994 $\angle$ -5.02°

**Tabla 10.4 Flujo de potencia compleja (casos 1 y 2)**

De Bus	A Bus	Flujo de Potencia	Potencia en la línea <sub>5-6</sub>	Potencia en la línea <sub>7-8</sub>
		Caso nominal	Caso 1	Caso 2
1	4	0.714+0.268i	0.7343+0.1175i	0.721+0.286i
4	5	0.307+0.009i	-0.0499-0.118i	0.100+ 0.032i
<b>5</b>	<b>6</b>	<b>-0.594-0.135i</b>	<b>-0.950-0.2487i</b>	-0.80 - 0.105i
3	6	0.850-0.107i	0.850+0.1335i	0.850 - 0.231i
6	7	0.241+0.031i	-0.1393+0.020i	0.025 - 0.109i
<b>7</b>	<b>8</b>	<b>-0.759-0.106</b>	-1.1397-0.118i	<b>-0.975 - 0.234i</b>
2	8	1.63+0.061i	1.630+0.1040i	1.630+0.208i
8	9	0.866-0.083i	0.4794-0.1118i	0.646- 0.106i
4	9	0.409+0.228	0.7843+0.2061i	0.621+0.221i



**Caso de 39 nodos**

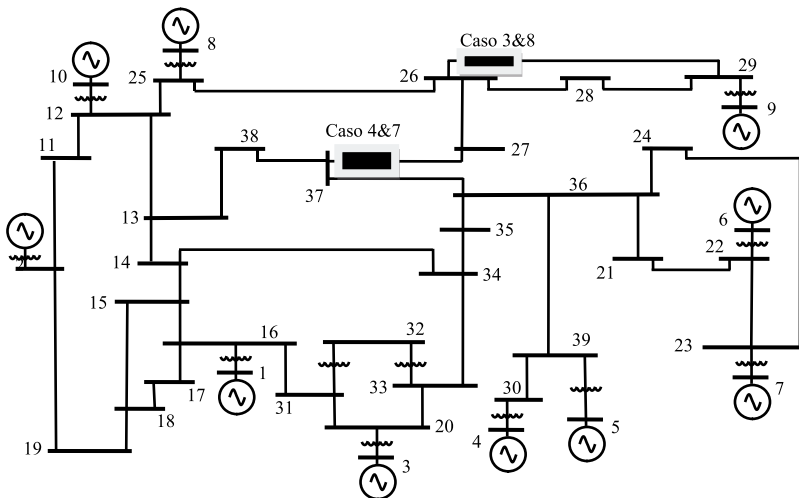
Se emplea ahora el sistema de potencia de 10 máquinas descrito en la figura 10.34 [17], y para ejemplificar las posibilidades del dispositivo para controlar el flujo de potencia, se consideran 3 casos:

- Caso nominal.
- Caso 3, con el dispositivo FACTS insertado en la línea 26-29, con el propósito de controlar la potencia compleja en  $S_{cont26-29} = -2.24 - j0.447$  p.u.
- Caso 4, con el dispositivo FACTS insertado en la línea 36-39, con el propósito de controlar la potencia compleja en  $S_{cont37-27} = 0.5 - j0.935$  p.u.

La tabla 10.5 se presenta los resultados de los voltajes; la segunda columna corresponde a los voltajes del caso nominal [17]. Asimismo, las tablas 10.6-10.7 muestran los flujos de potencia compleja en las líneas de enlace. La convergencia se obtiene después de seis iteraciones con una tolerancia de  $1 \times 10^{-4}$ . El número de iteraciones depende del punto de operación inicial de las variables  $d_{13}$  y  $d_{24}$ . Para estos ejemplos las variables resultan:

- Caso 3:  $d_{13} = 0.0170$ ,  $d_{24} = 0.0424$
- Caso 4:  $d_{13} = 0.0104$ ,  $d_{24} = -0.0341$

Los valores de  $d_1$  a  $d_4$  se obtienen resolviendo las ecuaciones (456)-(457), que constituyen un sistema de ecuaciones algebraicas con un número infinito de soluciones.



**Figura 10.34 Sistema de potencia de 10 máquinas**

**Tabla 10.5 Voltajes complejos de la Fig. 10.34**

Bus	Caso nominal	Caso 3	Caso 4
1	0.982 $\angle$ 0°	0.982 $\angle$ 0°	0.982 $\angle$ 0°
2	1.03 $\angle$ -10.96°	1.03 $\angle$ -10.97°	1.03 $\angle$ -10.84°
3	0.983 $\angle$ 2.341°	0.983 $\angle$ 2.337°	0.983 $\angle$ 2.29°
4	1.012 $\angle$ 3.166°	1.012 $\angle$ 3.158°	1.012 $\angle$ 2.91°
5	0.997 $\angle$ 4.189°	0.997 $\angle$ 4.181°	0.997 $\angle$ 3.93°
6	1.049 $\angle$ 5.198°	1.049 $\angle$ 5.188°	1.049 $\angle$ 4.94°
7	1.063 $\angle$ 7.991°	1.063 $\angle$ 7.981°	1.063 $\angle$ 7.73°
8	1.027 $\angle$ 1.841°	1.027 $\angle$ 1.822°	1.027 $\angle$ 2.31°
9	1.026 $\angle$ 7.544°	1.026 $\angle$ 6.34°	1.026 $\angle$ 8.62°
10	1.047 $\angle$ -4.01°	1.047 $\angle$ -4.014°	1.047 $\angle$ -3.73°
11	1.035 $\angle$ -9.32°	1.035 $\angle$ -9.32°	1.034 $\angle$ -9.14°
12	1.016 $\angle$ -6.44°	1.017 $\angle$ -6.448°	1.015 $\angle$ -6.17°
13	0.985 $\angle$ -9.44°	0.986 $\angle$ -9.443°	0.985 $\angle$ -9.42°
14	0.949 $\angle$ -10.3°	0.95 $\angle$ -10.373°	0.950 $\angle$ -10.40°
15	0.950 $\angle$ -9.12°	0.95 $\angle$ -9.119°	0.951 $\angle$ -9.13°
16	0.952 $\angle$ -8.35°	0.952 $\angle$ -8.347°	0.952 $\angle$ -8.36
17	0.944 $\angle$ -10.8°	0.944 $\angle$ -10.80°	0.944 $\angle$ -10.80°
18	0.945 $\angle$ -11.3°	0.944 $\angle$ -11.36°	0.945 $\angle$ -11.36°
19	1.007 $\angle$ -11.1°	1.007 $\angle$ -11.18°	1.007 $\angle$ -11.10°
20	0.958 $\angle$ -5.59°	0.958 $\angle$ -5.591°	0.958 $\angle$ -5.63°
21	0.985 $\angle$ -4.34°	0.985 $\angle$ -4.347°	0.985 $\angle$ -4.58°
22	1.015 $\angle$ 0.19°	1.015 $\angle$ 0.181°	1.015 $\angle$ -0.06°
23	1.012 $\angle$ -0.08°	1.012 $\angle$ -0.091°	1.012 $\angle$ -0.333°
24	0.973 $\angle$ -6.80°	0.973 $\angle$ -6.807°	0.974 $\angle$ -7.04°
25	1.026 $\angle$ -4.97°	1.026 $\angle$ -4.991°	1.025 $\angle$ -4.507°
26	1.012 $\angle$ -6.21°	1.014 $\angle$ -6.232°	1.009 $\angle$ -5.146°
27	0.992 $\angle$ -8.33°	0.993 $\angle$ -8.341°	0.986 $\angle$ -6.998°
28	1.016 $\angle$ -2.46°	1.015 $\angle$ -3.40°	1.015 $\angle$ -1.39°
29	1.018 $\angle$ 0.45°	1.016 $\angle$ -0.753°	1.017 $\angle$ 1.533°

30	0.984 $\angle$ -2.01°	0.984 $\angle$ -2.026°	0.984 $\angle$ -2.26°
31	0.955 $\angle$ -6.52°	0.955 $\angle$ -6.531°	0.955 $\angle$ -6.56°
32	0.935 $\angle$ -6.51°	0.935 $\angle$ -6.514°	0.935 $\angle$ -6.55°
33	0.956 $\angle$ -6.37°	0.956 $\angle$ -6.380°	0.956 $\angle$ -6.42°
34	0.955 $\angle$ -8.21°	0.954 $\angle$ -8.218°	0.955 $\angle$ -8.28°
35	0.957 $\angle$ -8.53°	0.957 $\angle$ -8.539°	0.957 $\angle$ -8.726°
36	0.973 $\angle$ -6.89°	0.974 $\angle$ -6.897°	0.974 $\angle$ -7.137°
37	0.981 $\angle$ -8.10°	0.982 $\angle$ -8.108°	0.983 $\angle$ -8.392°
38	0.981 $\angle$ -9.08°	0.982 $\angle$ -9.091°	0.982 $\angle$ -9.256°
39	0.985 $\angle$ -1.01°	0.985 $\angle$ -1.027°	0.982 $\angle$ -1.268°

**Tabla 10.6 Flujo de potencia compleja (caso 3)**

De Bus	A Bus	Flujo de potencia	Potencia en la línea <sub>26-29</sub>
		Caso nominal	Caso 3
37	27	0.178 - 0.758i	0.1801 - 0.8041i
37	38	2.005 - 0.226i	2.0050 - 0.2147i
36	37	2.188 - 1.058i	2.1894 - 1.0923i
28	29	-3.476 + 0.123i	-3.1301 + 0.171i
<b>26</b>	<b>29</b>	<b>-1.899 - 0.345i</b>	<b>-2.2400 - 0.447i</b>
26	28	-1.408 - 0.311i	-1.0654 - 0.3044i
26	27	2.643 + 1.087i	2.6422 + 1.1342i
26	25	-0.726 - 0.600i	-0.7268 - 0.5529i
29	9	-8.247 + 0.428i	-8.2473+0.2970i

**Tabla 10.7 Flujo de potencia compleja (caso 4)**

De Bus	A Bus	Flujo de potencia	Potencia en la línea <small>37-27</small>
		Caso nominal	Caso 4
<b>37</b>	<b>27</b>	<b>0.178 - 0.758i</b>	<b>0.500 - 0.935i</b>
37	38	2.005 - 0.226i	1.7700 - 0.1411i
36	24	-0.250 + 0.014i	-0.2506 + 0.0270i
36	21	-3.195 - 0.671i	-3.1952 - 0.6506i
36	39	-5.022 - 0.034i	-5.0231 - 0.0026i
36	37	2.188 - 1.058i	2.2747 - 1.1453i
36	35	2.986 + 1.426i	2.9002 + 1.4486i
38	13	0.4220 - 0.2311i	0.1877 - 0.3403i
27	26	-2.6432 - 1.0877i	-2.3112 - 1.3968i

### CONCLUSIONES

Los sistemas flexibles de transmisión de CA (FACTS) que utilizan un enlace de CA/CA pueden llegar a realizar los mismos objetivos funcionales que los FACTS convencionales para mejorar la operación de un sistema eléctrico de potencia.

El dispositivo maneja el flujo de potencia a través de fuentes de voltaje que alimentan a las cargas mediante interruptores que se disparan al controlar la modulación del ancho de pulso. El objetivo del controlador es el de regular el flujo de potencia en cada una de las cargas desde las fuentes de CA. Estos dispositivos controlan la conexión entre las fuentes de voltaje, de manera que la potencia fluya hacia la carga controlando la conmutación de los IGBT. Las expresiones que describen el funcionamiento del controlador han sido incluidas en la formulación de flujos de potencia basados en el método de Newton-Raphson. Este dispositivo es capaz de controlar la potencia activa y reactiva que fluye a través de una línea de transmisión. El modelo del controlador- $\Gamma$  se puede comparar como el del UPFC, sólo que el controlador- $\Gamma$  tiene la ventaja de que no utiliza un enlace de DC. Los resultados mostrados exhiben la capacidad del dispositivo para controlar el flujo de potencia compleja en la línea de transmisión.

## REFERENCIAS

- [1] L. Gyugyi and B.P. Pelly, *Static Power Frequency Changers: Theory, Performance, and Applications*, New York: John Wiley & Sons Inc., 1976.
- [2] N. Mohan, T.M. Undeland, and W.P. Rabbins, *Power Electronics: Converters, Applications, and Design*, New York: John Wiley & Sons Inc., 1989.
- [3] Khan, P.D. Ziogas, and M.H. Rashid, "Forced Commutated Cycloconverters for High-frequency Link Applications", *IEEE Trans. Ind. Appl.*, Vol. IA-23, No. 4, pp. 661-672, July/Aug 1987.
- [4] H. Rashid Muhammad. *Electrónica de potencia*. Tercera Edición. Editorial Prentice-Hall, México 2004.
- [5] Fang Z. Peng, "Z-Source Inverter." *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 39, No. 2, March/April 2003. pages 504-510.
- [6] Xu Peng Fang, Zhao Ming Qian, Fang Zheng Peng, "Single-Phase Z-Source PWM AC-AC Converters." *IEEE Power Electronics Letters*, Vol. 3, No. 4, December 2005 pages 121-124.
- [7] G. Venkataramanan, "Three-phase Vector Switching Converters for Power Flow Control", *IEE Proc.-Electr. Power Appl.*, Vol. 151, No. 3, pp. 312-333, May 2004.
- [8] Fernando Mancilla-David, Giri Venkataramanan, "A Pulse width Modulated AC Link Unified Power Flow Controller", in Proc. 2005 *IEEE Power Engineering Society General Meeting*, San Francisco, CA, USA.
- [9] Fernando Mancilla-David, Giri Venkataramanan, "A Synchronous Back-to-back Intertie Using the Vector Switching Converter" in Proc. *The 36 annual North American Power Symposium*, 2004, University of Idaho, USA.
- [10] G. Venkataramanan and B. K. Johnson, "Pulse width Modulated Series Compensator" *IEE Proc.-Gener. Trans. Distrib.*, Vol. 149, No. 1, pp 71-75, January 2002.
- [11] Hingorani, N.G.: "Power Electronics in Electric Utilities: Role of Power Electronics in Future Power Systems". *Proc. IEEE*, 1988, 76, (3), pp 481-482.
- [12] Larson, E., and Weaver, T.: "FACTS Overview". *IEEE/CIGRE 95TP* 108, 1995.
- [13] Venturini, M., and Alesina, A., "The Generalized Transformer: A New Bidirectional Sinusoidal Waveform Frequency Converter with Adjustable Input Power Factor". *Proc. IEEE-PESC*, 1980, pp 242-252.
- [14] Wood, P.: "Switching Power Converters" (Van Nostrand Reinhold, New York, 1981).
- [15] Peng, F.Z., and Lai, J.-S.: "Generalized Instantaneous Reactive Power Theory for Three-phase Power Systems", *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 1996,45,(1), pp. 293-297.
- [16] P. M. Anderson, and A. A. Foud, "Power System Control and Stability", *IEEE Press*, 1994.
- [17] Padiyar K.R., *Power System Dynamics: Stability and Control*, John Wiley & Sons, 1995.